

摘要

反射式衍射光栅是一种具有极高衍射效率的计算机光学元件，能将入射光束以需要的强度分布聚焦到指定的区域。基于计算机辅助设计和微细加工技术制成的平面浮雕形计算机光学元件，具有造价低、易复制、重量轻等优点，并能实现传统光学难以完成的微小、阵列、集成等新功能，被广泛的应用在激光工艺、医学、光学信息处理、传输控制和光通信等领域。

本论文基于几何光学理论和标量衍射理论提出了设计反射式衍射光栅的逆变换算法和理论模型，推出了计算反射式衍射光栅表面浮雕高度的差分方程。通过计算机辅助设计，计算得到了反射式衍射光栅表面的浮雕高度，设计了反射式衍射光栅。计算机模拟得到的结果与所需的衍射图样相符合。文中还讨论了光栅参数对成像质量的影响，提出改进反射式衍射光栅特性的建议。

关键词：计算机光学、衍射光栅、抽样定理、逆变换

ABSTRACT

Diffraction grating, which can convert incident field of light beam to the required field in certain position, is a computer optical device with very high diffraction efficiency. Computer Optics, a rapidly developing new approach of optics, originates from Computer science, Optics and Microelectronics. The optic devices designed with computer with phase relief on plane which are cheap, light and easy to be made and can be integrated, miniaturized and made in array, are used in many fields such as laser processing techniques, optic communications, biomedicine, wave beam control.

This paper provides an algorithm of reverse transformation and a model theory to design diffraction gratings based on geometrical theory and scalar quantity diffractive theory. The height of phase relief is achieved by finding the solution of the difference equation with computer calculation. Using the model theory and the algorithm, a diffraction grating, which converts the field of Gaussian beam to the uniform field in a square, is designed. With computer simulation and drawing program, the diffraction pattern is got in this paper. By changing the parameters using to design the grating, different diffraction patterns are gained. Through analyzing the different diffraction patterns, the best parameters are given.

KEY WORDs : computer optics diffraction grating sampling theory
reverse transformation

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

签名： 谭庆贵 日期： 2002年 1月18日

关于论文使用授权的说明

本学位论文作者完全了解电子科技大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘；允许论文被查阅和借阅。本人授权电子科技大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后应遵守此规定)

签名： 谭庆贵 导师签名： 李洪
日期： 2002年 1月18日

第一章 绪 论

随着微电子科学与计算机科学的发展，计算机光学作为一门新的科学迅速发展起来。计算机光学是基于光波衍射理论发展起来的一门新兴光学分支，是光学、计算机科学与微电子学相互渗透、交叉形成的前沿学科。反射式衍射光栅是一种计算机光学元件，相应的衍射光学元件也向集成、小型、高效、阵列、光机电集成等方向发展，展现出广阔的应用前景。

第一节 计算机光学的研究与发展

1.1.1 计算机光学概述

计算机光学又称为二元光学^{[1][2][3]}，它一方面是指借助于计算机来设计光学元件、完成需要的光波场的转换；另一方面它又是为计算机服务的一门科学，即研制光学处理器和光学存储器。计算机光学元件是一类基于光波的衍射理论、用计算机合成、在片基（或传统光学器件表面）上刻蚀产生两个或多个台阶深度的相位浮雕结构，形成纯相位、同轴再现、具有极高衍射效率的衍射光学元件。计算机光学元件起相位调制作用，能将入射光束以需要的强度分布聚焦到指定的空间区域。计算机光学元件的设计问题十分类似于光学变换系统中的相位恢复问题，即已知成像系统中入射光束的场分布和输出平面上需要得到的场分布，如何设计起相位调制作用的计算机光学元件，使其能正确调制入射光束的场分布，高精度地给出预期希望得到的衍射图样。

计算机光学元件源于全息光学元件(HOE)，特别是计算全息元件(CGH)^{[1][2][3]}，可以认为相息图(Kinoform)就是早期的计算机光学元件，但是计算机光学元件以多阶相位结构替代相息图的连续浮雕结构，解决了衍射元件的效率和加工问题。

