1．命题“对任意 $x\in R$，都有 $x^2\geq 0$”的否定为

A. 存在 $x\in R$，使得 $x^2<0$

B. 对任意 $x\in R$，使得 $x^2<0$

C. 存在 $x_0\in R$，使得 $x_0^2\geq 0$

D. 不存在 $x_0\in R$，使得 $x_0^2<0$

【答案】A．

2．“$1<x<2$”是“$x<2$”成立的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

3．在一次跳伞训练中，甲、乙两位学员各跳一次．设命题 p 是“甲降落在指定范围”，q 是“乙降落在指定范围”，则命题“至少有一位学员没有降落在指定范围”可表示为

A． $z^2\geq 0 \wedge z^2<0$

B． $z^2\geq 0 \vee z^2<0$

C． $(\neg p)\wedge(\neg q)$

D． $p\vee q$

4．给定两个命题 p,q，$\neg p$ 是 q 的必要而不充分条件，则 p 是 $\neg q$

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5．“$(2x-1)x=0$”是“$x=0$”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

6．设 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$(a-b)a^2<0$”是“$a<b$”的

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7．已知集合 $A=\{1,a\}$，$B=\{1,2,3\}$，则“$a=3$”是“$A\subseteq B$”的

A．充分而不必要条件

B．必要而不充分条件

C．充分必要条件

D．既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】$a=3\Rightarrow A\subseteq B,\ A\subseteq B\Rightarrow a=2$ 或 3．因此是充分不必要条件．

8．已知命题 $p:\forall x\in R$，$2^x<3^x$；命题 $q:\exists x\in R$，$x^3=1-x^2$，则下列命题中为真命题的是

A. $p\wedge q$

B. $\neg p\wedge q$

C. $p\wedge\neg q$

D. $\neg p\wedge\neg q$

9．设 $x\in Z$，集合 A 是奇数集，集合 B 是偶数集．若命题 $p:\forall x\in A,2x\in B$，则

A. $\neg p:\exists x\in A,2x\notin B$

B. $\neg p:\forall x\notin A,2x\notin B$

C. $\neg p:\exists x\notin A,2x\in B$

D. $\neg p:\exists x\in A,2x\in B$

10．“$\varphi=\pi$”是“曲线 $y=\sin(2x+\varphi)$ 过坐标原点的”

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

11．“$a\leq 0$”是“函数 $f(x)=|(ax\text{-}1)x|$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递增”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

1. 设全集为$\mathbf{R}$，函数$f(x)=\sqrt{1-x^2}$的定义域为M，则$\complement_{\mathbf{R}}M$为

A. $[-1,1]$　　B. $(-1,1)$　　C. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

2．函数$y=\sqrt{x}\ln(1-x)$的定义域为

A．$(0,1)$　　B. $[0,1)$　　C. $(0,1]$　　D. $[0,1]$

3. 函数$y=\dfrac{1}{\log_2(x-2)}$的定义域为

A. $(-\infty,2)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $(2,3)\cup(3,+\infty)$　　D. $(2,4)\cup(4,+\infty)$

【答案】C.

4. 函数$y=\ln(1+\dfrac{1}{x})+\sqrt{1-x^2}$的定义域为____________.

5. 函数$f(x)=\sqrt{1-2^x}+\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$的定义域为

A. $(-3,0]$　　B. $(-3,1]$　　C. $(-\infty,-3)\cup(-3,0]$　　D. $(-\infty,-3)\cup(-3,1]$

6. 函数$y=\dfrac{\lg(x+1)}{x-1}$的定义域是

A. $[-1,+\infty)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $(-1,1)\cup(1,+\infty)$　　D. $[-1,1)\cup(1,+\infty)$

7. 已知函数$f(x)$的定义域为$(-1,0)$，则函数$f(2x-1)$的定义域为

A. $(-1,1)$　　B. $(-1,\dfrac{1}{2})$　　C. $(-1,0)$　　D. $(\dfrac{1}{2},1)$

8. 函数$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}x, x\geq 1,\\ 2^x, x<1\end{cases}$的值域为__________.

【答案】：B

8. 已知函数$f(x)=\ln(\sqrt{1+9x^2}-3x)+1$，则$f(\lg 2)+f(\lg\dfrac{1}{2})=$

A．-1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

9. 函数$f(x)=\ln x$的图像与函数$g(x)=x^2-4x+4$的图像的交点个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

10. 函数$f(x)=2\ln x$的图像与函数$g(x)=x^2-4x+4$的图像的交点个数为

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

11. 下列选项中，使不等式$x<\dfrac{1}{x}<x^2$成立的x的取值范围是

A．$(-\infty,-1)$　　B．$(-1,0)$　　C．$(0,1)$　　D．$(1,+\infty)$

12. 已知集合$A=\{x\mid 0<\log_4 x<1\}, B=\{x\mid x\leq 2\}$，则$A\cap B=$

A．$(0,1)$　　B．$(0,2]$　　C．$(1,2)$　　D．$(1,2]$

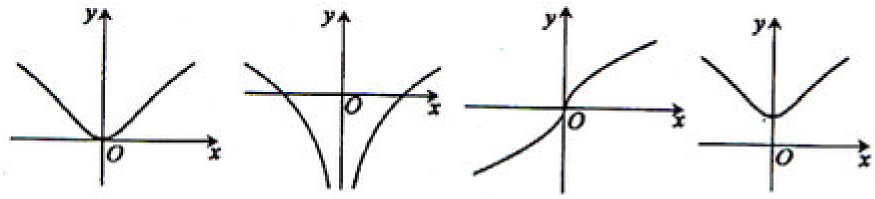
13. 已知$f(x)$是奇函数，$g(x)$是偶函数，且$f(-1)+g(1)=2, f(1)+g(-1)=4$，则$g(1)$等于

A.4　　　　B.3　　　　C.2　　　　D.1

14. 已知函数 $f(x)=ax^3+b\sin x+4(a,b\in R)$， $f(\lg(\log_2 10))=5$，则 $f(\lg(\lg 2))=$

A. -5　　　　B. -1　　　　C. 3　　　　D. 4

15．函数 $f(x)=\ln(x^2+1)$ 的图象大致是



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

16. 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减的是

A. $y=\dfrac{1}{x}$　　　　B. $y=e^{-x}$　　　　C. $y=-x^2+1$　　　　D. $y=\lg|x|$

17. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x>0$ 时， $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$，则 $f(-1)=$

A. 2　　　　B. 1　　　　C. 0　　　　D. -2

18. $\lg\sqrt{5}+\lg\sqrt{20}$ 的值是__________.

19. 定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=2f(x)$，若当 $0\le x\le 1$ 时， $f(x)=x(1-x)$，则当 $-1\le x\le 0$ 时， $f(x)=$________________.

20. 设 $f(x)$ 是以 2 为周期的函数，且当 $x\in[1,3)$ 时， $f(x)=e^x+x$，则当 $x\in[-1,1)$ 时，$f(x)=$___________.

21．已知 $f(x)$ 是定义域为 **R** 的偶函数，当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=x^2-4x$，那么不等式 $f(x+2)<5$ 的解集是____________.

22. 已知 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，当 $x>0$ 时， $f(x)=x^2-4x$，则不等式 $f(x)>x$ 的解集用区间表示为_____________.

23. 设 $a=\log_3 2,b=\log_5 2,c=\log_2 3$，则

A. $a>c>b$　　　　B. $b>c>a$　　　　C. $c>b>a$　　　　D. $c>a>b$

24. 设 $a=\log_3 6,b=\log_5 10,c=\log_7 14$，则

A. $c>b>a$　　　　B. $b>c>a$　　　　C. $a>c>b$　　　　D. $a>b>c$

25. 若存在正数 x 使 $2^x(x-a)<1$ 成立，则 a 的取值范围是

A. $(-\infty,+\infty)$　　　　B. $(-2,+\infty)$　　　　C. $(0,+\infty)$　　　　D. $(-1,+\infty)$

26．x 为实数，$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则函数 $f(x)=x-[x]$ 在 **R** 上为

A．奇函数　　　　B．偶函数　　　　C．增函数　　　　D．周期函数

27．定义域为 **R** 的四个函数 $y=x^3,y=2^x,y=x^2+1,y=2\sin x$ 中，奇函数的个数是

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

28. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度，所得图象与 $y=\mathrm{e}^{x}$ 关于 y 轴对称，则 $f(x)=$

A. e^{x+1}　　B. e^{x-1}　　C. e^{-x+1}　　D. e^{-x-1}

29. 若 $a<b<c$，则函数 $f\left(x\right)=\left(x-a\right)\left(x-b\right)+\left(x-b\right)\left(x-c\right)+\left(x-c\right)\left(x-a\right)$ 的两个零点分别位于区间

A. $\left(a,b\right)$ 和 $\left(b,c\right)$ 内　　B. $\left(-\infty,a\right)$ 和 $\left(a,b\right)$ 内

C. $\left(b,c\right)$ 和 $\left(c,+\infty\right)$ 内　　D. $\left(-\infty,a\right)$ 和 $\left(c,+\infty\right)$ 内

30. 函数 $f(x)=2^{x}|\log_{0.5}x|-1$ 的零点个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

32. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^{2}+2x, x\le 0\\ \ln(x+1), x>0\end{cases}$，若 $|f(x)|\ge ax$，则 a 的取值范围是

A. $(-\infty,0]$　　B. $(-\infty,1]$　　C. $[-2,1]$　　D. $[-2,0]$

33. 设 a, b, c 均为不等于 1 的正实数, 则下列等式中恒成立的是

A. $\log_{a}b\cdot\log_{c}b=\log_{c}a$　　B. $\log_{a}b\cdot\log_{a}a=\log_{a}b$

C. $\log_{a}(bc)=\log_{a}b\cdot\log_{a}c$　　D. $\log_{a}(b+c)=\log_{a}b+\log_{a}c$

34. 设函数 $f(x)=\sqrt{e^{x}+x-a}$ ($a\in\mathbf{R}$, e 为自然对数的底数). 若存在 $b\in[0,1]$ 使 $f(f(b))=b$ 成立，则 a 的取值范围是

A. $[1,e]$　　B. $[1,1+e]$　　C. $[e,1+e]$　　D. $[0,1]$

35. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且在区间 $[0,+\infty)$ 单调递增. 若实数 a 满足 $f(\log_{2}a)+f(\log_{\frac{1}{2}}a)\le 2f(1)$，则 a 的取值范围是

A. $[1,2]$　　B. $(0,\dfrac{1}{2}]$　　C. $[\dfrac{1}{2},2]$　　D. $(0,2]$

36. 设函数 $f(x)=\sqrt{e^{x}+x-a}$ ($a\in R$，e 为自然对数的底数). 若曲线 $y=\sin x$ 上存在 (x_{0},y_{0}) 使得 $f(f(y_{0}))=y_{0}$，则 a 的取值范围是

A. $[1,e]$　　B. $[e^{-1},1]$　　C. $[1,1+e]$　　D. $[e^{-1},e+1]$

37. 设函数 $f(x)=e^{x}+x-2, g(x)=\ln x+x^{2}-3$. 若实数 a, b 满足 $f(a)=0, g(b)=0$，则

A. $g(a)<0<f(b)$　　B. $f(b)<0<g(a)$　　C. $0<g(a)<f(b)$　　D. $f(b)<g(a)<0$

1．设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内可导，且 $f(e^x)=x+e^x$，则 $f'(1)=$__________.

2．若曲线 $y=kx+\ln x$ 在点 $(1,k)$ 处的切线平行于 x 轴，则 k=__________.

3．若曲线 $y=ax^2-\ln x$ 在点 $(1,a)$ 处的切线平行于 x 轴，则 $a=$__________.

4．已知曲线 $y=x^4+ax^2+1$ 在点 $(-1,a+2)$ 处的切线的斜率为 8，则 a=

A. 9　　B. 6　　C. -9　　D. -6

5．若曲线 $y=x^{\alpha}+1(\alpha\in\mathbf{R})$ 在点 $(1,2)$ 处的切线经过坐标原点，则 α=__________.

6．设函数 $f(x)$ 满足 $x^2f'(x)+2xf(x)=\dfrac{e^x}{x},f(2)=\dfrac{e^2}{8}$，则当 $x>0$ 时，$f(x)$

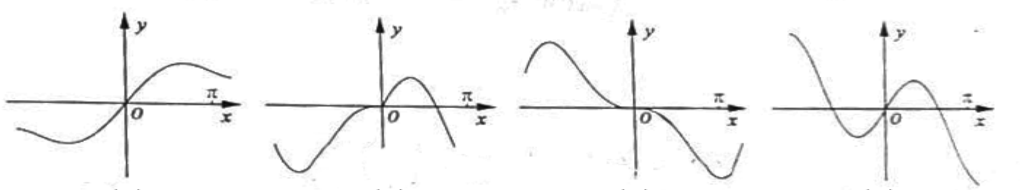
A. 有极大值，无极小值　　B. 有极小值，无极大值

C. 既有极大值又有极小值　　D. 既无极大值也无极小值

7．若函数 $f(x)=(1-x^2)(x^2+ax+b)$ 的图象关于直线 $x=-2$ 对称，则 $f(x)$ 的最大值是

__________.

8．函数 $y=x\cos x+\sin x$ 的图象大致为



(A)　(B)　(C)　(D)

9．已知函数 $f(x)=x(\ln x-ax)$ 有两个极值点，则实数 a 的取值范围是

A．$(-\infty,0)$　　B．　　C．　　D．

10．若函数 $f(x)=x^2+ax+\dfrac{1}{x}$ 在 $(\dfrac{1}{2},\infty)$ 上是增函数，则 a 的取值范围是

A. $[-1,0]$　　B. $[-1,\infty]$　　C. $[0,3]$　　D. $[3,+\infty)$

11．设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$x_0(x_0\neq 0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点，以下结论一定正确的是

A．$\forall x\in R,f(x)\le f(x_0)$　　B．$-x_0$ 是 $f(-x)$ 的极小值点

C．$-x_0$ 是 $-f(x)$ 的极小值点　　D．$-x_0$ 是 $-f(-x)$ 的极小值点

【解析】

A．$x_0(x_0\neq 0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点，并不是最大值点

B．$f(-x)$ 相当于 $f(x)$ 关于 y 轴的对称图像，故 $-x_0$ 应是 $f(-x)$ 的极大值点

C．$-f(x)$ 相当于 $f(x)$ 关于 x 轴的对称图像，故 x_0 应是 $-f(x)$ 的极小值点，跟 $-x_0$ 没有关系

D．$-f(-x)$ 相当于 $f(x)$ 先关于 y 轴的对象，再关于 x 轴的对称图像．故 D 正确

12．已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，下列结论中错误的是

A. $\exists x_0\in\mathbf{R}, f(x_0)=0$.

B. 函数 y=f（x）的图像是中心对称图形.

C. 若 x_0 是 $f(x)$ 的极小值点，则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,x_0)$ 单调递减.

D. 若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点，则 $f'(x_0)=0$.

13. 若函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ $f(x)=x^3+bx+c$ 有极值点 x_1,x_2，且 $f(x_1)=x_1$，则关于 x 的方程 $3(f(x_1))^2+2af(x)+b=0$ 的不同实根个数是

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

14. 若 $\int_0^T x^2dx=9$，则常数 T 的值是__________.

15. 若 $S_1=\int_1^2 x^2dx, S_2=\int_1^2\frac{1}{x}dx, S_3=\int_1^2 e^x dx,$ 则 $S_1S_2S_3$ 的大小关系为

A. $S_1<S_2<S_3$　　B. $S_2<S_1<S_3$　　C. $S_2<S_3<S_1$　　D. $S_3<S_2<S_1$

16．一辆汽车在高速公路上行驶，由于遇到紧急情况而刹车，以速度 $v(t)=7-3t+\frac{25}{1+t}$（t 的单位是 s，v 的单位是 m/s）行驶至停止。在此期间汽车继续行驶的距离（单位 m）是

A．1+25 ln 5　　B．8+25 $\ln\frac{11}{3}$　　C．4+25 ln 5　　D4+50 ln 2

17．直线 l 过抛物线 $C:x^2=4y$ 的焦点且与 y 轴垂直，则 l 与 C 所围成的图形的面积等于

A. $\frac{4}{3}$　　B.2　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

18. (本小题共 13 分)

设 l 为曲线 C：$y=\frac{\ln x}{x}$ 在点 $(1,0)$ 处的切线.

（I）求 l 的方程;

（II）证明：除切点 $(1,0)$ 之外，曲线 C 在直线 l 的下方.

19.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=x-a\ln x(a\in\mathbf{R})$.

（1）当 $a=2$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $A(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）求函数 $f(x)$ 的极值.

本小题主要考查函数．函数的导数．不等式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想．分类与整合思想，数形结合思想．化归与转化思想．满分 13 分．

解：函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$， $f'(x)=1-\dfrac{a}{x}$.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时， $f(x)=x-2\ln x$， $f'(x)=1-\dfrac{2}{x}(x>0)$，

$\therefore f(1)=1, f'(1)=-1$，

$\therefore y=f(x)$ 在点 $A(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-1=-(x-1)$，
即 $x+y-2=0$.

（Ⅱ）由 $f'(x)=1-\dfrac{a}{x}=\dfrac{x-a}{x}, x>0$ 可知：

①当 $a\le 0$ 时， $f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 为 $(0,+\infty)$ 上的增函数，函数 $f(x)$ 无极值；

②当 $a>0$ 时，由 $f'(x)=0$，解得 $x=a$；

$\because x\in(0,a)$ 时， $f'(x)<0$， $x\in(a,+\infty)$ 时， $f'(x)>0$

$\therefore f(x)$ 在 $x=a$ 处取得极小值，且极小值为 $f(a)=a-a\ln a$，无极大值.
综上：当 $a\le 0$ 时，函数 $f(x)$ 无极值

当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 处取得极小值 $a-a\ln a$，无极大值.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2e^{-x}$.

（I）求 $f(x)$ 的极小值和极大值；

（II）当曲线 $y=f(x)$ 的切线 l 的斜率为负数时，求 l 在 x 轴上截距的取值范围.

海南

21.（本小题满分共 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x(ax+b)-x^2-4x$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处切线方程为 $y=4x+4$.

（Ⅰ）求 a,b 的值；

（Ⅱ）讨论 $f(x)$ 的单调性，并求 $f(x)$ 的极大值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=ex-\ln(x+m)$.

（I）设 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点，求 m，并讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）当 $m\le 2$ 时，证明 $f(x)>0$.

23.（本小题满分 12 分）

（I）证明：当 $x\in\left[0,1\right]$时，$\frac{\sqrt{2}}{2}x\le\sin x\le x$;

（II）若不等式 $ax+x^2+\frac{x^3}{2}+2(x+2)\cos x\le 4$ 对 $x\in[0,1]$ 恒成立，求 a 的取值范围.

24.（本小题满分 12 分）

某村庄拟修建一个无盖的圆柱形蓄水池（不计厚度）．设该蓄水池的底面半径为 r 米，高为 h 米，体积为 V 立方米．假设建造成本仅与表面积有关，侧面积的建造成本为 100 元/平方米，底面的建造成本为 160 元/平方米，该蓄水池的总建造成本为 12000π 元（π 为圆周率）.

（Ⅰ）将 V 表示成 r 的函数 $V(r)$，并求该函数的定义域;

（Ⅱ）讨论函数 $V(r)$ 的单调性，并确定 r 和 h 为何值时该蓄水池的体积最大.

解：（1）由总成本知 $200\pi rh+160\pi r^2=12000\pi$，所以 $h=\frac{1}{5r}(300-4r^2)$.

$V(r)=\frac{\pi}{5}(300r-4r^3)$.

（2）$V'(r)=\frac{\pi}{5}(300-12r^2)$

令 $V'(r)=0$，得 $r=5$.

单调性

由此可知，$V(r)$ 在 $r=5$ 处取得最大值，此时 $h=8$.

1．不等式 $x^2+x-2<0$ 的解集为___________.