1.1.2 计算机光学的历史与现状

80年代中期，前苏联和美国分别提出了计算机光学^[1]和二元光学^{[2][3]}的概

念。1986年前苏联科学院组织召开了全苏第一届计算机光学研讨会，讨论了计算机光学元件的性质，提出了计算机光学的数字化算法以及计算机光学元件的自动设计系统，给出了计算机光学的概念^[1]。全苏第一届计算机光学研讨会的顺利召开标志着计算机光学的形成。在此其间，美国也展开了这方面的研究，并提出了一种新的光学分支——二元光学^{[2][3]}。美国 MIT 林肯实验室威尔得坎谱 (Veldkamp) 领导的研究小组提出了“二元光学”的概念。

计算机光学的出现在国际上引起了广泛的研究热潮，得到了学术界和工业界的广泛关注，从而使计算机光学的设计理论和计算机光学元件的应用得到了迅速发展。

设计计算机光学元件时，根据元件衍射特征尺寸的大小与需要得到的精度，我们可以采用几何光学理论、标量衍射理论和矢量衍射理论。

通常情况下，当元件的衍射特征尺寸远大于波长时，采用的方法为几何光学理论。A.В.Гончарский 和 В.А.Данилов 等人在 80 年代就给出了反射式线聚焦器和面聚焦器的算法^{[10][11]}，研究了在正入射和任意角度入射的情况下的反射式线聚焦器的算法，并且制作出了 CO₂ 激光的反射式线聚焦器。这种线聚焦器能将光束聚焦为按指定强度分布的任意曲线。当元件的衍射特征尺寸大于光波波长时，光束的偏振属性对衍射结果的影响很小，也可以采用标量衍射理论设计计算机光学元件。90 年代初，基于这一思想的标量理论得到了快速发展，出现的优化设计算法有盖师贝格-撒克斯通 (Gerchberg-Saxton) 算法 (GS)、误差减法 (ER) 及其修正算法、直接二元搜索法 (DBS 也称爬山法 (HC))、模拟退火算法 (SA) 和遗传算法 (GA)^{[13]-[17]}。遗传算法是一种借助自然界自然选择和自然遗传机制的高度并行、随机、自适应搜索算法，将适者生存原理同基因交换机制结合起来形成具有独特优化机制的搜索算法，而且其特别适用于并行运算，已被应用于许多领域。在国内，也有研究人员对计算机光学元件的设计理论进行研究，提出自己的算法，中国科学院物理研究所杨国桢和顾本源于 90 年代中期提出了任意线性变换系统中振幅-相位恢复的一般理论和杨-顾 (Y-G) 算法^[18]，并且成功的应用于变换系统中。在许多实际应用场合中，元件的特征尺寸为波长量级或亚波长量级，刻蚀深度也较大 (达到几个波长量级)，此时光波的偏振性质和不同偏振光之间的相互作用对衍射结果起着重要作用，标量衍射理论中的假设和近似便不再成立^[19]，必须使用严格的矢量衍射理论。目前已经发展出了

几种有关的设计理论,如积分法、微分法、模态法和藕合波法等^{[20]-[22]},但是由于矢量理论和计算方法都很复杂、运算量大等原因,目前还没被广泛应用。现在使用的主要是标量理论,但由于几何光学理论具有易于设计、计算简单等特点,许多情况下也采用几何光学理论设计计算机光学元件。

和传统的光学元件相比,计算机光学元件的体积小、重量轻、容易复制和集成。除此之外,计算机光学元件具有很高的衍射效率,计算机光学元件的能量衍射效率在理论上接近 100%;计算机光学的色散性能很好,可在折射光学系统中同时校正球差和色差;制作计算机光学元件时,可用材料的范围也很广,计算机光学元件的浮雕可刻蚀在玻璃、电介质或金属等的基底上;计算机光学元件可产生一般传统光学元件所不能实现的光波面,如非球面、环状面、锥面和柱面等,并可集成得到多功能元件;使用亚波长结构还可以得到宽带、大视场、消反射和偏振等特性。正是因为计算机光学元件具有这么多的优点,所以短短十几年,计算机光学得到了令人瞩目的发展,今天多种计算机光学元件已广泛的使用在激光工艺、生物医学、光学信息处理和传输控制等领域,取得了很好的效益。计算机光学主要应用在三个方面^[23]。