2．已知集合 $A=\{x\,|\,x^2-2x>0\},B=\{x\,|-\sqrt{5}<x<\sqrt{5}\}$，则

A. A∩B=∅　　　B. A∪B=R　　　C. B⊆A　　　D. A⊆B

3．已知集合 $M=\{x\,|\,(x-1)^2<4,x\in\mathbf{R}\}$， $N=\{-1,0,1,2,3\}$，则 $M\cap N=$

A.｛0,1,2｝　　　B.｛-1,0,1,2｝　　　C. {-1,0,2,3}　　　D. {0,1,2,3}

4．已知全集为 R，集合 A=$\{x\,|\,(\frac{1}{2})^x\le 1\},B=\{x\,|\,x^2-6x+8\le 0\}$,则 $A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=$

A． $\{x\,|\,x\le 0\}$　　　B． $\{x\,|\,2\le x\le 4\}$

C． $\{x\,|\,0\le x<2或x>4\}$　　　D． $\{x\,|\,0<x\le 2或x\ge 4\}$

5．关于 x 的不等式 $x^2-2ax-8a^2<0(a>0)$ 的解集为 (x_1,x_2)，且 $x_2-x_1=15$，则 $a=$

A. $\frac{5}{2}$　　　B. $\frac{7}{2}$　　　C. $\frac{15}{4}$　　　D. $\frac{15}{2}$

6．已知一元二次不等式 $f(x)$<0 的解集为 $\{x\,|\,x<-1,或x>\frac{1}{2}\}$，则 $f(10^x)$>0 的解集为

A. $\{x\,|\,x<-1或x>\lg 2\}$　　　B. $\{x\,|-1<x<\lg 2\}$

C. $\{x\,|\,x>-\lg 2\}$　　　D. $\{x\,|\,x<-\lg 2\}$

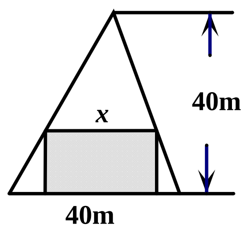
7．设 $0\le\alpha\le\pi$，不等式 $8x^2-(8\sin\alpha)x+\cos 2\alpha\ge 0$ 对 $x\in R$ 恒成立，则 a 的取值范围为

______________.【答案】$[0,\frac{\pi}{6}]\cup[\frac{5\pi}{6},\pi]$.

8. 在如图所示的锐角三角形空地中，欲建一个面积不小于 300m^{2}的内接矩形花园(阴影部分)，则其边长x(单位m)的取值范围是

A. [15,20]　　　B. [12,25]

C. [10,30]　　　D. [20,30]



9．若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}y\le 2x\\x+y\le 1\\y\ge -1\end{cases}$，则 $x+2y$ 的最大值是

A． -$\frac{5}{2}$　　　B． 0　　　C． $\frac{5}{3}$　　　D． $\frac{5}{2}$

10．已知变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+3\ge 0\\-1\le x\le 1\\y\ge 1\end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值是__________.

11．若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x\ge 0,\\x+3y\ge 4,\\3x+y\le 4\end{cases}$，则 $z=-x+y$ 的最小值为__________.

12．设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}1\le x\le 3,\\-1\le x-y\le 0\end{cases}$，则 $z=2x-y$ 的最大值为________.

13．设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}3x+y-6\ge 0,\\x-y-2\le 0,\\y-3\le 0,\end{cases}$ 则目标函数 $z=y-2x$ 的最小值为

A. -7　　B. -4　　C. 1　　D. 2

14．若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\le 8,\\2y-x\le 4,\\x\ge 0,\\y\ge 0,\end{cases}$ 且 $z=5y-x$ 的最大值为 a，最小值为 b，则 $a-b$ 的值是

A. 48　　B. 30　　C. 24　　D. 16

15．某旅行社租用 A、B 两种型号的客车安排 900 名客人旅行，A、B 两种车辆的载客量分别为 36 人和 60 人，租金分别为 1600 元/辆和 2400 元/辆，旅行社要求租车总数不超过 21 辆，且 B 型车不多于 A 型车 7 辆．则租金最少为

A．31200 元　　B．36000 元　　C．36800 元　　D．38400 元

16．在平面直角坐标系 xOy 中，M 为不等式组：$\begin{cases}2x-y-2\ge 0,\\x+2y-1\ge 0,\\3x+y-8\le 0\end{cases}$ 所表示的区域上一动点，则直线 OM 斜率的最小值为

A. 2　　B. 1　　C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

17．设 D 为不等式组 $\begin{cases}x\ge 0,\\2x-y\le 0,\\x+y-3\le 0\end{cases}$ 表示的平面区域，区域 D 上的点与点 $(1,0)$ 之间的距离的最小值为__________.

18．记不等式组 $\begin{cases}x\ge 0,\\x+3y\ge 4,\\3x+y\le 4\end{cases}$ 所表示的平面区域为 D. 若直线 $y=a(x+1)$ 与 D 有公共点，则 a 的取值范围是___________.

19．给定区域：$D:\begin{cases}x+4y\ge 4,\\x+y\le 4,\\x\ge 0\end{cases}$.令点集

$T=\{(x_0,y_0)\in D\mid x_0,y_0\in\mathbf{Z},(x_0,y_0)\text{是}z=x+y\text{在}D\text{上取得最大值或最小值的点}\}$，

则 T 中的点共确定________条不同的直线.

20．设关于 x,y 的不等式组 $\begin{cases}2x-y+1>0,\\ x+m<0,\\ y-m>0\end{cases}$ 表示的平面区域内存在点 $P(x_0,y_0)$ 满足 $x_0-2y_0=2$，求得 m 的取值范围是

A. $(-\infty,-\frac{4}{3})$　　B. $(-\infty,\frac{1}{3})$　　C. $(-\infty,-\frac{2}{3})$　　D. $(-\infty,-\frac{5}{3})$

21．在实数范围内，不等式 $\left||x-2|-1\right|\le 1$ 的解集为____________.

22．不等式 $\left|x^2-2\right|<2$ 的解集是

A. $(-1,1)$　　B. $(-2,2)$　　C. $(-1,0)\cup(0,1)$　　D. $(-2,0)\cup(0,2)$

23．设 $a,b\in\mathbf{R}$, 且 $|a-b|>2$，则关于实数 x 的不等式 $|x-a|+|x-b|>2$ 的解集是________.

24．若关于实数 x 的不等式 $|x-5|+|x+3|<a$ 无解，则实数 a 的取值范围是________.

25．设不等式 $|x-2|<a(a\in N^*)$ 的解集为 A，且 $\frac{3}{2}\in A,\frac{1}{2}\notin A$.

（1）求 a 的值；

（2）求函数 $f(x)=|x+a|+|x-2|$ 的最小值.

26．已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x+a|,g(x)=x+3$.

（Ⅰ）当 $a=-2$ 时，求不等式 $f(x)<g(x)$ 的解集；

（Ⅱ）设 $a>-1$，且当 $x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2})$ 时， $f(x)\le g(x)$，求 a 的取值范围.

27．已知函数 $f(x)=|x-a|$，其中 $a>1$.

（I）当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\ge 4-|x-4|$ 的解集；

（II）已知关于 x 的不等式 $|f(2x+a)-2f(x)|\le 2$, 的解集为 $\{x|1\le x\le 2\}$，求 a 的值.

28．已知函数 $f(x)=4x+\frac{a}{x}(x>0,a>0)$ 在 $x=3$ 时取得最小值，则 $a=$__________.

28. $\sqrt{(3-a)(a+6)}(-6\le a\le 3)$ 的最大值为

A. 9　　B. $\frac{9}{2}$　　C. 3　　D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

29．若 $2^x+2^y=1$，则 $x+y$ 的取值范围是

A．$[0,2]$　　B．$[-2,0]$　　C．$[-2,+\infty)$　　D．A

30．设正实数 x,y,z 满足 $x^2-3xy+4y^2-z=0$，则当 $\frac{z}{xy}$ 取得最小值时，$x+2y-z$ 的最大值为

A. 0　　B. $\frac{9}{8}$　　C. 2　　D. $\frac{9}{4}$

31．设 $a,b,c\in\mathbf{R}$, 且 $a<b$，则

A．$ac>bc$　　B．$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　C．$a^2>b^2$　　D．$a^3>b^3$

32．设 $a+b=2,b>0$，则当 $a=$_________时，$\frac{1}{2|a|}+\frac{|a|}{b}$ 取得最小值.

33．已知 a,b,m,n 均为正数，且 $a+b=1,mn=2$，则 $(am+bn)(bm+an)$ 的最小值为_____.

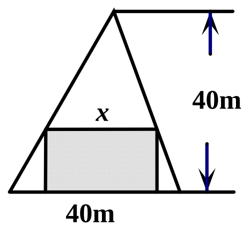
34．已知 $a,b,c\in,a+2b+3c=6,$ 则 $a^2+4b^2+9c^2$ 的最小值为____________.

35．设 a,b,c 均为正数，且 $a+b+c=1$，证明:

（Ⅰ）$ab+bc+ca\le\frac{1}{3}$;

（Ⅱ）$\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\ge 1$.

A. 在如图所示的锐角三角形空地中，欲建一个面积最大的内接矩形花园(阴影部分)，则其边长 x 为__________(m).



B．若非负数变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\ge -1,\\ x+2y\le 4\end{cases}$，则 $x+y$ 的最大值为__________.

C．设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\ge 0,\\ x+y-1\ge 0,\\ x\le 3\end{cases}$，则 $z=2x-3y$ 的最小值是

（A）-7　　（B）-6　　（C）-5　　（D）-3

B．若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y\le 8, \\ 0\le x\le 4, \\ 0\le y\le 3, \end{cases}$ 则 $x+y$ 的最大值为__________.

D．若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\le 2 \\ x\ge 1 \\ y\ge 0 \end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值和最小值分别为（　　）

A．4 和 3　　B．4 和 2　　C．3 和 2　　D．2 和 0

7. 若点(x,y)位于曲线 $y=|x|$ 与 $y=2$ 所围成的封闭区域, 则 $2x-y$ 的最小值为

A. -6　　(B. -2　　C. 0　　D. 2

E．已知 $a>0$，x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x\ge 1, \\ x+y\le 3, \\ y\ge a(x-3) \end{cases}$，若 $z=2x+y$ 的最小值为 1，则 a=

（A）$\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）1　　（D）2

F．在平面直角坐标系 xOy 中，M 为不等式组 $\begin{cases} 2x+3y-6\le 0 \\ x+y-2\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ 所表示的区域上一动点，则直线 OM 的斜率的最小值为__________.

G．抛物线 $y=x^2$ 在 $x=1$ 处的切线与两坐标轴围成三角形区域为 D（包含三角形内部和边界)。若点 $P(x,y)$ 是区域 D 内的任意一点，则 $x+2y$ 的取值范围是____________.

H．设 $x,y,z\in\mathbf{R}$，且满足：$x^2+y^2+z^2=1, x+2y+3z=\sqrt{14}$，则 $x+y+z=$_________.

I．设正实数 x,y,z 满足 $x^2-3xy+4y^2-z=0$．则当 $\frac{xy}{z}$ 取得最大值时，$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{2}{z}$ 的最大值为

（A）0　　（B）1　　（C）$\frac{9}{4}$　　（D）3

1．已知等比数列$\{a_n\}$是递增数列，S_n是$\{a_n\}$的前n项和，若a_1,a_3是方程$x^2-5x+4=0$的两个根，则$S_6=$__________.

2．若$2,a,b,c,9$成等差数列，则$c-a=$__________.【答案】$\frac{7}{2}$.

3．等比数列$x,3x+3,6x+6,\cdots$的第四项等于

A．-24　　B. 0　　C. 12　　D. 24

4．若等比数列$\{a_n\}$满足$a_2+a_4=20,a_3+a_5=40$，则公比q=______；前n项S_n=_____.

5．设S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_8=4a_3,a_7=-2$，则$a_9=$

A.-6　　B.-4　　C.-2　　D.2

6．下面是关于公差$d>0$的等差数列$\{a_n\}$的四个命题：

p_1:数列$\left\{a_n\right\}$是递增数列；　　p_2:数列$\left\{na_n\right\}$是递增数列；

p_3:数列$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$是递增数列；　　p_4:数列$\left\{a_n+3nd\right\}$是递增数列；

其中的真命题为

A. p_1,p_2　　B. p_3,p_4　　C. p_2,p_3　　D. p_1,p_4

7．设数列$\{a_n\}$是首项为1，公比为-2的等比数列，则$a_1+|a_2|+a_3+|a_4|=$________.

8．已知数列$\{a_n\}$满足$3a_{n+1}+a_n=0,a_2=-\frac{4}{3}$，则$\{a_n\}$的前10项和等于

A.$-6(1-3^{-10})$　　B.$\frac{1}{9}(1-3^{-10})$　　C.$3(1-3^{-10})$　　D.$3(1+3^{-10})$

9．设首项为1，公比为$\frac{2}{3}$的等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则

A.$S_n=2a_n-1$　　B.$S_n=3a_n-2$　　C.$S_n=4-3a_n$　　D.$S_n=3-2a_n$

10．在正项等比数列$\{a_n\}$中，$a_5=\frac{1}{2},a_6+a_7=3$，则满足$a_1+a_2+\cdots+a_n>a_1a_2\cdots a_n$的最大正整数$n$的值为___________.

11. (本小题满分12分)

在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2-a_1=2$，且$2a_2$为$3a_1$和a_3的等差中项，求数列$\{a_n\}$的首项、公比及前n项和.

12. （本小题满分 12 分）

正项数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足：$S_n^{\ 2}-(n^2+n-1)S_n-(n^2+n)=0$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）令$b_n=\dfrac{n+1}{(n+2)^2a_n^{\ 2}}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，证明：对于任意的$n\in N^*$，都有$T_n<\dfrac{5}{64}$.

13.(本小题满分 12 分)

设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_4=4S_2,a_{2n}=2a_n+1$.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式

(Ⅱ)设数列$\{b_n\}$满足$\dfrac{b_1}{a_1}+\dfrac{b_2}{a_2}+\ldots\dfrac{b_n}{a_n}=1-\dfrac{1}{2^n}$，求$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

14．（本小题满分 10 分）

等差数列$\{a_n\}$中，$a_7=4,a_{19}=2a_9$.

（I）求$\{a_n\}$的通项公式；

（II）设$b_n=\dfrac{1}{na_n}$，求数列$\left\{b_n\right\}$的前项和S_n.

15.（本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为零，$a_1=25$，且a_1,a_{11},a_{13}成等比数列.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求$a_1+a_4+a_7+\cdots+a_{3n-2}$.

16.（本小题满分 16 分）

设$\{a_n\}$是首项为a，公差为d的等差数列$(d\neq 0)$，S_n是其前n项和. 记$b_n=\dfrac{nS_n}{n^2+c}$，$n\in N^*$，其中c为实数.

（1）若$c=0$，且b_1,b_2,b_4成等比数列，证明：$S_{nk}=n^2S_k$（$k,n\in N^*$）；

（2）若$\{b_n\}$是等差数列，证明$c=0$.

证：（1）若$c=0$，则$a_n=a+(n-1)d$，$S_n=\dfrac{n[(n-1)d+2a]}{2}$，$b_n=\dfrac{(n-1)d+2a}{2}$.

当b_1，b_2，b_4成等比数列，$b_2^2=b_1b_4$，

即：$\left(a+\dfrac{d}{2}\right)^2=a\left(a+\dfrac{3d}{2}\right)$，得：$d^2=2ad$，又$d\neq 0$，故$d=2a$.

由此：$S_n=n^2a$，$S_{nk}=(nk)^2a=n^2k^2a$，$n^2S_k=n^2k^2a$.

故：$S_{nk}=n^2S_k$（$k,n\in N^*$）.

（2）$b_n=\dfrac{nS_n}{n^2+c}=\dfrac{n^2\dfrac{(n-1)d+2a}{2}}{n^2+c}$，

$$=\frac{n^2\dfrac{(n-1)d+2a}{2}+c\dfrac{(n-1)d+2a}{2}-c\dfrac{(n-1)d+2a}{2}}{n^2+c}$$

$$=\frac{(n-1)d+2a}{2}-\frac{c\dfrac{(n-1)d+2a}{2}}{n^2+c}.\qquad (※)$$

若$\{b_n\}$是等差数列，则$b_n=An+Bn$型.

观察(※)式后一项，分子幂低于分母幂，

故有：$\dfrac{c\dfrac{(n-1)d+2a}{2}}{n^2+c}=0$，即$c\dfrac{(n-1)d+2a}{2}=0$，而$\dfrac{(n-1)d+2a}{2}\neq 0$，

故$c=0$.

经检验，当$c=0$时$\{b_n\}$是等差数列.

17.（本小题满分 12 分）

正项数列$\{a_n\}$满足$a_n{}^2-(2n-1)a_n-2n=0$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）令$b_n=\dfrac{1}{(n+1)a_n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和T_n.

17．解：（1）$\because a_n^2-(2n-1)a_n-2n=0$且$a_n>0$, $\quad\therefore a_n=2n.$

$$\because b_n=\frac{1}{(n+1)a_n}=\frac{1}{(n+1)2n}=\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$$

（2） $\therefore T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$

$$=\frac{1}{2}(\frac{1}{1}-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$$

$$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{n+1})$$

$$=\frac{n}{2n+2}$$

18.（本小题满分12分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足：$S_3=0,S_5=-5$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求数列$\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\}$的前$n$项和.

19.（本小题满分 13 分）

已知S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和，S_4,S_2,S_3成等差数列，且$a_2+a_3+a_4=-18$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）是否存在正整数n，使得$S_n\geq 2013$？若存在，求出符合条件的所有n的集合；若不存在，说明理由.

20.（本小题满分 13 分）

设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前项和，已知 $a_1 \neq 0, 2a_n - a_1 = S_1 \cdot S_n, n \in \mathbf{N}^*$.

（Ⅰ）求 a_1, a_2，并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和.

解：

（1）由 $a_1 \neq 0, 2a_n - a_1 = S_1 \cdot S_n, n \in \mathbf{N}^*$ 可得 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_n = 2a_{n-1}$，进而 $a_n = 2^{n-1}$.

（2）设 $T_n = 1 + 2\times 2 + 3\times 2^2 + \cdots + n\times 2^{n-1}$

则　$2T_n = 1\times 2 + 2\times 2^2 + 3\times 2^3 + \cdots + n\times 2^n$

两式相减得 $-T_n = 1 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1} - n\times 2^n$

最后 $T_n = 1 + (n-1)\cdot 2^n$.

21.（本小题满分 12 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = 1$，前 n 项和为 S_n.

（1）若 $1, a_1, a_3$ 成等比数列，求 a_1；

（2）若 $S_5 > a_1 a_9$，求 a_1 的取值范围.

本小题主要考查等比等差数列、等比数列和不等式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想、化归与转化思想．满分 12 分．

解：（1）因为数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = 1$，且 $1, a_1, a_3$ 成等比数列，

所以 $a_1^2 = 1\times(a_1 + 2)$，

即 $a_1^2 - a_1 - 2 = 0$，解得 $a_1 = -1$ 或 $a_1 = 2$.

（2）因为数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = 1$，且 $S_5 > a_1 a_9$，

所以 $5a_1 + 10 > a_1^2 + 8a_1$；

即 $a_1^2 + 3a_1 - 10 < 0$，解得 $-5 < a_1 < 2$

22.（本小题满分 13 分，（Ⅰ）小问 7 分，（Ⅱ）小问 6 分）

设数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1,a_{n+1}=3a_n,n\in\mathbf{N}_+$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式及前n项和S_n；

（Ⅱ）已知$\{b_n\}$是等差数列，T_n为前n项和，且$b_1=a_2,b_3=a_1+a_2+a_3$，求T_{20}.

23.（本小题满分 14 分）

设各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$4S_n={a_{n+1}}^2-4n-1,n\in\mathbf{N}^*$, 且$a_2,a_5,a_{14}$构成等比数列.

（1）证明：$a_2=\sqrt{4a_1+5}$；

（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（3）证明：对一切正整数n，有$\dfrac{1}{a_1a_2}+\dfrac{1}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+1}}<\dfrac{1}{2}$.

【解析】（1）当$n=1$时，$4a_1=a_2^2-5,a_2^2=4a_1+5$，$\because a_n>0\therefore a_2=\sqrt{4a_1+5}$

（2）当$n\ge2$时，$4S_{n-1}=a_n^2-4(n-1)-1$，$4a_n=4S_n-4S_{n-1}=a_{n+1}^2-a_n^2-4$

$a_{n+1}^2=a_n^2+4a_n+4=(a_n+2)^2$，$\because a_n>0\therefore a_{n+1}=a_n+2$

$\therefore$当$n\ge2$时，$\{a_n\}$是公差$d=2$的等差数列.

$\because a_2,a_5,a_{14}$构成等比数列，$\therefore a_5^2=a_2\cdot a_{14}$，$(a_2+8)^2=a_2\cdot(a_2+24)$，解得$a_2=3$，

由（1）可知，$4a_1=a_2^2-5=4,\therefore a_1=1$

$\because a_2-a_1=3-1=2\ \therefore$ $\{a_n\}$是首项$a_1=1$,公差$d=2$的等差数列.

$\therefore$数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n-1$.

（3）$\dfrac{1}{a_1a_2}+\dfrac{1}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{1\cdot3}+\dfrac{1}{3\cdot5}+\dfrac{1}{5\cdot7}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

$=\dfrac{1}{2}\cdot[(1-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7})+\cdots+(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})]=\dfrac{1}{2}\cdot[1-\dfrac{1}{2n+1}]<\dfrac{1}{2}$.

24. (本小题满分 14 分)

已知首项为 $\dfrac{3}{2}$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $-2S_2, S_3, 4S_4$ 成等差数列.

(Ⅰ) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ) 证明 $S_n+\dfrac{1}{S_n}\le\dfrac{13}{6}(n\in\mathbf{N}^*)$.

25.（本小题满分 13 分）

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2, a_2+a_4=8$，且对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，函数

$f(x)=(a_n-a_{n+1}+a_{n+2})x+a_{n+1}\cdot\cos x-a_{n+2}\cdot\sin x$ 满足 $f'(\dfrac{\pi}{2})=0$.

(Ⅰ)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若 $b_n=2(a_n+\dfrac{1}{2^{a_n}})$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

【解析】由 $a_1=2$　　　$a_2+a_4=8$

$$f(x)=(a_n-a_{n+1}+a_{n+2})x+a_{n+1}\cdot\cos x-a_{n+2}\cdot\sin x$$

$$f'(x)=a_n-a_{n+1}+a_{n+2}-a_{n+1}\cdot\sin x-a_{n+2}\cdot\cos x$$

$$f'(\frac{\pi}{2})=a_n-a_{n+1}+a_{n+2}-a_{n+1}=0$$

所以，$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$　　　$\therefore\{a_n\}$ 是等差数列.

而 $a_1=2, a_3=4, d=1$　　$\therefore a_n=2+(n-1)\cdot 1=n+1$

（2）$b_n=2(a_n+\dfrac{1}{2^{a_n}})=2(n+1+\dfrac{1}{2^{n+1}})=2(n+1)+\dfrac{1}{2^n}$

$$S_n=\frac{2(2+n+1)n}{2}+\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}=n(n+3)+1-\frac{1}{2^n}=n^2+3n+1-\frac{1}{2^n}$$

26. (本小题满分 12 分)

设 S_n 表示数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

(Ⅰ) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列，推导 S_n 的计算公式;

(Ⅱ) 若 $a_1=1, q\neq 0$，且对所有正整数 n，有 $S_n=\dfrac{1-q^n}{1-q}$. 判断 $\{a_n\}$ 是否为等比数列.

【解析】(Ⅰ) 设公差为 d,则 $a_n=a_1+(n-1)d$

$$\begin{cases} S_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}+a_n \\ S_n=a_n+a_{n-1}+\cdots+a_2+a_1 \end{cases} \Rightarrow 2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots+(a_{n-1}+a_1)+(a_n+a_1)$$

$$\Rightarrow 2S_n=n(a_1+a_n)\Rightarrow S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=n(a_1+\frac{n-1}{2}d).$$

(Ⅱ) $a_1=1$，$q\neq 0$,由题知$q\neq 1$。

$$\forall n\in N^*，S_n=\frac{1-q^n}{1-q}\Rightarrow a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}-\frac{1-q^n}{1-q}=\frac{q^n-q^{n+1}}{1-q}=q^n$$

$$a_n=\begin{cases} 1 & n=1 \\ q^{n-1} & n\geq 2 \end{cases}\Rightarrow a_n=q^{n-1}，n\in N^*.$$

所以，数列 $\{a_n\}$ 是首项 $a_1=1$,公比 $q\neq 1$ 的等比数列.

1．等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_3=a_2+10a_1,a_5=9$，则$a_1=$

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{9}$　　D. $-\frac{1}{9}$

2．等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_{10}=0,S_{15}=25$，则nS_n的最小值为________.

3．在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_3+a_8=10$，则$3a_5+a_7=$________.

4．已知$\{a_n\}$是等差数列，$a_1=1$，公差$d\neq 0$，S_n为其前n项和，若a_1,a_2,a_5成等比数列，则$S_8=$__________.

5．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_{m-1}=-2,S_m=0,S_{m+1}=3$，则$m$=

A、3　　B、4　　C、5　　D、6

6．若数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n=\frac{2}{3}a_n+\frac{1}{3}$，则数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=$______.

7．设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_n=(-1)^n a_n-\frac{1}{2^n},n\in\mathbf{N}^*$，则

（1）$a_3=$_____；

（2）$S_1+S_2+\cdots+S_{100}=$___________.

8. 如图，互不相同的点$A_1,A_2\ldots,X_n,\ldots$和$B_1,B_2\ldots,B_n,\ldots$分别在角O的两条边上，所有A_nB_n相互平行，且所有梯形$A_nB_nB_{n+1}A_{n+1}$的面积均相等。设$OA_n=a_n$.若$a_1=1,a_2=2,$则数列$\{a_n\}$的通项公式是_________.

9．已知等比数列$\{a_n\}$的公比为q，记$b_n=a_{m(n-1)+1}+a_{m(n-1)+2}+\ldots+a_{m(n-1)+m}$，

$c_n=a_{m(n-1)+1}\cdot a_{m(n-1)+2}\cdot\ldots\cdot a_{m(n-1)+m}(m,n\in\mathbf{N}^*)$,则以下结论一定正确的是

A．数列$\{b_n\}$为等差数列，公差为q^m　　B．数列$\{b_n\}$为等比数列，公比为q^{2m}

C．数列$\{c_n\}$为等比数列，公比为q^{m^2}　　D．数列$\{c_n\}$为等比数列，公比为q^{m^m}

【答案】：64

10.（本小题满分10分）

等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_3=a_2{}^2$且S_1,S_2,S_4成等比数列，求$\{a_n\}$的通项公式.

11.（本小题满分 12 分）

已知等比数列$\{a_n\}$满足：$|a_2-a_3|=10, a_1a_2a_3=125.$

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）是否存在正整数 m，使得$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}\geq 1$？若存在，求 m 的最小值；若不存在，说明理由.

12. (本小题满分 12 分)

在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2-a_1=8$，且a_4为a_2和a_3的等比中项，求数列$\{a_n\}$的首项、公差及前n项和.

13.（本小题满分 12 分）

设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=4S_2, a_n=2a_n+1$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设数列$\{b_n\}$的前n项和T_n，且$T_n+\frac{a_n+1}{2^n}=\lambda$（λ 为常数），令$c_n=b_{2^n}(n\in\mathbf{N}^*)$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$R_n$.

14.（本小题满分 14 分）

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_1=1, \frac{2S_n}{n}=a_{n+1}-\frac{1}{3}n^2-n-\frac{2}{3}, n\in\mathbf{N}^*$

（1）求a_2的值；

（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（3）证明：对一切正整数n，有$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{7}{4}$.

15. (本小题满分 14 分)

已知首项为 $\frac{3}{2}$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 不是递减数列, 其前 **n** 项和为 $S_n(n\in\mathbf{N}^*)$, 且 S_3+a_3, S_5+a_5, S_4+a_4 成等差数列.

(Ⅰ) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ) 设 $T_n=S_n-\frac{1}{S_n}(n\in\mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{T_n\}$ 的最大项的值与最小项的值.

14．古希腊毕达哥拉斯学派的数学家研究过各种多边形数，如三角形数 1,3,6,10，…，第 n 个三角型数为 $\frac{n(n+1)}{2}=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n$，记第 n 个 k 边形数为 $N(n,k)(k\geq 3)$，以下列出了部分 k 边形数中第 n 个数的表达式：

三角形数 $N(n,3)=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n$，

正方形数 $N(n,4)=n^2$，

五边形数 $N(n,5)=\frac{3}{2}n^2-\frac{1}{2}n$，

六边形数 N（n,6）$=N(n,6)=2n^2-n$，

……

可以推测 $N(n,k)$ 的表达式，由此计算 $N(10,24)=$____________

14. 观察下列等式:

$1^2=1$

$1^2-2^2=-3$

$1^2-2^2+3^2=6$

$1^2-2^2+3^2-4^2=-10$

…

照此规律, 第 n 个等式可为________.

13. 观察下列等式:

$(1+1)=2\times 1$

$(2+1)(2+2)=2^2\times 1\times 3$

$(3+1)(3+2)(3+3)=2^3\times 1\times 3\times 5$

……

照此规律, 第 n 个等式可为________.

1．已知α是第二象限角，$\sin\alpha=\dfrac{5}{13}$,则$\cos\alpha=$

A. $-\dfrac{12}{13}$　　B. $-\dfrac{5}{13}$　　C. $\dfrac{5}{13}$　　D. $\dfrac{12}{13}$

2．已知$\sin(\dfrac{5\pi}{2}+\alpha)=\dfrac{1}{5}$，那么$\cos\alpha=$

A. $-\dfrac{2}{5}$　　B. $-\dfrac{1}{5}$　　C. $\dfrac{1}{5}$　　D. $\dfrac{2}{5}$

3．设θ为第二象限角，若$\tan(\theta+\dfrac{\pi}{4})=-\dfrac{1}{5}$，则$\sin\theta+\cos\theta=$________.

3．若$\sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则$\cos\alpha=$

A. $-\dfrac{1}{3}$　　B. $-\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

4．已知$\sin 2\alpha=\dfrac{2}{3}$，则$\cos 2(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=$

A. $\dfrac{1}{6}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

5．设$\sin 2\alpha=-\sin\alpha$，$\alpha\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$，则$\tan 2\alpha$的值是__________.

6．已知函数$f(x)=\begin{cases}2x^3, x<0\\ -\tan x, 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，则$f(f(\dfrac{\pi}{4}))=$________

【答案】-2

7．函数$y=3\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$的最小正周期为_________

8．函数$y=\sin 2x+2\sqrt{3}\sin^2 x$的最小正周期$T$为_________

9．设当$x=\theta$时，函数$f(x)=\sin x-2\cos x$取得最大值，则$\cos\theta=$______.

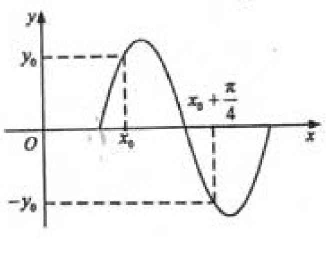
10．函数$f(x)=\sin(2x-\dfrac{\pi}{4})$在区间$[0,\dfrac{\pi}{2}]$上的最小值是

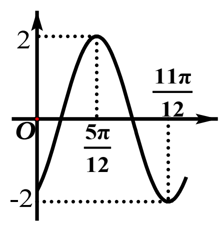
A. -1　　B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 0

11. 设$f(x)=\sqrt{3}\sin 3x+\cos 3x$,若对任意实数$x$都有$|f(x)|\le a$,则实数$a$的取值范围是____.

12．若函数$y=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$的部分图象如图所示，则$\omega=$

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2





13．函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，则 ω,φ 的值分别是

A. $2,-\frac{\pi}{3}$　　　　B. $2,-\frac{\pi}{6}$　　　　C. $4,-\frac{\pi}{6}$　　　　D. $4,\frac{\pi}{3}$

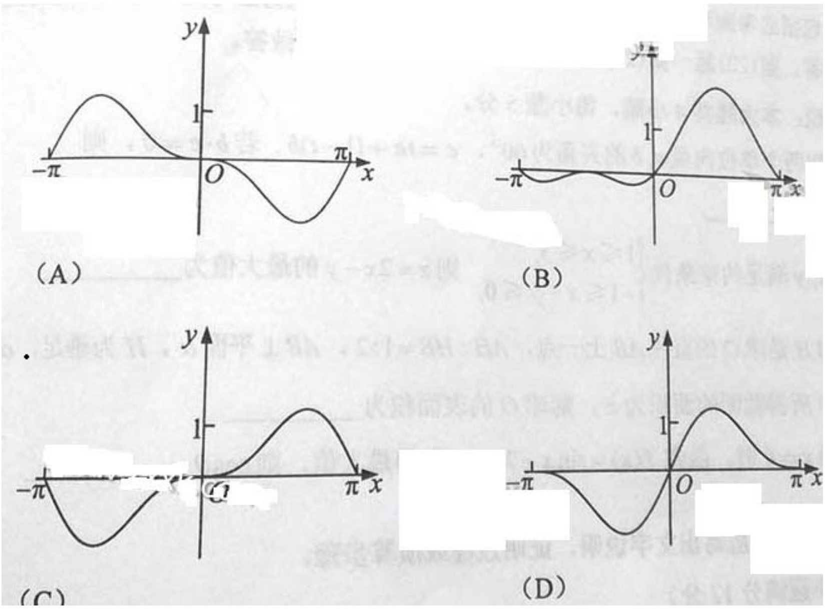
14．将函数 $f(x)=\sin(2x+\theta)(-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2})$ 的图象向右平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $f(x),g(x)$ 的图象都经过点 $P(0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，则 φ 的值可以是（　　）

A．$\varphi=k\pi-\frac{\pi}{6}$　　B．$\varphi=k\pi$ 或 $\varphi=k\pi-\frac{\pi}{6}$ C．$\varphi=k\pi$　　　　D．

【答案】B

【解析】本题考查的是分段函数求值．$f(f(\frac{\pi}{4}))=f(-\tan\frac{\pi}{4})=f(-1)=2(-1)^3=-2$．

15．函数 $f(x)=(1-\cos x)\sin x$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图像大致为（　　）



（16）（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=\sin x+\sin(x+\frac{\pi}{3})$．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小值，并求使 $f(x)$ 取得最小值的 x 的集合；

（Ⅱ）不画图，说明函数 $y=f(x)$ 的图像可由 $y=\sin x$ 的图象经过怎样的变化得到。

【解析】（1） $f(x)=\sin x+\sin x\cos\frac{\pi}{3}+\cos x\sin\frac{\pi}{3}$

$$=\sin x+\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$$

$$=\sqrt{(\frac{3}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}\sin(x+\frac{\pi}{6})=\sqrt{3}\sin(x+\frac{\pi}{6})$$

当 $\sin(x+\frac{\pi}{6})=-1$ 时， $f(x)_{\min}=-\sqrt{3}$，此时 $x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}+2k\pi,\therefore x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi,(k\in Z)$

所以，$f(x)$ 的最小值为 $-\sqrt{3}$，此时 x 的集合 $\{x|x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi,k\in Z\}$.

（2）$y=\sin x$ 横坐标不变，纵坐标变为原来的 $\sqrt{3}$ 倍，得 $y=\sqrt{3}\sin x$；然后 $y=\sqrt{3}\sin x$ 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得 $f(x)=\sqrt{3}\sin(x+\frac{\pi}{6})$.

【考点定位】本题主要考查三角恒等变形、三角函数的图像及性质与三角函数图像的变换. 考查逻辑推理和运算求解能力，中等难度.

(18)(本小题满分 12 分)

设函数 $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\sin^2\omega x-\sin\omega x\cos\omega x\ (\omega>0)$，且 $y=f(x)$ 的图象的一个对称中心到最近的对称轴的距离为 $\frac{\pi}{4}$.

（Ⅰ）求 ω 的值；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[\pi,\frac{3\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

解：（1） $f(x)=-\sin(2\omega x-\frac{\pi}{3})$，由题设知 $\frac{2\pi}{2\omega}=4\times\frac{\pi}{4}$.

（2）因为 $\frac{5\pi}{3}\le 2\omega x-\frac{\pi}{3}\le\frac{8\pi}{3}$，所以 $-\frac{\sqrt{3}}{2}\le\sin(2\omega x-\frac{\pi}{3})\le 1$.

16.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\cos x\cos(x-\frac{\pi}{3})$.

（1）求 $f(\frac{2\pi}{3})$ 的值；

（2）求使 $f(x)<\frac{1}{4}$ 成立的 x 的取值集合

16.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{12}), x\in R$.

（1）求 $f(\frac{\pi}{3})$ 的值；

（2）若 $\cos\theta=\frac{3}{5}, \theta\in(\frac{3\pi}{2},2\pi)$，求 $f(\theta-\frac{\pi}{6})$.

【解析】(1) $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}\right)=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$

（2）$\because \cos\theta=\frac{3}{5}$，$\theta\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$，$\sin\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}=-\frac{4}{5}$，

$\therefore f\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\theta\cos\frac{\pi}{4}+\sin\theta\sin\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{5}$.

【解析】这个题实在是太简单，两角差的余弦公式不要记错了.

（15）（本小题共13分）

已知函数 $f(x)=(2\cos^2 x-1)\sin 2x-\cos 4x$.

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值；

（2）若 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 且 $f(\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求 α 的值.

1．已知α是第三象限角，$\sin\alpha=-\dfrac{1}{3}$，则$\tan\alpha=$_________.

2． $4\cos 50^\circ-\tan 40^\circ=$ （ ）

A、$\sqrt{2}$ B、$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ C、$\sqrt{3}$ D、$2\sqrt{2}-1$

3．设当$x=\theta$时，函数$f(x)=\sin x-2\cos x$取得最大值，则$\cos\theta=$______

4．将函数$y=\sqrt{3}\cos x+\sin x(x\in\mathbf{R})$的图像向左平移 m（m＞0）个单位长度后，所得到的图像关于y轴对称，则 m 的最小值是

A. $\dfrac{\pi}{12}$ B. $\dfrac{\pi}{6}$ C. $\dfrac{\pi}{3}$ D. $\dfrac{5\pi}{6}$

5．将函数$y=\sin(2x+\varphi)$的图像沿x轴向左平移$\dfrac{\pi}{8}$单位后，得到一个偶函数的图像，则φ的一个可能取值为

（A）$\dfrac{3\pi}{4}$ （B） （C）0 （D）

6．已知函数$f(x)=\cos x\sin 2x$，下列结论中正确的是

A. $y=f(x)$的图象关于$(\pi,0)$对称 B. $y=f(x)$的图象关于$x=\dfrac{\pi}{2}$对称

C. $f(x)$的最大值是$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D. $f(x)$既是奇函又是周期函数

7.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=4\cos\omega x\cdot\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{4})(\omega>0)$的最小正周期为$\pi$.

（Ⅰ）求ϖ的值；

（Ⅱ）讨论$f(x)$在区间$[0,2]$上的单调性。

8.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\sin(x-\dfrac{\pi}{6})+\cos(x-\dfrac{\pi}{3}),g(x)=2\sin^2\dfrac{x}{2}$.

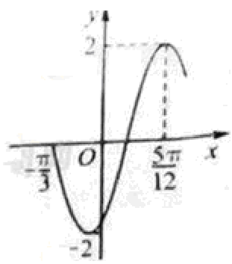
（I）若α是第一象限角，且$f(\alpha)=\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$，求$g(\alpha)$的值；

（II）求使$f(x)\geq g(x)$成立的x的取值集合.

9．函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，则$\omega,\varphi$的值分别是

（A）$2,-\dfrac{\pi}{3}$ （B）$2,-\dfrac{\pi}{6}$

（C）$4,-\dfrac{\pi}{6}$ （D）$4,\dfrac{\pi}{3}$



10. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x)=-\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+6\sin x\cos x-2\cos^2 x+1, x\in \mathbf{R}$.

(Ⅰ) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(Ⅱ) 求 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

11.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{2}\cos(x-\frac{x}{12}), x\in R.$

（1）求 $f(-\frac{\pi}{6})$ 的值；

（2）若 $\cos\theta=\frac{3}{5}, \theta\in(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$，求 $f(2\theta+\frac{\pi}{3}).$

1. 设$\boldsymbol{a}$是已知的平面向量且$\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$. 关于向量$\boldsymbol{a}$的分解，有如下四个命题：

①给定向量$\boldsymbol{b}$,总存在向量$\boldsymbol{c}$，使$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$；

②给定向量$\boldsymbol{b}$和$\boldsymbol{c}$,总存在实数λ和μ，使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$；

③给定向量$\boldsymbol{b}$和正数λ,μ，总存在单位向量$\boldsymbol{c}$,使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$.

④给定正数λ和μ，总存在单位向量$\boldsymbol{b}$和单位向量$\boldsymbol{c}$,使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$.

上述命题中的向量$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$和$\boldsymbol{a}$在同一平面内且两两不共线，则真命题的个数是

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

2. 设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$为向量, 则“$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}\,//\,\boldsymbol{b}$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,m),\boldsymbol{b}=(m,2)$，若$\boldsymbol{a}\,//\,\boldsymbol{b}$，则实数$m$等于

A. $-\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $-\sqrt{2}$或$\sqrt{2}$　　D.0

4. 已知点$A(1,3),B(4,-1)$，则与向量$\overrightarrow{AB}$同方向的单位向量是

A. $(\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$　　B. $(\frac{4}{5},-\frac{3}{5})$　　C. $(-\frac{3}{5},\frac{4}{5})$　　D. $(-\frac{4}{5},\frac{3}{5})$

5. 已知向量$\boldsymbol{m}=(\lambda+1,1),\boldsymbol{n}=(\lambda+2,2)$，若$(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})\perp(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n})$，则$\lambda=$

A. -4　　B. -3　　C. -2　　D. -1

6. 已知$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$是单位向量，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$. 若向量$\boldsymbol{c}$满足$|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=1$, 则$|\boldsymbol{c}|$的最大值为

A. $\sqrt{2}-1$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}+1$　　D. $\sqrt{2}+2$

7. 已知两个单位向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$的夹角为60°，$\boldsymbol{c}=t\boldsymbol{a}+(1-t)\boldsymbol{b}$，若$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=0$，则$t=$_______.