第一方面,人们采用计算机光学技术来改进传统的折射光学元件,以提高它们的常规性能,并实现普通光学元件无法实现的特殊功能。这类元件主要用于像差校正和消色差。通常是在球面折射透镜的一个面上刻蚀衍射图案,实现折射、衍射复合消像差和较宽波段上的消色差。此外,计算机光学元件能产生任意波面、实现许多特殊功能,具有重要的应用价值。如材料加工和表面热处理中的光束整形元件、医疗仪器中的 He-Ne 激光聚焦校正器、光学并行系统中的光互连元件以及辐射转换器等^{[24]-[27]}。国内对这一代计算机光学元件也进行了大量的研究。有研究人员将计算机光学元件应用在信号分析和处理中,他们利用计算机光学技术制作子波匹配滤波器^[28],纯位相滤波器和振幅调制滤波器^[29]。还有研究人员为了实现光互连而根据光交换网络中光逻辑 FET-SEED 灵巧像元阵列器件的光栅分布,制作出 16×16 非等间距的位相计算全息光栅,与光逻辑 FET-SEED 灵巧像元阵列器件光栅分布完全匹配^[30]。

第二方面,计算机光学主要应用于微光学元件和微光学阵列。80 年代末,计算机光学进入微光学领域,向微型化、阵列化发展,元件大小从十几个微米至 1mm。用计算机光学方法制作的高密度微透镜阵列的衍射效率很高,而且可

实现衍射受限成像。这类高质量的衍射或折射微透镜阵列，在光通信、光学信息处理、光存储和激光束扫描等许多领域中有重要的应用。

第三方面，计算机光学瞄准了多层或三维集成微光学，在成像和复杂的光互连中进行光束变换和控制。多层微光学能够将光的变换、探测和处理集成为一体，构成一种多功能集成化光电处理器，这一进展将使一种能按照不同光强进行适应性调整、探测出目标的运动并自动确定目标在背景中的位置的图像传感器成为可能。

由于计算机光学器件有自身独特的优点，计算机光学器件也被广泛应用在准光学系统中，特别在大功率回旋管中，具有特殊浮雕结构的镜面可以大大提高大功率回旋管的性能，得到比较理想的结果。

俄罗斯科学院应用物理所的契尔科夫(A.V.Chirkov)将计算机光学器件应用于大功率回旋管中，并提出了最优化设计方法^[36]。根据提出的最优化设计方法，他们设计制造了53GHZ(TE8.3)、106GHZ(TE15.4)和83GHZ(TE13.4)等几种大功率回旋管，测出了主要参数，得到了很好的结果。在美国、德国等国家，他们也开展了这方面的研究工作^{[37][38]}。美国马萨诸塞科技院等离子体科学研究中心的Desion等人提出了一种用于大功率回旋管模式转换器的反射镜的设计方法，这种方法使用了一种数字相位恢复算法，能够根据测得的场的强度分布，重新构建模式转换器中的场。他们也提出了一种设计具有四个反射镜的模式转换器的方法，并把这种方法推广，应用到反射天线中。这种相位恢复算法和设计反射镜的算法，在没有特殊的模式转换器的几何形状作参考的情况下也可以使用。这些设计算法已经应用到110GHZ的模式转换器中，这种转换器可以将回旋管中模式为 $TE_{22,6}$ 的波束在窗口处转化为高斯波束。用冷测法测得的结果表明在窗口处可以得到需要的振幅和相位。这些方法的发展和其在准光学空间模式转换器中的有效性预示着计算机光学器件可以很好的使用在其它准光学系统和微波领域中。

1.1.3 计算机光学的发展趋势

计算机光学发展的关键技术是超精细结构衍射元件的设计与加工，计算机光学研究今后将主要向以下几个方面发展。

一 具有亚波长结构的计算机光学元件的研究^[39]

亚波长结构元件的特征尺寸比波长小，其反射率、透射率、偏振特性和光谱特性等都显示出与常规计算机光学元件截然不同的特征，因而具有许多独特的应用潜力，可以作为抗反射元件、偏振元件、窄带滤波器和相位板等。今后研究的重点主要放在建立正确有效的理论模型、特殊波面变换的算法，发展波前工程学，以制作逼近临界尺寸的微小元件，以及亚波长结构衍射元件的应用，推动微光学的发展。

二 开发计算机光学的 CAD 软件包

到现在我们还没有找到适合不同浮雕衍射结构的简单而有效的理论模型，计算机光学元件的设计仍缺乏像普通光设计程序那样，可以求出任意面形、传递函数及系统像差、具有友好界面的通用软件包。但随着通用设计工具的发展，二元光学元件有可能成为通用的标准光学元件，得到广泛的应用，并与常规光学元件结合，形成一代新的光学系统。