8. 若非零向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=3|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角的余弦值为________.

9. 已知点$O(0,0),A(0,b),B(a,a^3)$，若$\triangle ABC$是直角三角形，则有

A．$b=a^3$　　B．$b=a^3+\frac{1}{a}$

C．$(b-a^3)(b-a^3-\frac{1}{a})=0$　　D．$|b-a^3|+|b-a^3-\frac{1}{a}|=0$

10. 已知点$A(-1,1)$,$B(1,2)$,$C(-2,-1)$,$D(3,4)$，则向量$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{CD}$方向上的投影为

A．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{3\sqrt{15}}{2}$　　C．$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D．$-\frac{3\sqrt{15}}{2}$

11. 设$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$为单位向量，且$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，若$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}_2$，则向量$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$方向上的射影为__________.

12. OA为边，OB为对角线的矩形中，$\overrightarrow{OA}=(-3,1),\overrightarrow{OB}=(-2,k)$，则实数$k=$_______.

13．在四边形$ABCD$中，$\overrightarrow{AC}=(1,2),\overrightarrow{BD}=(-4,2)$，则该四边形的面积为

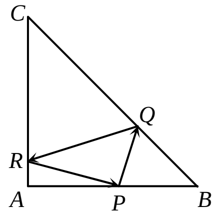
A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. 5　　D. 10

14．设 D,E 分别是 ΔABC 的边 AB,BC 上的点，$AD=\dfrac{1}{2}AB, BE=\dfrac{2}{3}BC$，

若 $\overrightarrow{DE}=\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{AC}$（$\lambda_1,\lambda_2$ 为实数），则 $\lambda_1+\lambda_2$ 的值为__________.

15. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，E 为 CD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}=$__________.

16. 在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC=4$，点 P 是边 AB 上异于 A,B 的一点，光线从点 P 出发，经 BC,CA 发射后又回到原点 P（如图）. 若光线 QR 经过 ΔABC 的中心，则 AP 等于



A. 2　　B. 1

C. $\dfrac{8}{3}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

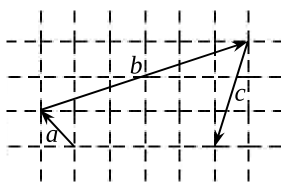
17. 已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角 120°，且 $|\overrightarrow{AB}|=3$，$|\overrightarrow{AC}|=2$，若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，且 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，则实数 λ 的值为_______.

18. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=1$，$\angle BAD=60^\circ$，E 为 CD 的中点. 若 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BE}=1$，则 AB 的长为__________.

19. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AO}$，则 $\lambda=$____________.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $\overrightarrow{OA}=(-1,t)$，$\overrightarrow{OB}=(2,2)$，若 $\angle ABO=90^\circ$，则实数 t 的值为___________.

21．向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 在正方形网格中的位置如图所示，若 $\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则 $\dfrac{\lambda}{\mu}=$_______.



22．在平面上，$\overrightarrow{AB_1}\perp\overrightarrow{AB_2}$，$\left|\overrightarrow{OB_1}\right|=\left|\overrightarrow{OB_2}\right|=1$，$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB_1}+\overrightarrow{AB_2}$. 若 $\left|\overrightarrow{OP}\right|<\dfrac{1}{2}$，则 $\left|\overrightarrow{OA}\right|$ 的取值范围是（　　）

A. $(0,\dfrac{\sqrt{5}}{2}]$　　B. $(\dfrac{\sqrt{5}}{2},\dfrac{\sqrt{7}}{2}]$　　C. $(\dfrac{\sqrt{5}}{2},\sqrt{2}]$　　D. $(\dfrac{\sqrt{7}}{2},\sqrt{2}]$

【答案】：D

22. 在平面直角坐标系中，O 是坐标原点，两定点 A,B 满足 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$，则点集 $\{P\,|\,\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB},|\lambda|+|\mu|\le 1,\lambda,\mu\in R\}$ 所表示的区域的面积是

A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{3}$

解析：若A,B,C三点共线,P是线外一点则$\overrightarrow{PA}=\lambda\overrightarrow{PB}+\mu\overrightarrow{PC}$，其中$\lambda+\mu=1$.

在本题中，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OB}|\cdot\cos\theta=4\cos\theta=2\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}$.

建立直角坐标系，设$A(2,0),B(1\sqrt{3})$，则当$\lambda\geq0,\mu\geq0,\ \lambda+\mu\leq1$时点 P 在△OAB 内（含边界），根据对称性，所求区域的面积$S=4\times$三角形OAB的面积$=4\sqrt{3}$，所以选 D

23．将函数 $y=\sqrt{3}\cos x+\sin x\ (x\in\mathbf{R})$ 的图象向左平移 $m\ (m>0)$ 个单位长度后，所得到的图象关于 y 轴对称，则 m 的最小值是

A．$\frac{\pi}{12}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

24. 函数 $y=\cos(2x+\varphi)(-\pi\leq\varphi<\pi)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后，与函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图像重合，则$|\varphi|=$___________.

25．（本小题满分 12 分）

设向量 $\boldsymbol{a}=(\sqrt{3}\sin x,\sin x),\boldsymbol{b}=(\cos x,\sin x),x\in[0,\frac{\pi}{2}]$.

（I）若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，求 x 的值；

（II）设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，求 $f(x)$ 的最大值.

26. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}=(\cos x,-\frac{1}{2}),\boldsymbol{b}=(\sqrt{3}\sin x,\cos 2x),x\in\mathbf{R}$，设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$.

(Ⅰ) 求 $f(x)$ 的最小正周期.

(Ⅱ) 求 $f(x)$ 在$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值和最小值.

解：$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\cos x\cdot\sqrt{3}\sin x-\frac{1}{2}\cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

27.（本小题满分 14 分）

已知向量$\boldsymbol{a}$=$(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\boldsymbol{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$，$0<\beta<\alpha<\pi$.

（1）若$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，求证：$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$；

（2）设$\boldsymbol{c}=(0,1)$，若$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，求$\alpha,\beta$的值.

1．在$\triangle ABC$中，$a=3,b=5,\sin A=\dfrac{1}{3}$，则$\sin B=$

A. $\dfrac{1}{5}$　　B. $\dfrac{5}{9}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　D. 1

2．在$\triangle ABC$中，已知$b=2,B=\dfrac{\pi}{6},C=\dfrac{\pi}{4}$，则$\triangle ABC$的面积为

A. $2\sqrt{3}+2$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. $2\sqrt{3}-2$　　D. $\sqrt{3}-1$

3．在$\triangle ABC$中，若$B=2A,a=1,b=\sqrt{3}$，则$c=$

A. $2\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. 1

4．在锐角ΔABC中，角A,B所对的边长分别为a,b，若$2a\sin B=\sqrt{3}b$，则角A等于

A. $\dfrac{\pi}{3}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{6}$　　D. $\dfrac{\pi}{12}$

5．在ΔABC中，内角A,B,C所对的边长分别为a,b,c，若$a\sin B\cos C+c\sin B\cos A=\dfrac{1}{2}b,$

且$a>b$，则$\angle B=$

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

6．设△ABC 的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$b\cos C+c\cos B=a\sin A$，则△ABC的形状为

A. 直角三角形　　B. 锐角三角形　　C. 钝角三角形　　D. 不确定

7．已知锐角ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，$23\cos^2 A+\cos 2A=0$，$a=7,c=6$，则

b=

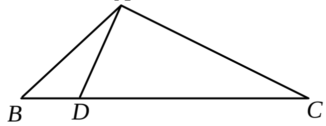
A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 5

8．在△ABC 中，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{4},AB=\sqrt{2},BC=3$，则$\sin\angle BAC=$

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

9．设ΔABC的内角A,B,C所对边的长分别为a,b,c，若$b+c=2a$，则$3\sin A=5\sin B,$ 则角$C=$_________.

10．如图ΔABC中，已知点 D 在 BC 边上，AD⊥AC，$\sin\angle BAC=\dfrac{2\sqrt{2}}{3},AB=3\sqrt{2},AD=3$，则$BD$的长为_____________.



11. (本小题共 13 分)

在△ABC 中，$a=3,b=2\sqrt{6},\angle B=2\angle A$.

（I）求 cos$A$ 的值;

（II）求 c 的值.

12．设△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 $a+c=6,b=2,\cos B=\dfrac{7}{9}$.

（Ⅰ）求 a，c 的值；

（Ⅱ）求 $\sin(A-B)$ 的值.

13．（本小题满分 12 分）

△ABC 在内角 A、B、C 的对边分别为 a，b，c，已知 $a=b\cos C+c\sin B$.

（Ⅰ）求 B;

（Ⅱ）若 b=2，求△ABC 面积的最大值.

14. 本小题满分 13 分.

在△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c ,已知 $b\sin A=3c\sin B,a=3$, $\cos B=\dfrac{2}{3}$.

（Ⅰ）求 b 的值;

（Ⅱ）求 $\sin(2B-\dfrac{\pi}{3})$ 的值.

15.本小题满分 12 分.

在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c ，已知 $\cos C+(\cos A-\sqrt{3}\sin A)\cos B=0$.

（1） 求角 B 的大小；

（2） 若 $a+c=1$，求 b 的取值范围.

16．本小题满分 12 分.

在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\sin A\sin B+\sin B\sin C+\cos 2B=1$.

（1）求证：a,b,c 成等差数列；

（2）若 $C=\dfrac{2\pi}{3}$，求 $\dfrac{a}{b}$ 的值.

17．本小题满分 12 分.

设△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $(a+b+c)(a-b+c)=ac$.

（Ⅰ）求 B；

（Ⅱ）若 $\sin A\sin C=\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}$，求 C.

18．本小题满分 12 分.

在△ ABC 中，角 A,B,C 对应的边分别是 a,b,c，已知 $\cos 2A-3\cos(B+C)=1$.

（Ⅰ）求角 A 的大小；

（Ⅱ）若△ ABC 的面积 $S=5\sqrt{3},b=5$，求 c 的值.

19. 本小题满分 13 分.

在△ ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，且 $a^2=b^2+c^2+\sqrt{3}ab$.

（Ⅰ）求 A；

（Ⅱ）设 $a=\sqrt{3}$，S 为△ ABC 的面积，求 $S+3\cos B\cos C$ 的最大值，并指出此时 B 的值.

解：（1）$\cos A=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（2）$S+3\cos B\cos C=3\sin A\sin B+3\cos B\cos C=3\cos(B-C)$.

当 $B=C$ 时，$S+3\cos B\cos C$ 取得最大值 3. 此时 $B=\dfrac{\pi}{12}$.

20.(本小题满分 12 分)

在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且

$$\cos(A-B)\cos B-\sin(A-B)\sin(A+c)=-\frac{3}{5}.$$

（Ⅰ）求$\sin A$的值；

（Ⅱ）若$a=4\sqrt{2}$，$b=5$，求向量$\overrightarrow{BA}$在$\overrightarrow{BC}$方向上的投影.

21．在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别是a,b,c，且$a^2+b^2+\sqrt{2}ab=c^2$.

（1）求C；

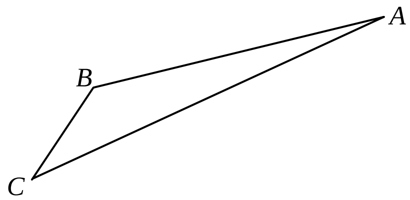
（2）设$\cos A\cos B=\dfrac{3\sqrt{2}}{5},\dfrac{\cos(\alpha+A)\cos(\alpha+B)}{\cos^2\alpha}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$，求$\tan\alpha$的值.

解：（1）$\cos C=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（2）$\tan^2\alpha-5\tan\alpha+4=0$.

22. 本小题满分 16 分.

如图，游客从某旅游景区的景点 A 处下山至 C 处有两种路径。一种是从 A 沿直线步行到 C，另一种是先从 A 沿索道乘缆车到 B，然后从 B 沿直线步行到 C。现有甲、乙两位游客从 A 处下山，甲沿 AC 匀速步行，速度为 50m/min。在甲出发 2min 后，乙从 A 乘缆车到 B，在 B 处停留 1min 后，再从匀速步行到 C。假设缆车匀速直线运动的速度为 130m/min，山路 AC 长为 1260m，经测量，$\cos A=\dfrac{12}{13},\cos C=\dfrac{3}{5}$.



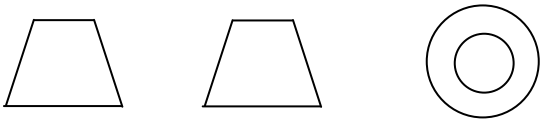
（1）求索道 AB 的长；

（2）问乙出发多少分钟后，乙在缆车上与甲的距离最短？

（3）为使两位游客在 C 处互相等待的时间不超过 3 分钟，乙步行的速度应控制在什么范围内？

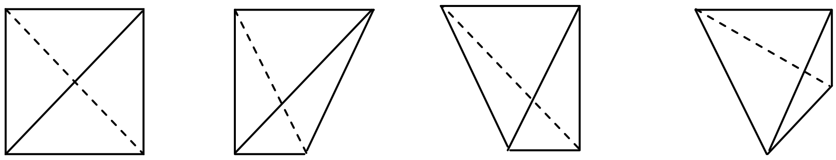
1．一个几何体的三视图如图所示，则该几何体可以是（　　）

A. 棱柱　　B. 棱台　　C. 圆柱　　D. 圆台



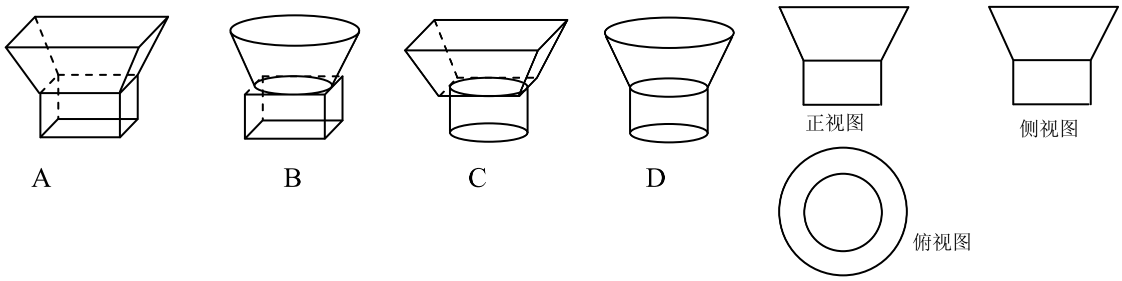
正视图　　侧视图　　俯视图

2．一个四面体的顶点在空间直角坐标系 *O-xyz* 中的坐标分别是(1,0,1)，(1,1,0)，(0,1,1)，(0,0,0)，画该四面体三视图中的正视图时，以 *zOx* 平面为投影面，则得到的正视图可为



A　　B　　C　　D

3．一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的直观图可以是（　　）



4．已知正方体的棱长为 1，其俯视图是一个面积为 1 的正方形，侧视图是一个面积为 $\sqrt{2}$ 的矩形，则该正方体的正视图的面积等于

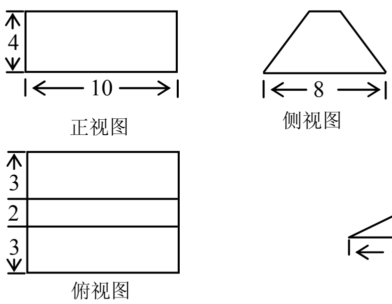
A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B.1　　C. $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

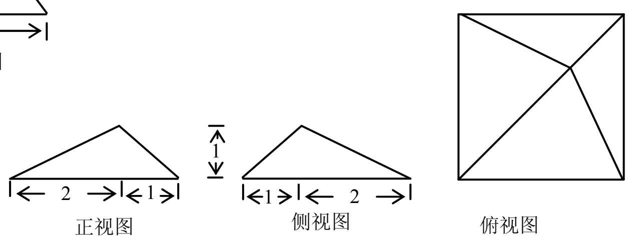
4．已知棱长为 1 的正方体的俯视图是一个面积为 1 的正方形，则该正方体的正视图的面积不可能等于

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$

5．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为

A.180　　B. 200　　C. 220　　D. 240



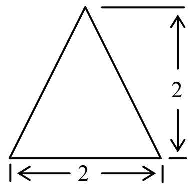


【答案】D.

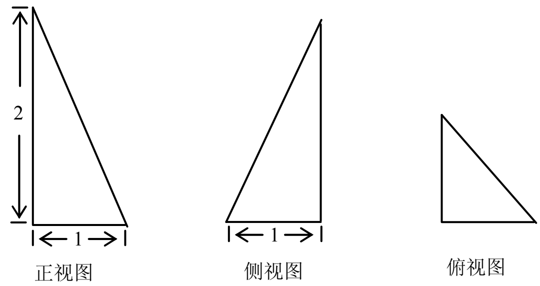
6．某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥的体积为__________.

7．一个四棱锥的侧棱长都相等，底面是正方形，其正（主）视图如右图所示该四棱锥侧面积和体积分别是

A. $4\sqrt{5},8$　　B. $4\sqrt{5},\dfrac{8}{3}$　　C. $4(\sqrt{5}+1),\dfrac{8}{3}$　　D. 8, 8

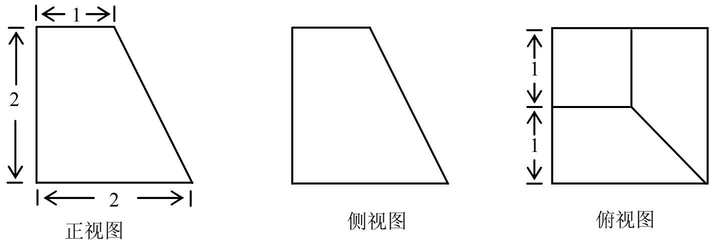


8．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积是



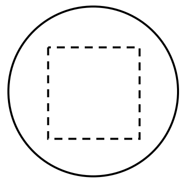
A. $\dfrac{1}{6}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. 1

9．某四棱台的三视图如图 1 所示，则该四棱台的体积是



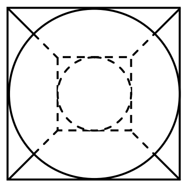
A．4　　B．$\dfrac{14}{3}$　　C．$\dfrac{16}{3}$　　D．6

10．已知某一多面体内接于一个简单组合体，如果该组合体的正视图、测试图、俯视图均如图所示，且图中的四边形是边长为 2 的正方形，则该球的表面积是____________.



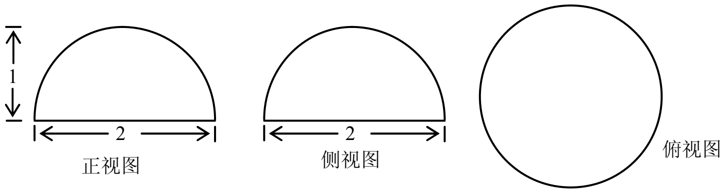
【答案】12π

11．一个几何体的三视图如图所示，该几何体从上到下由四个简单几何体组成，其体积分别记为V_1、V_2、V_3、V_4，若上面两个几何体均为旋转体，下面两个简单几何体均为多面体，则有



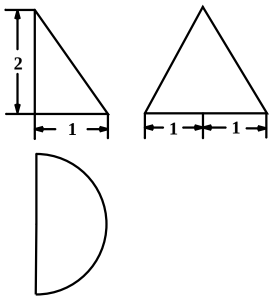
A．$V_1<V_2<V_4<V_3$
B．$V_1<V_3<V_2<V_4$
C．$V_2<V_1<V_3<V_4$
D．$V_2<V_3<V_1<V_4$

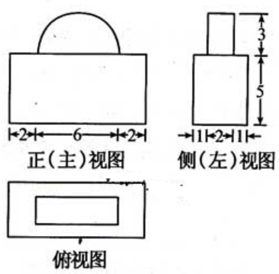
12. 某几何体的三视图如图所示, 则其表面积为________.



【答案】3π

13. 某几何体的三视图如图所示，则其体积为__________.



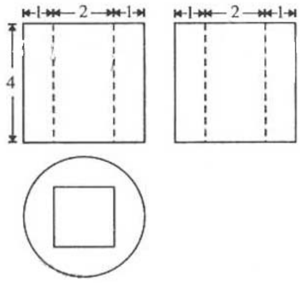


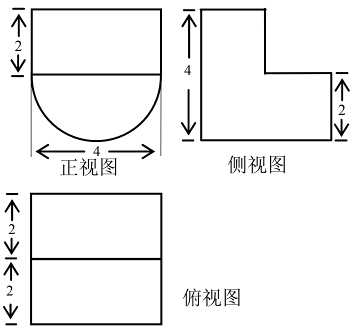
14．一几何体的三视图如右所示，则该几何体的体积为

A．200+9π　　B．200+18π　　C．140+9π　　D．140+18π

15. 某几何体的三视图如图所示，则该几何的体积为

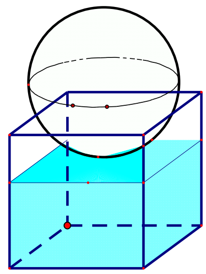
A. $16+8\pi$　　B. $8+8\pi$　　C. $16+16\pi$　　D. $8+16\pi$





16．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是__________.

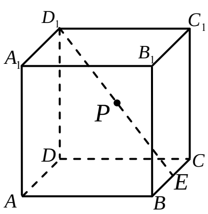
17．如图，有一个水平放置的透明无盖的正方体容器，容器高 8cm，将一个球放在容器口，再向容器内注水，当球面恰好接触水面时测得水深为 6cm，如果不计容器的厚度，则球的体积为

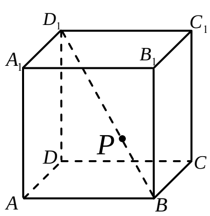


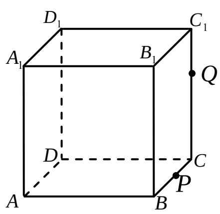
A. $\dfrac{500\pi}{3}\text{cm}^3$　　B. $\dfrac{866\pi}{3}\text{cm}^3$

C. $\dfrac{1372\pi}{3}\text{cm}^3$　　D. $\dfrac{2048\pi}{3}\text{cm}^3$

18. 如图，在棱长为 2 的正方体$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$中，E为BC的中点，点P在线段D_1E上，点P到直线CC_1的距离的最小值为__________.







19．如图，在正方体ABCD-$A_1B_1C_1D_1$中，P为对角线BD_1的三等分点，P到各顶点的距离的不同取值有

A. 3 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 6 个

20．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，P 为 BC 的中点，Q 为线段 CC_1 上的动点，过点 A,P,Q 的平面截该正方体所得的截面记为 S. 则下列命题正确的是_________（写出所有正确命题的编号）.

①当 $0<CQ<\frac{1}{2}$ 时，S 为四边形.

②当 $CQ=\frac{1}{2}$ 时，S 为等腰梯形.

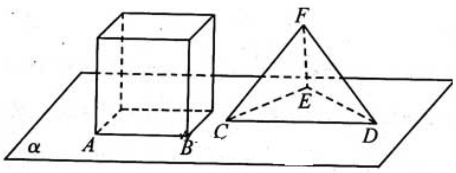
③当 $CQ=\frac{3}{4}$ 时，S 与 C_1D_1 的交点 R 满足 $C_1R_1=\frac{1}{3}$.

④当 $\frac{3}{4}<CQ<1$ 时，S 为六边形.

⑤当 $CQ=1$ 时，S 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

【答案】①②③⑤

21．如图，正方体的底面与正四面体的底面在同一平面 α 上，且 AB//CD,则直线 EF 与正方体的六个面所在的平面相交的平面个数为__________.



21. 如图，正方体的底面与正四面体的底面在同一平面 α 上，且 $AB//CD$，正方体的六个面所在的平面与直线 CE，EF 相交的平面个数分别记为 m,n，那么 $m+n=$

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11

22. 在下列命题中，不是公理的是

A. 平行于同一个平面的两个平面相互平行

B. 过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面

C. 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在此平面内

D. 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么他们有且只有一条过该点的公共直线

23．已知 m，n 为异面直线，$m\perp$ 平面 α，$n\perp$ 平面 β．直线 l 满足 $l\perp m, l\perp n, l\not\subset\beta$，则

A. $\alpha//\beta$ 且 $l//\alpha$　　B. $\alpha\perp\beta$ 且 $l\perp\beta$

C. α 与 β 相交，且交线垂直于 l　　D. α 与 β 相交，且交线平行于 l

24．设 m，n 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，下列命题中正确的是

A. 若 $\alpha\perp\beta, m\subset\alpha, n\subset\beta$，则 $m\perp n$　　B. 若 $\alpha//\beta$, $m\subset\alpha, n\subset\beta$，则 $m//n$

C. 若 $m\perp n, m\subset\alpha, n\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　D. 若 $m\perp\alpha$, $m//n, n//\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

25. 设 l 为直线，α,β 是两个不同的平面，下列命题中正确的是

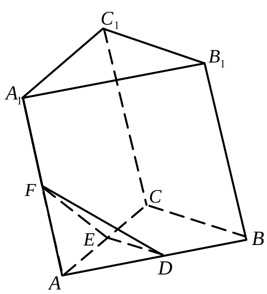
A. 若 $l//\alpha, l//\beta$，则 $\alpha//\beta$

B. 若 $l\perp\alpha, l\perp\beta$，则 $\alpha//\beta$

C. 若 $l\perp\alpha, l//\beta$，则 $\alpha//\beta$

D. 若 $\alpha\perp\beta, l//\alpha$，则 $l\perp\beta$

26．如图，在三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中，D,E,F 分别是 AB,AC,AA_1 的中点，设三棱锥 $F-ADE$ 的体积为 V_1，三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 的体积为 V_2，则 $V_1:V_2=$_________.



27. 已知正四棱锥 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB$，则 CD 与平面 BDC_1 所成角的正弦值等于

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{1}{3}$

28. 已知一个正方体的所有顶点在一个球面上，若球的体积为 $\frac{9\pi}{2}$，则正方体的棱长为__________.

29. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的六个顶点都在球 O 的球面上，若 $AB=3, AC=4$，

$AB\perp AC,\ AA_1=12$，则球 O 的半径为

A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$　　B. $2\sqrt{10}$　　C. $\frac{13}{2}$　　D. $3\sqrt{10}$

30. 已知正四棱锥 O-ABCD 的体积为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$，底面边长为 $\sqrt{3}$，则以 O 为球心，OA 为半径的球的表面积为__________.

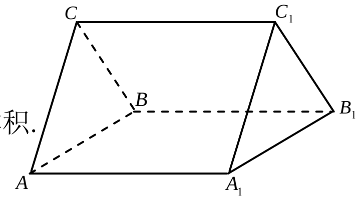
31. 已知 H 是球 O 的直径 AB 上一点，$AH:HB=1:2$，$AB\perp$ 平面 α，H 为垂足，α 截球 O 所得截面的面积为 π，则球 O 的表面积为__________.

32. 已知圆 O 和圆 K 是球 O 的大圆和小圆，其公共弦长等于球 O 的半径，$OK=\frac{3}{2}$，且圆 O 与圆 K 所在的平面所成角的一个二面角为 60°，则球 O 的表面积等于__________.

33. 我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水. 天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸. 若盆中积水深九寸，则平地降雨量是__________寸.
（注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸）

34.（本小题满分 12 分）

如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $CA=CB$, $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$.

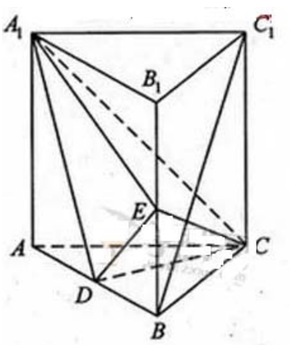


（Ⅰ）证明： $AB\perp A_1C$ ；

（Ⅱ）若 $AB=CB=2$, $A_1C=\sqrt{6}$ ，求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积.

35.（本小题满分 12 分）

如图，直三棱柱ABC－$A_1B_1C_1$中，D,E分别是AB，BB_1的中点.



（1）证明：BC_1//平面A_1CD;

（2）设AA_1=AC=CB=2，AB= $2\sqrt{2}$ ，求三棱锥C－A_1DE的体积.

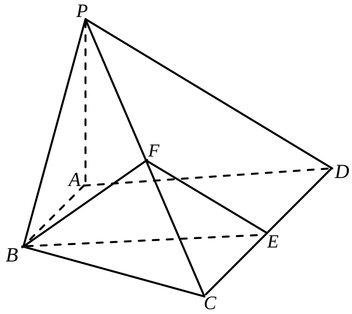
36.（本小题共 14 分）

如图，在四棱锥 P-ABCD 中，AB∥CD,AB⊥AD,CD=2AB，平面 PAD⊥底面 ABCD，PA⊥AD. E 和 F 分别是 CD 和 PC 的中点，求证：

（Ⅰ）PA⊥底面 ABCD；

（Ⅱ）BE∥平面 PAD；

（Ⅲ）平面 BEF⊥平面 PCD.

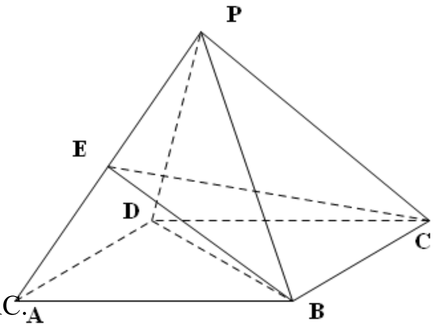


37.（本小题满分 12 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 ABCD 是边长为 2 的菱形，$\angle BAD=60^\circ$. 已知 $PB=PD=2, PA=\sqrt{6}$.

（Ⅰ）证明：$PC\perp BD$；

（Ⅱ）若 E 为 PA 的中点，求三棱锥 $P-BCE$ 的体积.



【解析】

（1）证明：连接 BD，AC 交于 O 点，可证 BD⊥面 PAC.

（2）由（1）

$$S_{PEC}=\frac{1}{2}S_{PAC}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sin 45^\circ=3.$$

$$V_{P-BEC}=\frac{1}{3}S_{PEC}\cdot BO=\frac{1}{3}\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$$

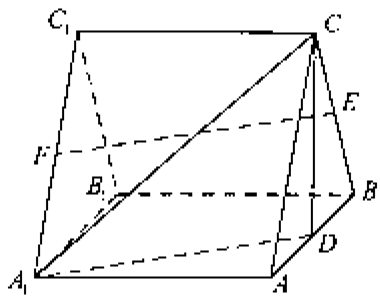
38. (本小题满分 13 分)

如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧棱$A_1A\perp$底面ABC，且各棱长均相等. D, E, F分别为棱 AB, BC, A_1C_1的中点.

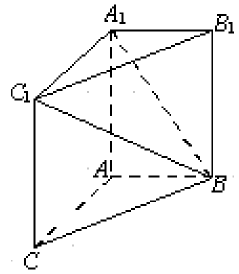
(Ⅰ) 证明$EF//$平面A_1CD;

(Ⅱ) 证明平面$A_1CD\perp$平面A_1ABB_1;

(Ⅲ) 求直线BC与平面A_1CD所成角的正弦值.



17．如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，AA_1C_1C是边长为4的正方形．平面$ABC\perp$平面AA_1C_1C，$AB=3$，$BC=5$．



（Ⅰ）求证：$AA_1\perp$平面ABC；

（Ⅱ）求证二面角$A_1-BC_1-B_1$的余弦值；

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，若直线 $l_1:\begin{cases}x=2s+1,\\ y=s\end{cases}$（$s$ 为参数）和直线 $l_2:\begin{cases}x=at,\\ y=2t-1\end{cases}$（$t$ 为参数）平行，则常数 a 的值为__________.

2．已知圆 $O: x^2+y^2=5$，直线 $l: x\cos\theta+y\sin\theta=1$（$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$）. 设圆 O 上到直线 l 的距离等于 1 的点的个数为 k，则 $k=$__________.

3．在平面直角坐标系 xOy 中，设定点 $A(a,a)$，P 是函数 $y=\dfrac{1}{x}(x>0)$ 图象上一动点，若点 P，A 之间的最短距离为 $2\sqrt{2}$，则满足条件的实数 a 的所有值为__________.

4．已知点 $M(a,b)$ 在圆 $O: x^2+y^2=1$ 外, 则直线 $ax+by=1$ 与圆 O 的位置关系是

A. 相切　　B. 相交　　C. 相离　　D. 不确定

5．已知过点 $P(2,2)$ 的直线与圆 $(x-1)^2+y^2=5$ 相切, 且与直线 $ax-y+1=0$ 垂直, 则 $a=$

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. $\dfrac{1}{2}$

6．垂直于直线 $y=x+1$ 且与圆 $x^2+y^2=1$ 相切的直线方程是

A. $x+y-\sqrt{2}=0$　　B. $x+y+1=0$　　C. $x+y-1=0$　　D. $x+y+\sqrt{2}=0$

7．若圆 C 经过坐标原点和点 $(4,0)$，且与直线 $y=1$ 相切，则圆 C 的方程是____________.

8．设 P 是圆 $(x-3)^2+(y+1)^2=4$ 上的动点，Q 是直线 $x=-3$ 上的动点，则 $|PQ|$ 的最小值为

A. 6　　B. 4　　C. 3　　D. 2

9．直线 $x+2y-5+\sqrt{5}=0$ 被圆 $x^2+y^2-2x-4y=0$ 截得的弦长为

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. $4\sqrt{6}$

10．过点 $(3,1)$ 作圆 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 的弦，其中最短的弦长为__________.

11．过点 $(3,1)$ 作圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A，B，则直线 AB 的方程为

A. $2x+y-3=0$　　B. $2x-y-3=0$　　C. $4x-y-3=0$　　D. $4x+y-3=0$

12．已知点 $A(-1,0), B(1,0), C(0,1)$，直线 $y=ax+b(a>0)$ 将△ABC 分割为面积相等的两部分，则 b 的取值范围是

A. $(0,1)$　　B. $(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{1}{2})$　　C. $(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{1}{3})$　　D. $(\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2})$

13．已知圆 $C_1:(x-2)^2+(y-3)^2=1$，圆 $C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=9$，M,N 分别是圆 C_1,C_2 上的动点，P 为 x 轴上的动点，则 $|PM|+|PN|$ 的最小值为（　　）

A、 $5\sqrt{2}-4$　　B、$\sqrt{17}-1$　　C、$6-2\sqrt{2}$　　D、$\sqrt{17}$

【答案】：A

14.（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(0,3)$，直线 $l: y=2x-4$．设圆 C 的半径为 1，圆心在 l 上.

（1）若圆心 C 也在直线 $y=x-1$ 上，过点 A 作圆 C 的切线，求切线的方程；

（2）若圆 C 上存在点 M，使 $MA=2MO$，求圆心 C 的横坐标 a 的取值范围.

15.（本小题满分 13 分）

已知圆 C 的方程为 $x^2+(y-4)^2=4$，直线 $l: y=kx$ 与圆 C 交于 M, N 两点.

（Ⅰ）求 k 的取值范围；

（Ⅱ）设 $Q(m,n)$ 是线段 MN 上的点，且 $\dfrac{2}{|OQ|^2}=\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}$ (点 O 是坐标原点)，请将 n 表示为 m 的函数.

16.（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$，在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求圆心 P 的轨迹方程;

（Ⅱ）若 P 点到直线 $y=x$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求圆 P 的方程.

17. (本小题满分 13 分)

已知动圆过定点 $A(4,0)$, 且在 y 轴上截得的弦 MN 的长为 8.

(Ⅰ) 求动圆圆心的轨迹 C 的方程;

(Ⅱ) 已知点 $B(-1,0)$, 设不垂直于 x 轴的直线 l 与轨迹 C 交于不同的两点 P, Q, 若 x 轴是 $\angle PBQ$ 的角平分线, 证明直线 l 过定点.

【答案】(Ⅰ) 抛物线方程$y^2=8x$;(Ⅱ) 定点（1,0）

【KS5U 解析】(Ⅰ) $A(4,0)$,设圆心

$C(x,y)$,MN线段的中点为E，由几何图像知$ME=\dfrac{MN}{2}, CA^2=CM^2=ME^2+EC^2$

$\Rightarrow (x-4)^2+y^2=4^2+x^2 \Rightarrow y^2=8x$

(Ⅱ) 点 $B(-1,0)$,

设$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$,由题知$y_1+y_2\neq 0$，$y_1y_2<0, y_1^2=8x_1, y_2^2=8x_2$.

$$\Rightarrow \frac{y_1}{x_1+1}=\frac{-y_2}{x_2+1}\Rightarrow \frac{y_1}{y_1^2+8}=\frac{-y_2}{y_2^2+8}\Rightarrow 8(y_1+y_2)+y_1y_2(y_2+y_1)=0\Rightarrow 8+y_1y_2=0$$

直线 PQ 方程为：$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)\Rightarrow y-y_1=\dfrac{1}{y_2+y_1}(8x-y_1^2)$

$$\Rightarrow y(y_2+y_1)-y_1(y_2+y_1)=8x-y_1^2 \Rightarrow y(y_2+y_1)+8=8x \Rightarrow y=0, x=1$$

所以，直线 PQ 过定点（1,0）

1．已知中心在原点的椭圆 C 的右焦点为 $F(1,0)$，离心率等于 $\frac{1}{2}$，则 C 的方程是

A. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{\sqrt{3}}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

2. 已知 $F_1(-1,0),F_2(1,0)$ 是椭圆C的两个焦点，过F_2且垂直于x轴的直线交椭圆于A、B两点，且

$|AB|=3$，则 C 的方程为

A. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

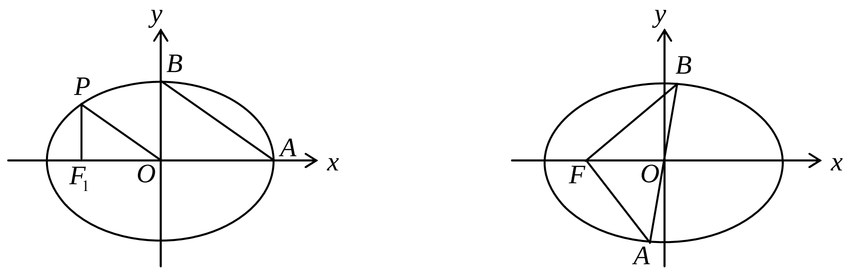
3. 设椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为F_1、F_2，P是C上的点，且$PF_2\perp F_1F_2$，

$\angle PF_1F_2=30^\circ$，则C的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4．从椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上一点 P 向 x 轴作垂线，垂足恰为左焦点 F_1， A 是椭圆与 x 轴正半轴的交点， B 是椭圆与 y 轴正半轴的交点，且 $AB//OP$ (O 是坐标原点)，则该椭圆的离心率是

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



5．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F，C 与过原点的直线相交于 A，B 两点，连接

AF,BF，若 $|AB|=10,|BF|=8,\cos\angle ABF=\frac{4}{5}$，则 C 的离心率为

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{5}{7}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{6}{7}$

6．椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，焦距为 $2c$．若直线 $y=\sqrt{3}(x+c)$ 与椭圆 C 的一个交点 M 满足 $\angle MF_1F_2=2\angle MF_2F_1$，则该椭圆的离心率等于________.

7．椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{6}=1$ 的左、右顶点分别为 A_1,A_2，点 P 在 C 上，且直线 PA_2 斜率的取值范围是 $[-2,-1]$，那么直线 PA_1 的斜率的取值范围是

A. $[\frac{1}{2},\frac{3}{4}]$ B. $[\frac{3}{8},\frac{3}{4}]$ C. $[\frac{1}{2},1]$ D. $[\frac{3}{4},1]$

8. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(3,0)$，过点 F 的直线交椭圆于 A、B 两点. 若 AB 的中点坐标为 $(1,-1)$，则 E 的方程为

A. $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{36}=1$ B. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$ C. $\frac{x^2}{27}+\frac{y^2}{18}=1$ D. $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1$

10. （本小题满分 13 分）

已知动点 $M(x,y)$ 到直线 $l:x=4$ 的距离是它到点 $N(1,0)$ 的距离的 2 倍.

（Ⅰ）求动点 M 的轨迹 C 的方程;

（Ⅱ）过点 $P(0,3)$ 的直线 m 与轨迹 C 交于 A,B 两点. 若 A 是 PB 的中点, 求直线 m 的斜率.