三 微型光机电集成系统是计算机光学发展的总趋势^[40]

计算机光学元件有可能直接刻蚀在集成电路的芯片上，并在一块芯片上布置微光学阵列，甚至完全集成化的光电处理单元，这将导致包括各种全新的超密集传感系统的产生。

第二节 本论文的工作

本论文以几何光学理论为基础，研究了计算机光学元件的逆变换算法和理论模型，得出了相应的算法和计算程序，设计出了一种反射式衍射光栅。这种反射式衍射光栅能将不均匀分布的高斯场转化成均匀分布的矩形场。对该光栅进行了计算机模拟，得到了与预期结果相符的衍射图样。研究了参数的变化对衍射图样的影响，提出了改进反射式衍射光栅的性能的可行性建议。

本论文主要分为五章，各章的主要内容如下：

第一章 概述了 80 年代中期在光学领域出现的两个相近的新兴学科——计算机光学和二元光学，介绍了计算机光学的研究和发展。

第二章 介绍了计算机光学的理论基础。因为设计计算机光学元件时，根据计算机光学元件的特征尺寸的大小，可以分别采用几何光学理论、标量衍射理

论和矢量衍射理论，这一章重点叙述了几何光学理论和标量衍射理论，同时还介绍了与计算机光学有密切关系的光学全息原理。

第三章 根据具体的任务要求和参考文献，研究了计算机光学元件的逆变换算法和理论模型，得出了相应的算法和理论模型。

第四章 按照第三章给出的理论模型和算法编写反射式衍射光栅表面浮雕高度的计算程序，并用 FORTRAN 语言绘图程序绘制出反射式衍射光栅的表面浮雕图样。

第五章 对反射式衍射光栅成像结果进行计算机模拟，得到了与预期结果相符的衍射图样。研究了参数的变化对衍射图样的影响，得到不同的衍射图样，提出了改进反射式衍射光栅的性能的可行性建议。

第二章 理论基础

反射式衍射光栅是一种计算机光学元件，它与全息光学、衍射光学、几何光学都有密切的关系。本章主要介绍全息、计算机光学的标量衍射理论、几何光学理论三方面的相关知识。

第一节 全息原理

用普通摄影技术拍摄三维景物时，拍成的普通照片完全失去了立体效应，与真实物体有很大的差别。1948年，英国科学家 Dennis Gabor 提出了一种新的成像原理，称为全息术。用这种原理可以实现物的再现。

2.1.1 光学全息

全息术是利用干涉原理来记录和再现波前的一门科学。在标量理论中单色光的光波可写为

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp[i\Psi(\vec{r})] \quad (2-1)$$

其中， $A(\vec{r})$ 表示波的振幅， $\Psi(\vec{r})$ 表示波的位相。这也就是说，波由其振幅和位相完全确定。

光学全息术就是利用光的干涉和衍射原理，将携带物体信息(振幅和位相)的光波以干涉图样的形式记录下来，并在一定的条件下使其再现，形成原物体逼真的立体像。由于记录了物体的全部信息，故称为全息术。而所记录下来的干涉条纹图样，称为全息图。

全息术的整个过程分为两步：第一步是记录波前，即记录干涉光波场；第二步是波前再现，即复杂光栅的衍射成像。

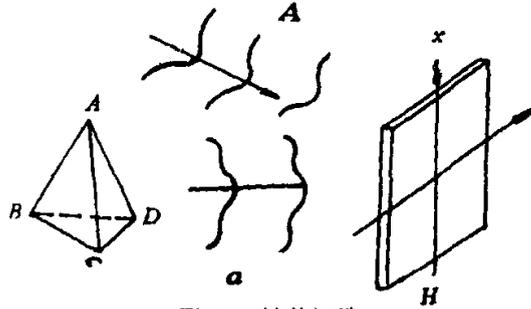
波前的记录过程如图(2-1)所示。设传播到记录介质上的物光波波前为

$$a(x, y) = a(x, y) \exp[-i\phi(x, y)] \quad (2-2)$$

传播到记录介质上的参考波波前为

$$A(x, y) = A(x, y) \exp[-i\phi(x, y)] \quad (2-3)$$

则被记录的总光强为



图(2-1) 波前记录

$$I(x, y) = |A(x, y) + a(x, y)|^2 = |A(x, y)|^2 + |a(x, y)|^2 + 2A(x, y) \cdot a(x, y) \cos[\varphi(x, y) - \phi(x, y)] \quad (2-4)$$