【解析】（Ⅰ）$|x-4|=2\sqrt{(x-1)^2+y^2}\Rightarrow\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(Ⅱ) P(0, 3), 设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,由题知:$2x_1=0+x_2,2y_1=3+y_2$

椭圆的上下顶点坐标分别是$(0,\sqrt{3})$和$(0,-\sqrt{3})$,经检验直线 m 不经过这 2 点,即直线 m 斜率 k 存在。

设直线m方程为:$y=kx+3$.联立椭圆和直线方程，整理得：

$$(3+4k^2)x^2+24kx+24=0\Rightarrow x_1+x_2=\frac{-24k}{3+4k^2},x_1\cdot x_2=\frac{24}{3+4k^2}$$

$$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{1}{2}+2\Rightarrow\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2}{x_1\cdot x_2}=\frac{5}{2}\Rightarrow\frac{(-24k)^2}{(3+4k^2)\cdot 24}=\frac{9}{2}\Rightarrow k=\pm\frac{3}{2}$$

所以，直线 m 的斜率 $k=\pm\frac{3}{2}$

11. （本小题满分 12 分）

已知圆 $M:(x+1)^2+y^2=1$，圆 $N:(x-1)^2+y^2=9$，动圆 P 与圆 M 外切并且与圆 N 内切，圆心 P 的轨迹为曲线 C.

（Ⅰ）求 C 的方程;

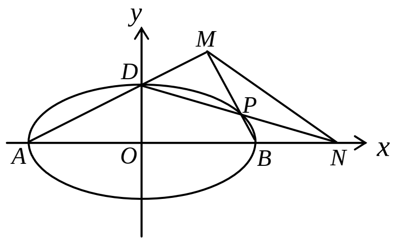
（Ⅱ）l 是与圆 P，圆 M 都相切的一条直线，l 与曲线 C 交于 A，B 两点，当圆 P 的半径最长时，求 $|AB|$.

12.（本小题满分 13 分）

椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2},a+b=3$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）如图，A,B,D 是椭圆 C 的顶点，P 是椭圆 C 上除顶点外的任意点，直线 DP 交 x 轴于点 N 直线 AD 交 BP 于点 M，设 BP 的斜率为 k，MN 的斜率为 m，证明 $2m-k$ 为定值.



13.（本小题满分 12 分）

设椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{1-a^2}=1$ 的焦点在 x 轴上.

（Ⅰ）若椭圆 E 的焦距为 1，求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）设 F_1,F_2 分别是椭圆的左、右焦点，P 为椭圆 E 上的第一象限内的点，直线 F_2P 交 y 轴与点 Q，并且 $F_1P\perp F_1Q$，证明：当 a 变化时，点 p 在某定直线上.

【解析】（Ⅰ）

$\because a^2>1-a^2,2c=1,a^2=1-a^2+c^2\Rightarrow a^2=\dfrac{5}{8}$，椭圆方程为：$\dfrac{8x^2}{5}+\dfrac{8x^2}{3}=1$.

（Ⅱ） 设$F_1(-c,0),F_2(c,0),P(x,y),Q(0,m)$，则$\overrightarrow{F_2P}=(x-c,y),\overrightarrow{QF_2}=(c,-m)$.

由$1-a^2>0\Rightarrow a\in(0,1)\Rightarrow x\in(0,1),y\in(0,1)$.

$\overrightarrow{F_1P}=(x+c,y),\overrightarrow{F_1Q}=(c,m)$.由$\overrightarrow{F_2P}//\overrightarrow{QF_2},\overrightarrow{F_1P}\perp\overrightarrow{F_1Q}$得：$\begin{cases}m(c-x)=yc\\c(x+c)+my=0\end{cases}$

$\Rightarrow(x-c)(x+c)=y^2\Rightarrow x^2-y^2=c^2$.联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{1-a^2}=1\\x^2-y^2=c^2\\a^2=1-a^2+c^2\end{cases}$ 解得

$\Rightarrow\dfrac{2x^2}{x^2-y^2+1}+\dfrac{2y^2}{1-x^2+y^2}=1\Rightarrow x^2=(y\pm1)^2.\because x\in(0,1),y\in(0,1)\therefore x=1-y$

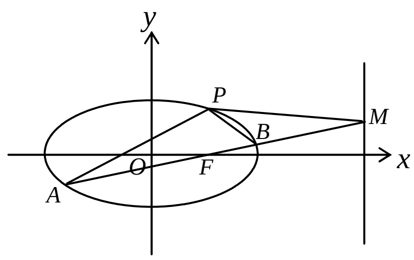
所以动点 P 过定直线 $x+y-1=0$.

14. 本小题满分 13 分.

如图，椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $P(1,\dfrac{3}{2})$, 离心率 $e=\dfrac{1}{2}$ ，直线 l 的方程为 $x=4$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设 AB 是经过右焦点 F 的任一弦（不经过点 P ），设直线 AB 与直线 l 相交于点 M ，记 PA,PB,PM 的斜率分别为 k_1,k_2,k_3. 问是否存在常数 λ ，使得 $k_1+k_2=\lambda k_3$ ？若存在求 λ 的值；若不存在，说明理由.



15. 本小题满分 13 分.

设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F, 离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, 过点 F 且与 x 轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

（Ⅰ）求椭圆的方程;

（Ⅱ）设 A, B 分别为椭圆的左右顶点, 过点 F 且斜率为 k 的直线与椭圆交于 C, D 两点. 若 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CB}=8$, 求 k 的值.

16. 本小题满分 14 分.

在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 C 的中心在原点 O，焦点在 x 轴上，短轴长为 2，离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）设 A,B 为椭圆 C 上满足 ΔAOB 的面积为 $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ 的任意两点，E 为线段 AB 的中点，射线 OE 交椭圆 C 与点 P，设 $\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OE}$ ，求实数 t 的值.

21．本小题满分13分.

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为 4，且过点$P(\sqrt{2},\sqrt{3})$.

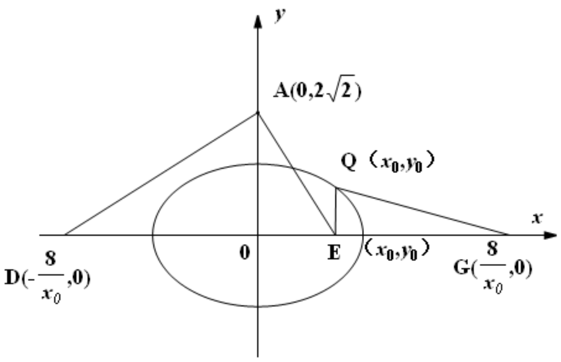
（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设$Q(x_0,y_0)(x_0y_0\neq 0)$为椭圆C上一点，过点Q作x轴的垂线，垂足为E。取点$A(0,2\sqrt{2})$，连接AE，过点A作AE的垂线交x轴于点D。点G是点D关于y轴的对称点，作直线QG，问这样作出的直线QG是否与椭圆C一定有唯一的公共点？并说明理由.

【解析】 1. 因为椭圆过点$P(\sqrt{2},\sqrt{3})$ $\therefore\ \dfrac{2}{a^2}+\dfrac{3}{b^2}=1$ 且$a^2=b^2+c^2$

$\therefore\ a^2=8\quad b^2=4\quad c^2=4$ 椭圆 C 的方程是$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$

2.



由题意，各点的坐标如上图所示，则QG的直线方程：$\dfrac{y-0}{y_0}=\dfrac{x-\dfrac{8}{x_0}}{x_0-\dfrac{8}{x_0}}$

化简得$x_0y_0x-(x_0{}^2-8)y-8y_0=0$ 又$x_0{}^2+2y_0{}^2=8$，所以$x_0x+2y_0y-8=0$带入$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$

求得最后$\Delta=0$。所以直线QG与椭圆只有一个公共点.

1. 双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的离心率为__________.

2．双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的两条渐近线的方程为__________.

2. 双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{m}=1$的离心率为$\frac{5}{4}$，则 m 等于________.

2. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，则 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{1}{4}x$　　B. $y=\pm\frac{1}{3}x$　　C. $y=\pm\frac{1}{2}x$　　D. $y=\pm x$

2. 已知中心在原点的双曲线 C 的右焦点为$F(3,0)$，离心率等于$\frac{3}{2}$，则 C 的方程是

A. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{\sqrt{5}}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$　　C. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{5}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{\sqrt{5}}=1$

3．双曲线$x^2-y^2=1$的顶点到其渐近线的距离等于

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. 1　　D. $\sqrt{2}$

3．双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的顶点到其渐近线的距离等于

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

4. 若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的离心率为$\sqrt{3}$，则其渐近线方程为

A. $y=\pm 2x$　　B. $y=\pm\sqrt{2}x$　　C. $y=\pm\frac{1}{2}x$　　D. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

4. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，则 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{1}{4}x$　　B. $y=\pm\frac{1}{3}x$　　C. $y=\pm\frac{1}{2}x$　　D. $y=\pm x$

5．已知$0<\theta<\frac{\pi}{4}$，则双曲线C_1：$\frac{x^2}{\sin^2\theta}-\frac{y^2}{\cos^2\theta}=1$与$C_2$：$\frac{y^2}{\cos^2\theta}-\frac{x^2}{\sin^2\theta}=1$的

A．实轴长相等　　B．虚轴长相等　　C．离心率相等　　D．焦距相等

6. 双曲线$x^2-\frac{y^2}{m}=1$的离心率大于$\sqrt{2}$的充分必要条件是

A. $m>\frac{1}{2}$　　B. $m\geq 1$　　C. $m>1$　　D. $m>2$

7. 已知F为双曲线$C:\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$的左焦点，P,Q 为 C 上的点，若 PQ 的长等于虚轴长的 2 倍，点 $A(5,0)$在线段 PQ 上，则ΔPQF的周长为__________.

8. 设F_1，F_2是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两个焦点，若在C上存在一点P. 使$PF_1\perp PF_2$，且

$\angle PF_1F_2 = 30^\circ$，则C的离心率为___________.

9. 设双曲线C的中心为点O，若有且只有一对相交于点O、所成的角为60°的直线A_1B_1和A_2B_2，使$|A_1B_1| = |A_2B_2|$，其中A_1、B_1和A_2、B_2分别是这对直线与双曲线C的交点，则该双曲线的离心率的取值范围是

A. $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2]$　　B. $[\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2)$　　C. $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$　　D. $[\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

【答案】A.

10．设F_1, F_2是双曲线$C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$的两个焦点，P是C上一点，若$|PF_1| + |PF_2| = 6a$，且$\Delta PF_1F_2$的最小内角为$30^\circ$，则C的离心率为__________.

11．本小题满分12分.

已知双曲线$C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$的左右焦点分别为$F_1, F_2$，离心率为3，直线$y = 2$与C的两个焦点间的距离均为$\sqrt{6}$.

（I）求a, b；

（II）设过F_2的直线l与C的左、右两支分别相交于A、B两点，且$|AF_1| = |BF_1|$，证明：$|AF_2|$、$|AB|$、$|BF_2|$成等比数列.

解析：（1）$a = 1, b = 2\sqrt{2}$；

（2）设$y = k(x-3)$，得$x_1 + x_2 = \frac{6k^2}{k^2-8}, x_1x_2 = \frac{9k^2+8}{k^2-8}$.

由$|AF_1| = |BF_1|$得$x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}, x_1x_2 = -\frac{19}{9}$.

进而$|AB| = 4, |AF_2| \cdot |BF_2| = 16$.

1. 若抛物线 $y^2=2px$ 的焦点坐标为 $(1,0)$，则 p=_______；准线方程为_________.

2．抛物线 $y^2=8x$ 的焦点到直线 $x-\sqrt{3}y=0$ 的距离是

A. $2\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. 1

3. O 为坐标原点，F 为抛物线 $C:y^2=4\sqrt{2}x$ 的焦点，P 为 C 上一点，若 $|PF|=4\sqrt{2}$，则 ΔPOF 的面积为

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

4. 设抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，直线 L 过 F 且与 C 交于 A, B 两点．若|AF|=3|BF|，则 L 的方程为

A. $y=x-1$ 或 $y=-x+1$　　B. $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$

C. $y=\pm\sqrt{3}(x-1)$　　D. $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$

5. 已知抛物线 $C:y^2=8x$ 与点 $M(-2,2)$，过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A，B 两点，若 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，则 k=

A. 0　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

6. 设抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 M 在 C 上，|MF|=5，若以 MF 为直径的圆过点 $(0,3)$，则 C 的方程为

A. $y^2=4x$ 或 $y^2=8x$　　B. $y^2=2x$ 或 $y^2=8x$

C. $y^2=4x$ 或 $y^2=16x$　　D. $y^2=2x$ 或 $y^2=16x$

7. 已知直线 $y=a$ 交抛物线 $y=x^2$ 于 A,B 两点. 若该抛物线上存在点 C，使得 $\angle ABC$ 为直角，则 a 的取值范围为___________.

8．抛物线 $y^2=4x$ 的焦点到双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的渐近线的距离是

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. 1　　D. $\sqrt{3}$

9. 已知抛物线 $y^2=8x$ 的准线过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个焦点, 且双曲线的离心率为 2, 则该双曲线的方程为__________.

10．已知点 $A(2,0)$，抛物线 $C:x^2=4y$ 的焦点为 F，射线 FA 与抛物线 C 相交于点 M，与其准线相交于点 N，则|FM|：|MN|=

A． $2:\sqrt{5}$　　　B． 1:2　　　C． $1:\sqrt{5}$　　　D． 1:3

11. 抛物线 $C_1: y=\dfrac{1}{2p}x^2(p>0)$ 的焦点与双曲线 $C_2:\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 的右焦点的连线交 C_1 于第一象限的点 M，若 C_1 在点 M 处的切线平行于 C_2 的一条渐近线，则 $p=$

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{16}$　　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$　　　C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　　D. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

12. 抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，其准线与双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{3}=1$ 相交于 A,B 两点，若 ΔABF 为等边三角形，则 p=_________.

13. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两条渐近线与抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点. 若双曲线的离心率为 2, $\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{3}$，则 $p=$

A. 1　　　B. $\dfrac{3}{2}$　　　C. 2　　　D. 3

14．本小题满分 12 分.

如图，抛物线 $C_1: x^2=4y, C_2: x^2=-2py\left(p>0\right)$.点 $M\left(x_0,y_0\right)$ 在抛物线 C_2 上，

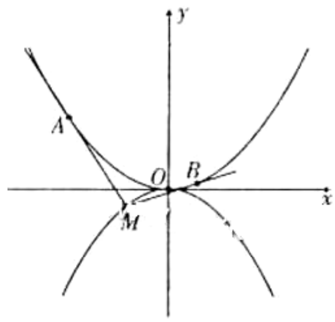
过 M 作 C_1 的切线，切点为 A,B（M 为原点 O 时，A,B 重合于 O）.当 $x_0=1-\sqrt{2}$ 时，

切线 MA 的斜率为 $-\dfrac{1}{2}$.

（I）求 p 的值；

（II）当 M 在 C_2 上运动时，求线段 AB 中点 N 的轨迹方程.

$\left(A,B\text{重合于}O\text{时,中点为}O\right)$.



[解题思路]（Ⅰ）（1）切线的斜率可通过求导求解。（2）用点斜式建立切线方程（3）用方程的思想解决求值问题。（Ⅱ）列MA和MB两个切线方程，利用解方程的方法求得M坐标再代入 C_2 最后可得所求的轨迹方程

15．本小题满分 14 分.

已知抛物线 C 的顶点为原点，其焦点 $F(0,c)(c>0)$ 到直线 $l: x-y-2=0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$．设 P 为直线 l 上的点，过点 P 做抛物线 C 的两条切线 PA，PB,其中 A,B 为切点。

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）当点 $P(x_0,y_0)$ 为直线 L 上的定点时，求直线 AB 的方程；

（3）当点 P 在直线 L 上移动时，求 $|AF|\cdot|BF|$ 的最小值.

【解析】（1）依题意 $d=\frac{|0-c-2|}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，解得 $c=1$

（2）设点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$， $P(x_0,y_0)$，

由 $x^2=4y$，即 $y=\frac{1}{4}x^2$，得 $y'=\frac{1}{2}x$．

∴抛物线 C 在点 A 处的切线 PA 的方程为 $y-y_1=\frac{x_1}{2}(x-x_1)$…

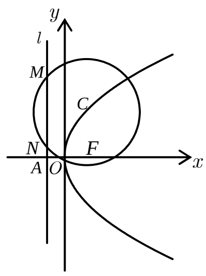
$$\therefore |AF|\cdot|BF|=y_0^2-2y_0+x_0^2+1=y_0^2-2y_0+\left(y_0+2\right)^2+1$$

$$=2y_0^2+2y_0+5=2(y_0+\frac{1}{2})^2+\frac{9}{2}$$

∴当 $y_0=-\frac{1}{2}$ 时，$|AF|\cdot|BF|$ 取得最小值为 $\frac{9}{2}$

16．本小题满分 12 分.

如图，在抛物线 $E: y^2=4x$ 的焦点为 F，准线 l 与 x 轴的交点为 A．点 C 在抛物线 E 上，以 C 为圆心 $|OC|$ 为半径作圆，设圆 C 与准线 l 的交于不同的两点 M,N．



（1）若点 C 的纵坐标为 2，求 $|MN|$；

（2）若 $|AF|^2=|AM|\cdot|AN|$，求圆 C 的半径.

本小题主要考查抛物线的方程、圆的方程与性质、直线与圆的位置关系等基础知识，考查运算求解能力、推理论证能力，考查函数与方程思想、数形结合思想、化归与转化思想．满分 12 分．

解：Ⅰ．抛物线 $y^2=4x$ 的准线 l 的方程为 $x=-1$，

由点 C 的纵坐标为 2，得点 C 的坐标为 $(1,2)$

所以点 C 到准线 l 的距离 $d=2$，又 $|CO|=\sqrt{5}$．

所以 $|MN|=2\sqrt{|CO|^2-d^2}=2\sqrt{5-4}=2$．

Ⅱ．设 $C(\frac{y_0^2}{4},y_0)$，则圆 C 的方程为 $(x-\frac{y_0^2}{4})^2+(y-y_0)^2=\frac{y_0^4}{16}+y_0^2$，即 $x^2-\frac{y_0^2}{2}x+y^2-2y_0y=0$．

由 $x=-1$，得 $y^2-2y_0y+1+\frac{y_0^2}{2}=0$

设 $M(-1,y_1)$，$N(-1,y_2)$，则 $\begin{cases}\Delta=4y_0^2-4(1+\frac{y_0^2}{2})=2y_0^2-4>0\\ y_1y_2=\frac{y_0^2}{2}+1\end{cases}$

由 $|AF|^2=|AM|\cdot|AN|$，得 $|y_1y_2|=4$

所以 $\frac{y_0^2}{2}+1=4$，解得 $y_0=\pm\sqrt{6}$，此时 $\Delta>0$

所以圆心 C 的坐标为 $(\frac{3}{2},\sqrt{6})$ 或 $(\frac{3}{2},-\sqrt{6})$

从而 $|CO|^2=\frac{33}{4}$，$|CO|=\frac{\sqrt{33}}{2}$，即圆 C 的半径为 $\frac{\sqrt{33}}{2}$．

1．用 0，1，…，9 这十个数字，可以组成有重复数字的三位数的个数为

A. 243　　B. 252　　C. 261　　D. 279

2．从 3 名骨科、4 名脑外科和 5 名内科医生中选派 5 人组成一个抗震救灾医疗小组，则骨科、脑外科和内科医生都至少有1人的选派方法种数是__________（用数字作答）

3．6 个人排成一行，其中甲、乙两人不相邻的不同排法共有_________种.（用数字作答）

4．从进入决赛的6名选手中决出 1 名一等奖，2 名二等奖，3 名三等奖，则可能的决赛结果共有_________种.（用数字作答）

5．满足 $a,b\in\{-1,0,1,2\}$，且关于 x 的方程 $ax^2+2x+b=0$ 有实数解的有序数对 (a,b) 的个数为

A．14　　B．13　　C．12　　D．10

6．从$1,3,5,7,9$这五个数中，每次取出两个不同的数分别为 a,b，共可得到 $\lg a-\lg b$ 的不同值的个数是（　　）

A．9　　B.10　　C.18　　D. 20

7. 将序号分别为 1，2，3，4，5 的 5 张参观券全部分给 4 人，每人至少一张，如果分给同一人的两张参观券连号，那么不同的分法种数是__________.

1．$(x+2)^8$ 的展开式中 x^6 的系数是

（A）28　　（B）56　　（C）112　　（D）224

2．若 $(x+\frac{a}{\sqrt[3]{x}})^8$ 的展开式中 x^4 的系数为 7，则实数 $a=$_________.

3．$(x-\frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 的二项展开式中的常数项为__________.

4．二项式 $(x+y)^5$ 的展开式中，含 x^2y^3 的项的系数是____________.（用数字作答）

5．使 $(3x+\frac{1}{x\sqrt{x}})^n(n\in\mathbf{N}_+)$ 的展开式中含有常数项的最小的 n 为__________.

6．$(x^2-\frac{2}{x^3})^5$ 展开式中的常数项为

A．80　　B．-80　　C．40　　D．-40

7. 设函数 $f(x)=\begin{cases}(x-\frac{1}{x})^6,\ x<0,\\ -\sqrt{x},\ x\ge 0\end{cases}$，则当 $x>0$ 时，$f[f(x)]$ 表达式的展开式中常数项为

A．-20　　B. 20　　C．-15　　D. 15

8．$(1+x)^3(1+y)^4$ 的展开式中 x^2y^2 的系数是

A. 56　　B. 84　　C. 112　　D. 168

9．已知 $(1+ax)(1+x)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为 5，则 a=

A. -4　　B. -3　　C. -2　　D. -1

10．设 m 为正整数，$(x+y)^{2m}$ 展开式的二项式系数的最大值为 a，$(x+y)^{2m+1}$ 展开式的二项式系数的最大值为 b，若 $13a=7b$，则 m=

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

1. 某学校有男、女学生各 500 名.为了解男女学生在学习兴趣与业余爱好方面是否存在显著差异，拟从全体学生中抽取 100 名学生进行调查，则宜采用的抽样方法是

A．抽签法　　B．随机数法　　C．系统抽样法　　D．分层抽样法

2. 为了解某地区的中小学生视力情况，拟从该地区的中小学生中抽取部分学生进行调查，事先已了解到该地区小学、初中、高中三个学段学生的视力情况有较大差异，而男女生视力情况差异不大，在下面的抽样方法中，最合理的抽样方法是

A. 简单随机抽样　　B. 按性别分层抽样　　C. 按学段分层抽样　　D. 系统抽样

3. 某班级有 50 名学生，其中有 30 名男生和 20 名女生，随机询问了该班五名男生和五名女生在某次数学测验中的成绩，五名男生的成绩分别为 86,94,88,92,90，五名女生的成绩分别为 88,93,93,88,93. 下列说法一定正确的是

A. 这种抽样方法是一种分层抽样

B. 这种抽样方法是一种系统抽样

C. 这五名男生成绩的方差大于这五名女生成绩的方差

D. 该班级男生成绩的平均数小于该班女生成绩的平均数

4. 总体由编号为 01，02，…，19，20 的 20 个个体组成．利用下面的随机数表选取 5 个个体，选取方法从随机数表第 1 行的第 5 列和第 6 列数字开始由左到右一次选取两个数字，则选出来的第 5 个个体的编号为

7816	6572	0802	6314	0702	4369	9728	0198
3204	9234	4934	8200	3623	4869	6938	7481

A．08　　B．07　　C．02　　D．01

5. 某单位有 840 名职工，现采用系统抽样方法, 抽取 42 人做问卷调查，将 840 人按 1, 2, …, 840 随机编号，则抽取的 42 人中，编号落入区间[481, 720]的人数为

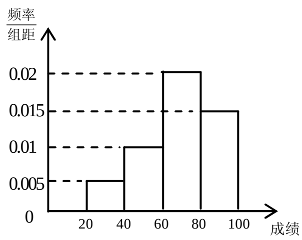
A. 11　　B. 12　　C. 13　　D. 14

6. 为了考察某校各班参加课外书法小组的人数，在全校随机抽取 5 个班级，把每个班级参加该小组的认为作为样本数据.已知样本平均数为 7，样本方差为 4，且样本数据互相不相同，则样本数据中的最大值为__________.

7. 以下茎叶图记录了甲、乙两组各五名学生在一次英语听力测试中的成绩(单位:分)．已知甲组数据的中位数为15，乙组数据的平均数为16.8，则x, y的值分别为

A. 2,5　　B. 5,5　　C. 5,8　　D. 8,8

甲		乙
9	0	9
x　2	1	5　y　8
7　4	2	4



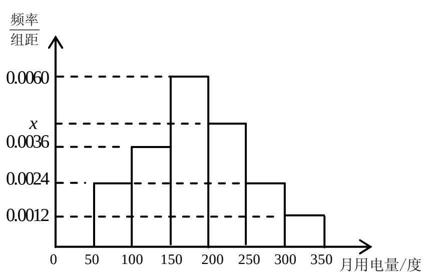
8. 某学校组织学生参加英语测试，成绩的频率分布直方图如图，数据的分组一次为$[20,40),[40,60),[60,80),[80,100)$．若低于 60 分的人数是 15 人，则该班的学生人数是

A. 45　　B. 50　　C. 55　　D. 60

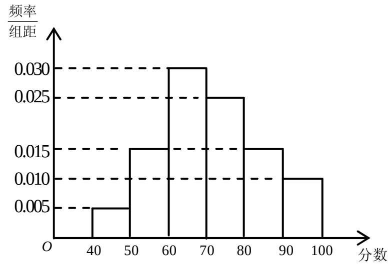
9. 从某小区抽取 100 户居民进行月用电量调查，发现其用电量都在 50 至 350 度之间，频率分布直方图如图所示.

(Ⅰ) 直方图中 x 的值为__________;

(Ⅱ) 在这些用户中，用电量落在区间[100,250]内的户数为__________.



10．某校从高一年级学生中随机抽取部分学生，将他们的模块测试成绩分为 6 组：[40,50], [50,60], [60,70], [70,80], [80,90], [90,100]加以统计，得到如图所示的频率分布直方图，已知高一年级共有学生 600 名，据此估计，该模块测试成绩不少于 60 分的学生人数为



A．588　　B．480

C．450　　D．120

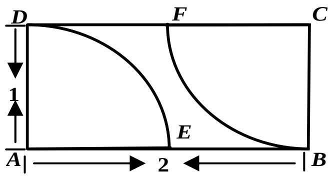
【答案】B

【解析】由图知道 60 分以上人员的频率为后 4 项频率的和，由图知道

$P=(0.03+0.025+0.015+0.01)*10=0.8$

故分数在 60 以上的人数为 600*0.8=480 人．

11. 如图, 在矩形区域 $ABCD$ 的 A, C 两点处各有一个通信基站, 假设其信号覆盖范围分别是扇形区域 ADE 和扇形区域 CBF 该矩形区域内无其他信号来源, 基站工作正常．. 若在该矩形区域内随机地选一地点, 则该地点无信号的概率是



A. $1-\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{2}-1$

C. $2-\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

12．如图，将一个各面都涂了油漆的正方体，切割为 125 个同样大小的小正方体，经过搅拌后，从中随机取一个小正方体，记它的油漆面数为 X，则 X 的均 $E(X)=$

A．$\frac{126}{125}$　　B．$\frac{6}{5}$　　C．$\frac{168}{125}$　　D．$\frac{7}{5}$

13. 从 n 个正整数 $1,2,\cdots,n$ 中任意取出两个不同的数,若取出的两数之和等于 5 的概率为 $\frac{1}{14}$，则 n=_________.

14．已知离散型随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

则 X 的数学期望 $E(X)=$

A. $\frac{3}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 3

15．利用计算机产生 0~1 之间的均匀随机数 a，则时间“$3a-1>0$”发生的概率为________.

【答案】 $p=\frac{1-\frac{1}{3}}{1}=\frac{2}{3}$

16. 在区间 $[-3,3]$ 上随机取一个数 x，使得 $|x+1|-|x-2|\geq 3$ 成立的概率为________.

17．节日家前的树上挂了两串彩灯，这两串彩灯的第一次闪亮相互独立，若接通电后的 4 秒内任一时刻等可能发生，然后每串彩灯在内 4 秒为间隔闪亮，那么这两串彩灯同时通

电后，它们第一次闪亮的时刻相差不超过 2 秒的概率是

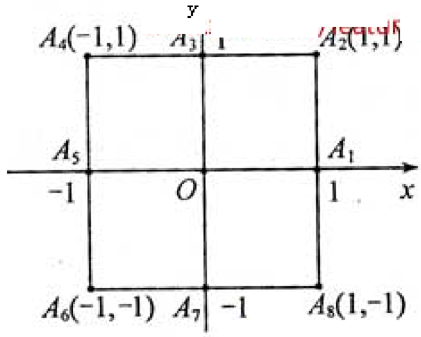
A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{7}{8}$

18.（本小题满分 12 分）

小波以游戏方式决定是参加学校合唱团还是参加学校排球队，游戏规则为：以 0 为起点，再从A_1，A_2，A_3，A_4，A_5，A_6，A_7，A_8（如图），这 8 个点中任取两点分别分终点得到两个向量，记这两个向量的数量积为X。若X=0 就参加学校合唱团，否则就参加学校排球队.

（1）求小波参加学校合唱团的概率；

（2）求 X 的分布列和数学期望.



19. 本小题满分 12 分

甲、乙两支排球队进行比赛，约定先胜 3 局者获得比赛的胜利，比赛随即结束.除第五局甲队获胜的概率是$\frac{1}{2}$外，其余每局比赛甲队获胜的概率是$\frac{2}{3}$.假设每局比赛结果互相独立.

（1）分别求甲队以 3:0，3:1，3:2 胜利的概率;

（2）若比赛结果为 3:0 或 3:1，则胜利方得 3 分，对方得 0 分；若比赛结果为 3:2，则胜利方得 2 分、对方得 1 分，求乙队得分 X 的分布列及数学期望.

解答：（1） $p_1=C_3^3(\frac{2}{3})^3=\frac{8}{27}$，$p_2=C_3^2(\frac{2}{3})^2\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$，$p_3=C_4^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{4}{27}$

（2）由题意可知 X 的可能取值为：3,2,1,0

相应的概率依次为：$\frac{1}{9},\frac{4}{27},\frac{4}{27},\frac{16}{27}$，所以$E(X)=\frac{7}{9}$.

20.（本小题满分 12 分）

甲、乙、丙三人进行羽毛球练习赛，其中两人比赛，另一人当裁判，每局比赛结束时，负的一方在下一局当裁判，设各局中双方获胜的概率均为$\frac{1}{2}$,各局比赛的结果都相互独立，第1局甲当裁判.

（I）求第4局甲当裁判的概率；

（II） X 表示前4局中乙当裁判的次数，求 X 的数学期望.

21. (本小题满分 12 分)

在一场娱乐晚会上，有 5 位民间歌手(1 至 5 号)登台演唱，由现场数百名观众投票选出最受欢迎歌手. 各位观众须彼此独立地在选票上选 3 名歌手，其中观众甲是 1 号歌手的歌迷，他必选 1 号，不选 2 号，另在 3 至 5 号中随机选 2 名. 观众乙和丙对 5 位歌手的演唱没有偏爱，因此在 1 至 5 号中随机选 3 名歌手.

(Ⅰ) 求观众甲选中 3 号歌手且观众乙未选中 3 号歌手的概率;

(Ⅱ) X 表示 3 号歌手得到观众甲、乙、丙的票数之和，求 X 的分布列和数学期望.

【答案】(Ⅰ) $\frac{4}{15}$;

(Ⅱ) X 的分布列如下：

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{75}$	$\frac{20}{75}$	$\frac{33}{75}$	$\frac{18}{75}$

数学期望 $EX=\frac{28}{15}$

【解析】(Ⅰ) 设事件 A 表示:观众甲选中 3 号歌手且观众乙未选中 3 号歌手。

观众甲选中 3 号歌手的概率为 $\frac{2}{3}$,观众乙未选中 3 号歌手的概率为 $1-\frac{3}{5}$.

所以 P(A) = $\frac{2}{3}\cdot(1-\frac{3}{5})=\frac{4}{15}$.

因此，观众甲选中 3 号歌手且观众乙未选中 3 号歌手的概率为 $\frac{4}{15}$

(Ⅱ) X 表示 3 号歌手得到观众甲、乙、丙的票数之和，则 X 可取 0,1,2,3.

观众甲选中 3 号歌手的概率为 $\frac{2}{3}$,观众乙选中 3 号歌手的概率为 $\frac{3}{5}$.

当观众甲、乙、丙均未选中 3 号歌手时，这时 X=0，$P(X=0)=(1-\frac{2}{3})\cdot(1-\frac{3}{5})^2=\frac{4}{75}$.

当观众甲、乙、丙中只有 1 人选中 3 号歌手时，这时 X=1，$P(X=1)=$

$$\frac{2}{3}\cdot(1-\frac{3}{5})^2+(1-\frac{2}{3})\cdot\frac{3}{5}\cdot(1-\frac{3}{5})+(1-\frac{2}{3})\cdot(1-\frac{3}{5})\cdot\frac{3}{5}=\frac{8+6+6}{75}=\frac{20}{75}.$$

当观众甲、乙、丙中只有 2 人选中 3 号歌手时，这时 X=2，$P(X=2)=$

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}\cdot(1-\frac{3}{5})+(1-\frac{2}{3})\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\cdot(1-\frac{3}{5})\cdot\frac{3}{5}=\frac{12+9+12}{75}=\frac{33}{75}.$$

当观众甲、乙、丙均选中 3 号歌手时，这时 X=3，$P(X=3)=\frac{2}{3}\cdot(\frac{3}{5})^2=\frac{18}{75}$.

X 的分布列如下表：

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{75}$	$\frac{20}{75}$	$\frac{33}{75}$	$\frac{18}{75}$

$$E\varepsilon=0\cdot\frac{4}{75}+1\cdot\frac{20}{75}+2\cdot\frac{33}{75}+3\cdot\frac{18}{75}=\frac{20+66+54}{75}=\frac{28}{15}$$

所以，数学期望 $EX=\frac{28}{15}$

22.（本小题满分 12 分）

一批产品需要进行质量检验，检验方案是：先从这批产品中任取 4 件作检验，这 4 件产品中优质品的件数记为 n。如果 n=3，再从这批产品中任取 4 件作检验，若都为优质品，则这批产品通过检验；如果 n=4，再从这批产品中任取 1 件作检验，若为优质品，则这批产品通过检验；其他情况下，这批产品都不能通过检验。

假设这批产品的优质品率为 50%，即取出的产品是优质品的概率都为，且各件产品是否为优质品相互独立.

（1）求这批产品通过检验的概率；

（2）已知每件产品检验费用为 100 元，凡抽取的每件产品都需要检验，对这批产品作质量检验所需的费用记为 X（单位：元），求 X 的分布列及数学期望.

【解析】设第一次取出的 4 件产品中恰有 3 件优质品为事件 A，第一次取出的 4 件产品中全为优质品为事件 B,第二次取出的 4 件产品都是优质品为事件 C，第二次取出的 1 件产品是优质品为事件 D，这批产品通过检验为事件 E，根据题意有 E=(AB)∪(CD),且 AB 与 CD 互斥，

∴P(E)=P(AB)+P(CD)=P(A)P(B|A)+P(C)P(D|C)= $C_4^3(\frac{1}{2})^2\times\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2})^4+(\frac{1}{2})^4\times\frac{1}{2}=\frac{3}{64}$….6 分

（Ⅱ）X 的可能取值为 400,500,800，并且

P(X=400)=1-$C_4^3(\frac{1}{2})^3\times\frac{1}{2}-(\frac{1}{2})^4=\frac{11}{16}$，P(X=500)=$\frac{1}{16}$，P(X=800)=$C_4^3(\frac{1}{2})^3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，

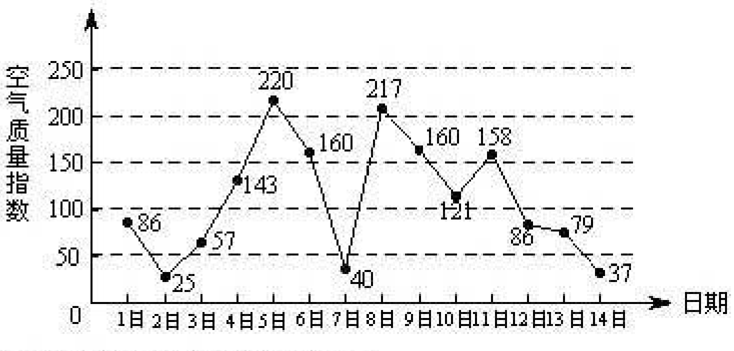
∴X 的分布列为

X	400	500	800
P	$\frac{11}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$

EX=400×$\frac{11}{16}$+500×$\frac{1}{16}$+800×$\frac{1}{4}$=506.25

23.(本小题共 13 分)

下图是某市 3 月 1 日至 14 日的空气质量指数趋势图，空气质量指数小于 100 表示空气质量优良，空气质量指数大于 200 表示空气重度污染，某人随机选择 3 月 1 日至 3 月 13 日中的某一天到达该市，并停留 2 天.



（Ⅰ）求此人到达当日空气重度污染的概率；

（Ⅱ）设 X 是此人停留期间空气质量优良的天数，求 X 的分布列与数学期望；

（Ⅲ）由图判断从哪天开始连续三天的空气质量指数方差最大？（结论不要求证明）

解析：（1）$P=\dfrac{2}{13}$

（2）

X	0	1	2
P	$\dfrac{5}{13}$	$\dfrac{4}{13}$	$\dfrac{4}{13}$

$$E(X)=0\times\frac{5}{13}+1\times\frac{4}{13}+2\times\frac{4}{13}=\frac{12}{13}$$

$$D(x)=1\times\frac{4}{13}+4\times\frac{4}{13}-\left(\frac{12}{13}\right)^2=\frac{116}{169}$$

（3）5，6．7三大

24. 某商场举行的“三色球”购物摸奖活动规定：在一次摸奖中，摸奖者先从装有3个红球与4个白球的袋中任意摸出3个球，再从装有1个蓝球与2个白球的袋中任意摸出1个球，根据摸出4个球中红球与蓝球的个数，设一、二、三等奖如下：

奖级	摸出红、蓝球个数	获奖金额
一等奖	3 红 1 蓝	200 元
二等奖	3 红 0 蓝	50 元
三等奖	2 红 1 蓝	10 元

其余情况无奖且每次摸奖最多只能获得一个奖级.

（1）求一次摸奖恰好摸到 1 个红球的概率；

（2）求摸奖者在一次摸奖中获奖金额 X 的分布列与期望 $E(X)$.

【答案】

解：设 A_i 表示摸到 i 个红球，B_i 表示摸到 i 个蓝球.

（1）$P(A_1)=\dfrac{C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\dfrac{18}{35}$；

（2）X 的可能取值为 0，10，50，200.

$$P(X=200)=P(A_3B_1)=P(A_3)P(B_1)=\frac{C_3^3}{C_7^3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{105},$$

$$P(X=50)=P(A_3B_0)=P(A_3)P(B_0)=\frac{C_3^3}{C_7^3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{105},$$

$$P(X=50)=P(A_2B_1)=P(A_2)P(B_1)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_7^3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{35},$$

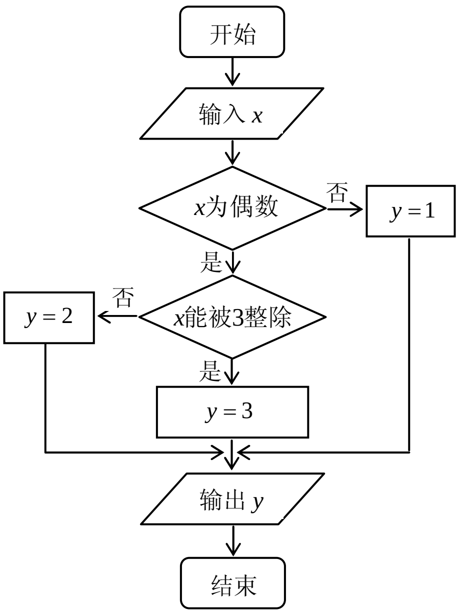
$$P(X=0)=1-\frac{1}{105}-\frac{2}{105}-\frac{12}{105}=\frac{6}{7}。$$

$E(X)=4$.