上式中的前两项是物光和参考光的强度分布，第三项是干涉项，包含有物波波前的振幅和位相信息，它们受到参考光振幅和位相的调制。参考光波的作用在于使物波波前的位相分布转换成干涉条纹的强度分布。

下面讨论波前的再现过程。假定全息图的振幅透过率为

$$t(x, y) = t_b + \beta'(|a|^2 + A^*a + Aa^*)$$

其中， t_b 和 β' 是和记录介质及曝光量有关的常数。用一束相干光波照射全息图，假定它在全息图平面上的复振幅分布为 $B(x, y)$ ，则透过全息图的光场为

$$U(x, y) = B(x, y)t(x, y) = t_b B + \beta' B |a|^2 + \beta' A^* B a + \beta' A B a^* = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \quad (2-5)$$

如果 $B(x, y) = A(x, y)$ ，则透射光的第三项为：

$$U_3(x, y) = \beta' |A|^2 a(x, y)$$

因为 $|A|^2$ 是均匀的参考光强度，所以除了一个常数因子以外， U_3 是原来物光波波前的重现。而透射光的第四项 $U_4(x, y) = \beta' A^2 a^*(x, y)$ 是正比于物光波波前的共轭波。

2.1.2 计算全息

利用普通的光学全息技术虽然能记录物体真正的三维影像，但是它的抗干

扰能力弱，而且能量效率很低（一般不超过 4%）^[31]，难以做出高质量高亮度的全息图。

1965 年，Kozma 和 Kelly 提出了计算全息的概念。计算全息是利用计算机，并通过计算机控制绘图仪或其他记录装置来合成全息图的方法。与一般的光学全息图比较，计算全息图有以下的优点：

1. 计算全息图功能灵活，使用范围广。制作光学全息图时，必须要有实际的物体存在；而计算全息图的制作则不这样，只要给出物波的具体数学描述，就能利用计算机和现实装置综合出计算全息图。因此计算全息能综合出世间不存在的物体的全息图，灵活性很高。适用于信息处理中空间滤波器的综合，或生成特殊的参考光波面来检测光学元件，或作为特殊的波面变换元件以实现光学中的广义变换。

2. 计算全息图大部分都是二元的，全息图的透过率函数取值为 0 或 1。光学全息图在制作时对环境条件要求较高且对记录介质的非线性效应和底片颗粒噪声很敏感，因此很难得到完全相同的复制品。而二元计算全息图只需记录和识别两种信号状态，所以抗外界干扰的能力强、噪声小、易于复制。

3. 二元计算全息图经漂白处理后，变成位相型全息图，可得到很高的衍射效率。

4. 声波、微波或其他电磁波的全息图，可应用计算机技术来制作和再现，从而进一步扩大了全息照相术在这些领域中的应用。

如果按照记录全息图的方法来分类，计算机全息图与光学全息图一样，基本上可以分为三类：傅里叶变换全息图、像全息图和菲涅尔全息图。

1. 傅里叶变换全息图

傅里叶变换全息图记录物体光分布的傅里叶变换与参考光波的干涉图，因而傅里叶变换全息图就需要计算出物体光波的傅里叶变换，利用快速傅里叶变换和计算机可以很快的算出来。

2. 像全息图

像全息图记录的是物体的成像光波与参考光波的干涉图，计算机像全息图必须给定复振幅分布。

3. 菲涅尔全息图

菲涅尔全息图记录物体的菲涅尔光波与参考光波的干涉图，所以计算机菲

涅尔全息图必须算出物体的菲涅尔衍射场。

如果按照制作全息图时所采用的编码技术来分类，也就是根据记录光波的复振幅分布与全息图透过率的函数关系来对计算机全息图进行分类，计算机全息可分为迂回位相计算全息图、修正型离轴参考光计算全息图、相息图和计算全息干涉图。