25．(本小题满分 12 分)

某算法的程序框图如图所示，其中输入的变量 x 在 $1,2,3,\cdots,24$ 这 24 个整数中等可能随机产生．

（Ⅰ）分别求出按程序框图正确编程运行时输出 y 的值为 i 的概率 $P_i(i=1,2,3)$；



（Ⅱ）甲、乙两同学依据自己对程序框图的理解，各自编写程序重复运行 n 次后，统计记录了输出 y 的值为 $i(i=1,2,3)$ 的频数．以下是甲、乙所作频数统计表的部分数据．

甲的频数统计表（部分）

运行次数 n	输出 y 的值为 1 的频数	输出 y 的值为 2 的频数	输出 y 的值为 3 的频数
30	14	6	10
…	…	…	…
2100	1027	376	697

乙的频数统计表（部分）

运行次数 n	输出 y 的值为 1 的频数	输出 y 的值为 2 的频数	输出 y 的值为 3 的频数
30	12	11	7
…	…	…	…
2100	1051	696	353

当 $n=2100$ 时，根据表中的数据，分别写出甲、乙所编程序各自输出 y 的值为 $i(i=1,2,3)$ 的频率（用分数表示），并判断两位同学中哪一位所编写程序符合算法要求的可能性较大；

（Ⅲ）按程序框图正确编写的程序运行 3 次，求输出 y 的值为 2 的次数 ξ 的分布列及数学期望．

26.（本小题满分 12 分）

某人在如图 4 所示的直角边长为 4 米的三角形地块的每个格点（指纵、横的交叉点记忆三角形的顶点）处都种了一株相同品种的作物。根据历年的种植经验，一株该种作物的年收获量 Y（单位：kg）与它的“相近”作物株数 X 之间的关系如下表所示：

X	1	2	3	4
Y	51	48	45	42

这里，两株作物“相近”是指它们之间的直线距离不超过 1 米.

（I）从三角形地块的内部和边界上分别随机选取一株作物，求它们恰好“相近”的概率；

（II）从所种作物中随机选取一株，求它的年收获量的分布列与数学期望.

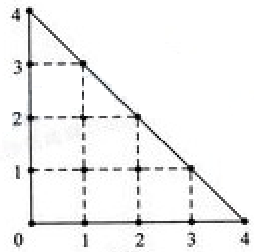


图 4

27.（本小题满分 12 分）

假设每天从甲地去乙地的旅客人数 X 是服从正态分布 $N(800,50^2)$ 的随机变量，记一天中从甲地去乙地的旅客人数不超过 900 的概率为 p_0.

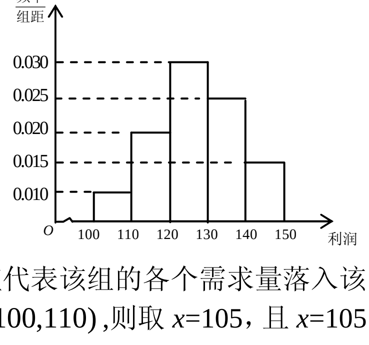
（1）求 p_0 的值；（参考数据：若 $X-N(\mu,\sigma^2)$，有 $P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6826$,

$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9544, P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9974.$

（2）某客运公司用 A、B 两种型号的车辆承担甲、乙两地间的长途客运业务，每车每天往返一次。A、B 两种车辆的载客量分别为 36 人和 60 人，从甲地去乙地的营运成本分别为 1600 元/辆和 2400 元/辆，公司拟组建一个不超过 21 辆车的客运车队，并要求 B 型车不多于 A 型车 7 辆。若每天要以不小于 p_0 的概率运完从甲地去乙地的旅客，且使公司从甲地去乙地的营运成本最小，那么应配备 A 型车、B 型车各多少辆？

28.（本小题满分 12 分）

经销商经销某种农产品，在一个销售季度内，每售出 1t 该产品获利润 500 元，未售出的产品，每 1t 亏损 300 元。根据历史资料，得到销售季度内市场需求量的频率分布直方图，如有图所示。经销商为下一个销售季度购进了 130t 该农产品。以 x（单位：t，$100\le x\le 150$）表示下一个销售季度内经销该农产品的利润。



（Ⅰ）将 T 表示为 x 的函数;

（Ⅱ）根据直方图的需求量分组中，以各组的区间中点值代表该组的各个需求量落入该区间的频率作为需求量取该区间中点值的概率（例如：若 $x\in[100,110)$,则取 x=105，且 x=105 的概率等于需求量落入[100,110) 的 T 的数学期望）.

29.（本小题满分 12 分）

某车间共有 12 名工人，随机抽取 6 名，他们某日加工零件个数的茎叶图如图 4 所示，其中茎为十位数，叶为个位数.

1	7	9	
2	0	1	5
3	0		

（1）根据茎叶图计算样本均值;

（2）日加工零件个数大于样本均值的工人为优秀工人。根据茎叶图推断该车间 12 名工人中有几名优秀工人?

（3）从该车间 12 名工人中，任取 2 人，求恰有 1 名优秀工人的概率.

30.（本小题满分 13 分）

某联欢晚会举行抽奖活动，举办方设置了甲．乙两种抽奖方案，方案甲的中奖率为$\dfrac{2}{3}$，中将可以获得 2 分；方案乙的中奖率为$\dfrac{2}{5}$，中将可以得 3 分；未中奖则不得分．每人有且只有一次抽奖机会，每次抽奖中将与否互不影响，晚会结束后凭分数兑换奖品.

（1）若小明选择方案甲抽奖，小红选择方案乙抽奖，记他们的累计得分为 X,Y，求 $X\le 3$ 的概率;

（2）若小明、小红两人都选择方案甲或方案乙进行抽奖，问：他们选择何种方案抽奖，累计的得分的数学期望较大?

解:（Ⅰ）由已知得：小明中奖的概率为$\dfrac{2}{3}$，小红中奖的概率为$\dfrac{2}{5}$，两人中奖与否互不影响，记“这 2 人的累计得分 $X\le 3$”的事件为 A，则 A 事件的对立事件为“$X=5$”，

$\because P(X=5)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{4}{15}$，$\therefore P(A)=1-P(X=5)=\dfrac{11}{15}$

$\therefore$这两人的累计得分 $X\le 3$ 的概率为$\dfrac{11}{15}$.

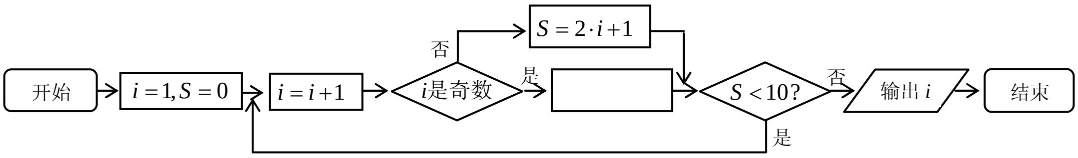
（Ⅱ）设小明、小红都选择方案甲抽奖中奖的次数为 X_1，都选择方案乙抽奖中奖的次数为 X_2，则这两人选择方案甲抽奖累计得分的数学期望为 $E(2X_1)$，选择方案乙抽奖累计得分的数学期望为 $E(3X_2)$.

由已知：$X_1\sim B(2,\dfrac{2}{3})$，$X_2\sim B(2,\dfrac{2}{5})$ $\therefore E(X_1)=2\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{3}$，$E(X_2)=2\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{4}{5}$

$\therefore E(2X_1)=2E(X_1)=\dfrac{8}{3}$，$E(3X_2)=3E(X_2)=\dfrac{12}{5}$

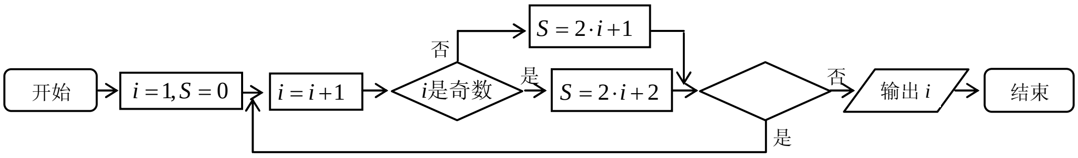
$\because E(2X_1)>E(3X_2)$ $\therefore$他们都在选择方案甲进行抽奖时，累计得分的数学期望最大.

1. 阅读如下程序框图，如果输出 $i=5$，那么在空白矩形框中应填入的语句为



A. $S=2*i-2$　　B. $S=2*i-1$　　C. $S=2*i$　　D. $S=2*i+4$

1. 阅读如下程序框图，如果输出 i=4，那么空白的判断框中应填入的条件是

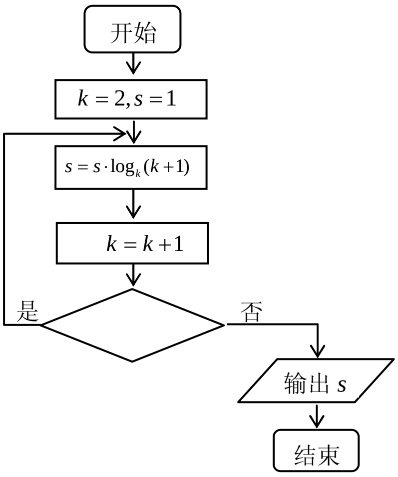


A．S＜8　　B．S＜9　　C．S＜10　　D．S＜11

2. 执行如图所示的程序框图，如果输出 $s=3$，那么判断框内应填入的条件是

A． $k\le 6$　　B． $k\le 7$　　C． $k\le 8$　　D． $k\le 9$

【答案】：B



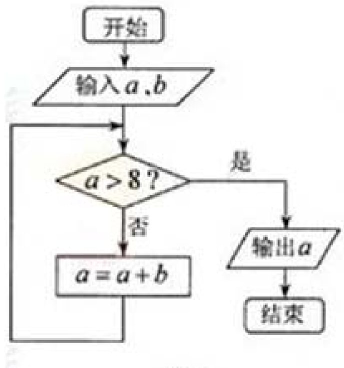
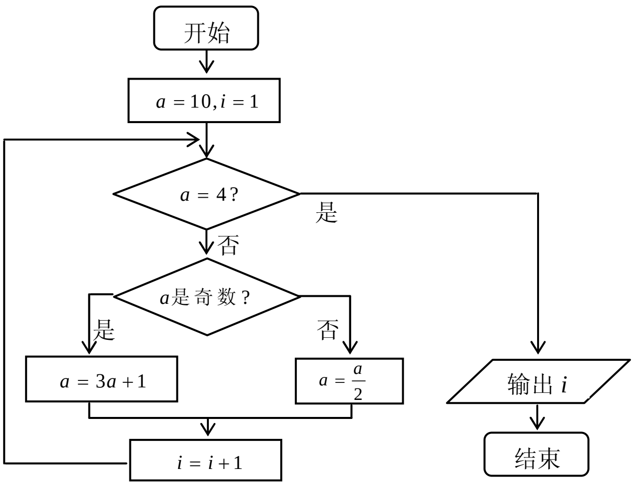


图 3

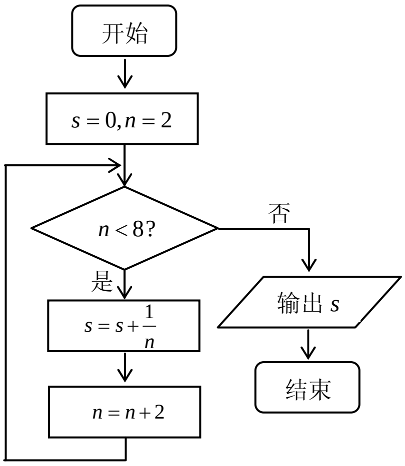
3. 执行如图 3 所示的程序框图，如果输入 $a=1,b=2$，则输出的 a 的值为__________.

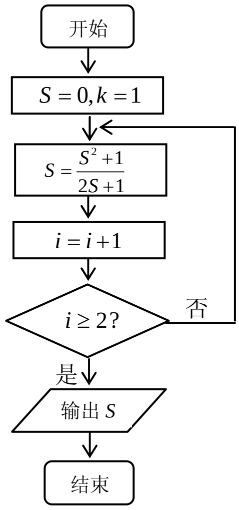


4. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的结果 i=__________.

5. 如图所示，程序框图算法(流程图)的输出结果是

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{25}{24}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{11}{12}$



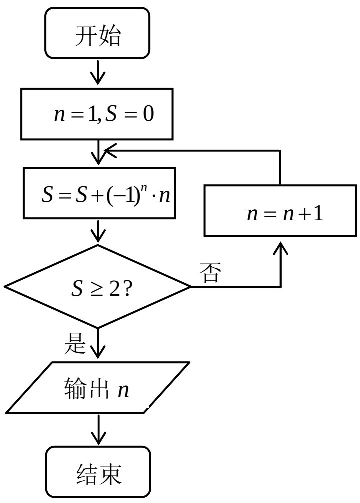


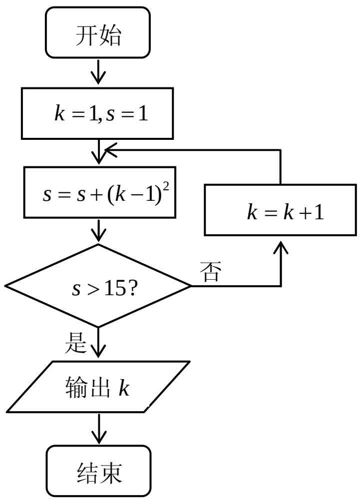
6. 执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为

A. 1　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{21}$　　D. $\frac{610}{987}$

7. 阅读右边的程序框图，运行相应的程序，则输出 n 的值为

A.　7　　B.　6　　C.　5　　D.　4





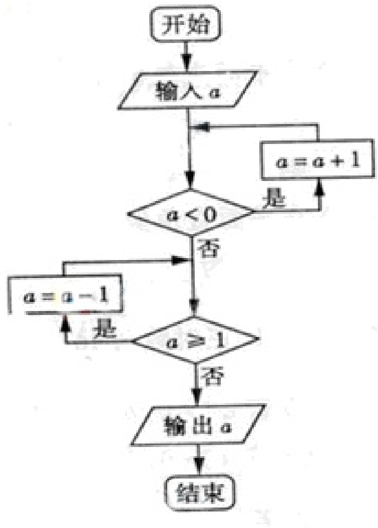
8. 执行如图所示的程序框图，则输出的 k 的值是

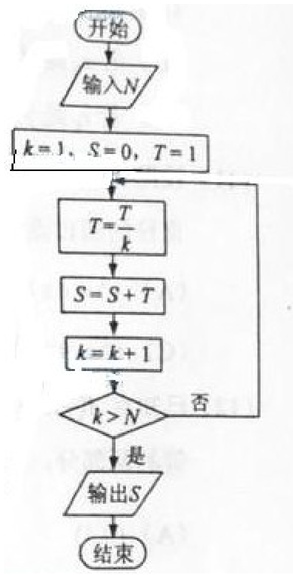
A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

【答案】C.

9. 执行右边的程序框图，若第一次输入的 a 的值为 -1.2，第二次输入的 a 的值为 1.2，则第一次、第二次输出的 a 的值分别为

A. 0.2，0.2　　B. 0.2，0.8　　C. 0.8，0.2　　D. 0.8，0.8





10. 执行右面的程序框图，如果输入的 N=4，那么输出的 S=

A. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

B. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times 2}+\frac{1}{4\times 3\times 2}$

C. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

D. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times 2}+\frac{1}{4\times 3\times 2}+\frac{1}{5\times 4\times 3\times 2}$

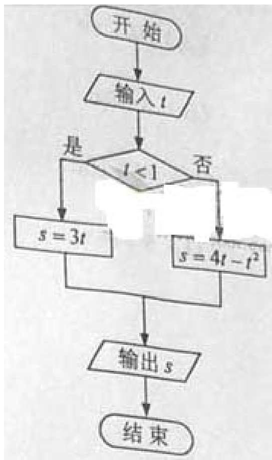
11. 执行右面的程序框图，如果输入的 $t\in[-1,3]$，则输出的 S 属于

A. $[-3,4]$

B. $[-5,2]$

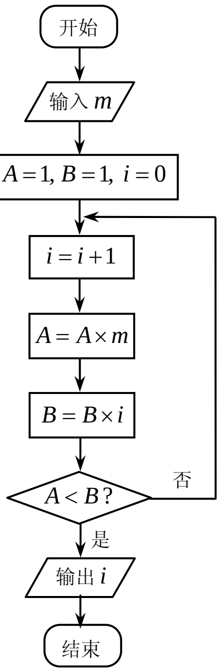
C. $[-4,3]$

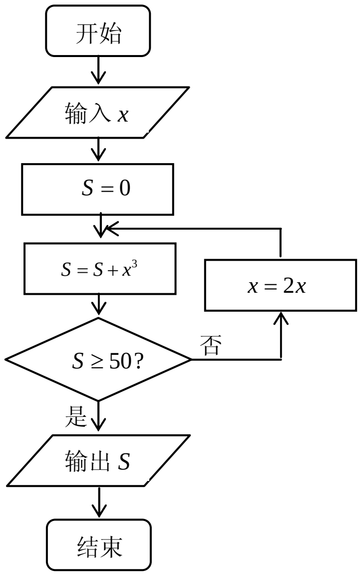
D. $[-2,5]$



12. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序．若输入 m 的值为 2，则输出的结果

$i=$__________.





13.　阅读右边的程序框图，运行相应的程序，若输入 x 的值为 1，则输出 S 的值为

A. 64　　B. 73　　C. 512　　D. 585

14. 根据下列算法语句，当输入 x 为 60 时，

输出 y 的值为

A.　25

B.　30

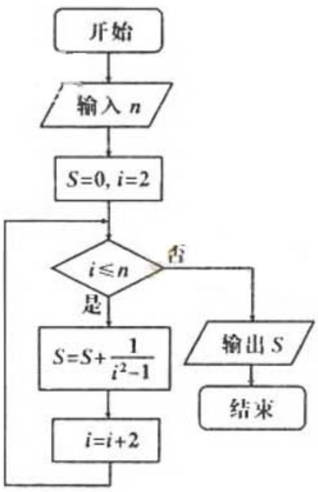
C.　31

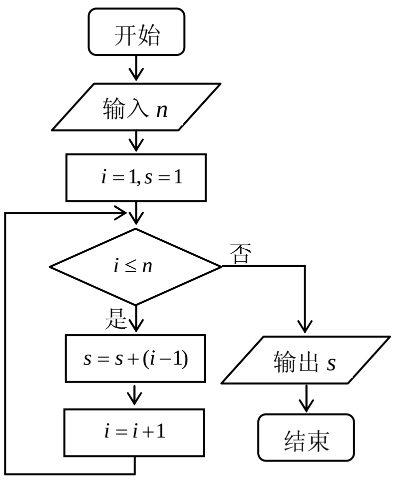
D.　61

```
输入 x
If x≤50 Then
   y=0.5 * x
Else
   y=25+0.6*x-50.
End If
输出 y
```

15. 执行如图所示的程序框图，若输入 $n=10$，则输出的 S 等于

A. $\frac{5}{11}$　　B. $\frac{10}{11}$　　C. $\frac{36}{55}$　　D. $\frac{72}{55}$





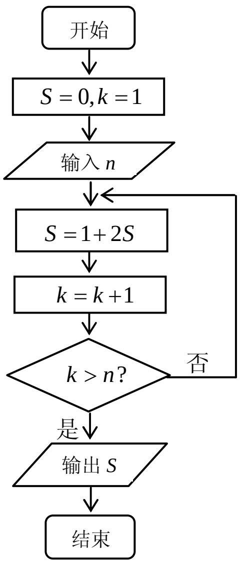
16. 执行如图 2 所示的程序框图，若输入 n 的值为 4，则输出 s 的值为__________.

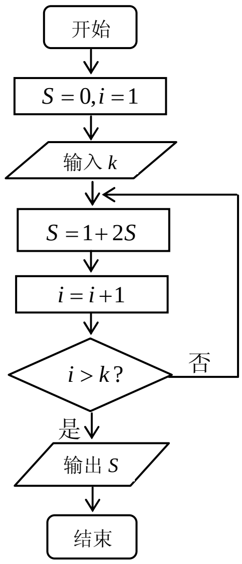
17. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，如果输入某个正整数 n 后，输出的 $S\in(10,20)$，那么 n 的值为

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【答案】B

【解析】本题考查的是程序框图．循环前：$S=1,k=2$；第 1 次判断后循环：$S=3,k=3$；第 2 次判断后循环：$S=7,k=4$；第 3 次判断后循环：$S=15,k=5$．





17. 阅读如图所示的程序框图，若输入的 $k=10$，则该算法的功能是

A．计算数列 $\{2^{n-1}\}$ 的前 10 项和　　B．计算数列 $\{2^{n-1}\}$ 的前 9 项和

C．计算数列 $\{2^{n}-1\}$ 的前 10 项和　　D．计算数列 $\{2^{n}-1\}$ 的前 9 项和

【答案】C

【解析】第一循环：$S=1,i=2$，$i<10$ 第二循环：$S=3,i=3,i<10$ 第三循环：$S=7,i=4,i<10$

…..．第九循环：$S=2^9-1,i=10,i=10$．第十循环：$S=2^{10}-1,i=11,i>10$，输出 S．

根据选项，$S=\dfrac{1(1-2^{10})}{1-2}$，故为数列 2^{n-1} 的前 10 项和．故答案 A．