1. 迂回位相计算全息图

1960年，Brown和罗曼应用迂回位相技术制成二元计算全息图，现在习惯称之为迂回位相型全息图。这种全息图有三个特点：

全息图的透过率是二元的，只取0或1；应用迂回位相编码物光波的位相，全息图可同时记录复值函数的振幅和位相；全息记录时没有用到参考光波或加偏置分量。这种迂回位相编码制作的二元计算全息图是计算全息技术的真正开端。

2. 修正型离轴参考光计算全息图

除了用迂回位相技术直接编码光波的复振幅，得到二元计算全息图外，还有模仿光学离轴全息图的形成方法，加参考光波及偏置分量，使得全息图平面上要记录的复数振幅转变为实数的非负函数。这时可直接应用CRT或其它绘图仪记录这个实的非负函数，就没有位相编码问题了。

3. 相息图

是将光波信息转化为全息图的透过率变化或干涉条纹图形而记录在胶片上，相息图却只以浮雕形式将光波的位相信息记录在胶片上。光学全息和一般的计算全息再现复数波场都是建立在光的衍射理论的基础上的，而相息图却似菲涅尔透镜那样，只是通过改变光学厚度去变化照射光波的位相分布，从而再现出原始的物光波。

而且再现时只有单一的衍射级，因此，在理想情况下，衍射效率可达到100%。由于同样的原因，相息图包含的全部空间频率成分都用于单个像，因而，成像无需很大的带宽。

4. 计算全息干涉图

如果用计算机把干涉条纹（亮纹或暗纹）的位置计算出来，再用绘图仪绘制，经过精缩以后就是一幅干涉型计算机全息图。干涉型全息图计算简单，比相息图容易加工，可用于制作纯位相型的全息图，条纹可以制成二值型的形状，

也可以制成多阶灰度的形状。因此，干涉型全息图的衍射效率也可以达到很高，对于纯位相二值型的干涉全息图，其衍射效率理论上最高可达到 40.5%。计算机全息图的制作过程可分为五步，如图(2-2) 所示。

(1) 抽样

由于数字计算机不能对连续函数进行运算，所以必须对物体波前的函数进行抽样。即用有限的离散点来描述连续函数。为了保证抽样点能正确的描述物体波前，抽样必须遵循抽样定理。

(2) 计算

在确定了抽样数和抽样间距后，将各抽样点的物光波场的复振幅计算出来。

(3) 编码

编码是将全息图上各抽样点计算所得的复振幅（振幅和位相），按照给定的再现照明光波，用人为的方法实现出来。即是将全息图平面上的光波场分布转化为全息图的透射律变化的过程。

(4) 绘制全息图

在计算机的控制下，将全息图的透过率变化在绘图设备上绘出，再经过光学缩板得到实用的全息图。

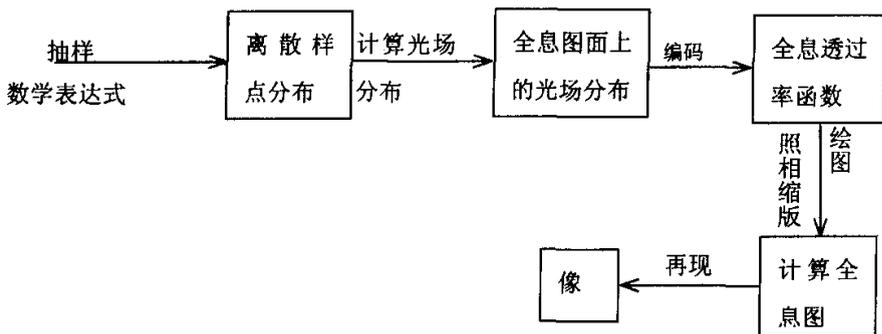


图 2-2 计算全息图制作流程图

(5) 全息图的再现

这一步骤在本质上与光学全息图的再现没有区别，可以在一定的光路中，用激光照射全息图，得到原来的像。

第二节 标量衍射理论^[34]

光在传播过程中，偏离直线传播的现象称为光的衍射。衍射问题是光学中遇到的最困难的问题之一，衍射的中心问题是计算衍射的光强分布，要精确解决这个问题，必须把光波场考虑成矢量场。但由于用矢量方法求解衍射问题时，其数学运算相当复杂，至今用这种方法严格求解的例子并不多，大多数有实际意义的情况都采用近似方法求解。而标量衍射理论是把光波场当作标量场来处理，即只考虑电磁场的一个横向分量的标量振幅，而假定任何别的有关分量都可以用同样的方式独立处理，从而忽略电矢量和磁矢量的各个分量按麦克斯韦方程的耦合关系。

2.2.1 基尔霍夫衍射理论

基尔霍夫标量衍射理论就是一种常用的近似理论。实验证明，这种近似处理方法，当衍射孔径比照明光波长大得多，而且观察点离衍射孔径不太近时，得到的结果是很精确的。因此，在大多数有实际意义的情况中都采用近似方法求解。以实验为基础的惠更斯—菲涅耳原理与标量衍射近似方法得到的结果相一致，基尔霍夫标量衍射理论的许多结果都统一在惠更斯—菲涅耳原理之下。惠更斯—菲涅耳原理表达为：波前上的每个面元都可以看成一个新的振动中心，他们发出的波在空间每一点的震动，是所有这些次波在该点的相干迭加。基尔霍夫给出了惠更斯—菲涅耳原理比较完善的数学理论基础。他指出，惠更斯—菲涅耳原理可以看作是某种积分定理的近似形式，这种积分定理将齐次波动方程在场中任一点 P 的解，用 P 点周围任一闭合面上所有各点的解及其一阶微商的值来表示，并在此基础上建立了基尔霍夫衍射理论。

在无限大不透明屏 D 上，考虑一个开孔 Σ 引起的衍射。如果一个波动投射到孔 Σ 和不透明的屏上，开孔的线度远大于波长，光源和观察到衍射屏的距离足够远（远大于波长和开孔的线度）。在满足条件：

- a. 在开孔 Σ 上各点处的场分布 U 及其导数 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 与屏不存在时一样；
- b. 除开孔 Σ 外，在屏上各点处的场强 U 及其导数 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 恒为 0。

和索末菲辐射条件 $\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial U}{\partial n} - ikU \right) = 0$ 的前提下, 屏后任一点 P_0 的场分布 $U(P)$ 可以近似表示为

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left(G \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial G}{\partial n} \right) ds \quad (2-6)$$

这就是基尔霍夫衍射公式, 其中 G 为格林函数。

2.2.2 菲涅尔-基尔霍夫衍射理论

如果用位于 P_2 点的单色点光源照射衍射屏上的开孔 Σ , 如图 (2-3) 所示。 P_1 为开孔 Σ 上的任意点, r_{21} 是 P_2 点和 P_1 点之间的距离, P_2 点在 P_1 点产生的光振动为

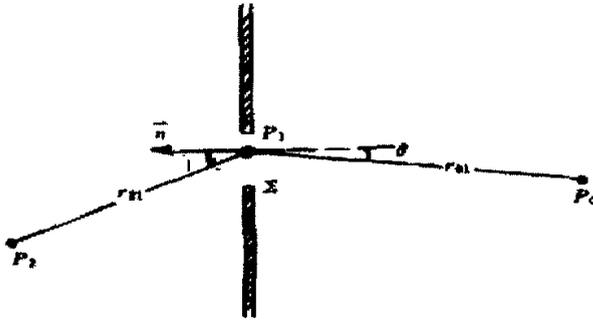


图 2-3 单色点光源照明衍射孔

$$U(p_1) = \frac{A}{r_{21}} \exp(ikr_{21}) \quad (2-7)$$

设格林函数为

$$G(p_1) = \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \quad (2-8)$$

将式 (2-7)、(2-8) 代入基尔霍夫衍射公式 (2-6), 可以得到

$$U(p_0) = \iint_{\Sigma} U(p_1) \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \left[\frac{\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) - \cos(\vec{n}, \vec{r}_{21})}{2} \right] ds \quad (2-9)$$

式 (2-9) 称为菲涅尔-基尔霍夫衍射公式。虽然菲涅尔-基尔霍夫衍射公式是在用点光源照射的情况下得到的, 但在一般情况下, 此式也是成立的, 这时 $U(p_1)$ 泛指 Σ 上的复振幅。

2.2.3 夫朗和菲衍射和菲涅尔衍射

2.2.2 节推出了普遍形式的菲涅尔—基尔霍夫衍射公式, 然而用该公式来解决实际问题时, 数学上往往又是很困难的, 在处理实际问题时, 常常需要采取某些近似, 以便用比较简单的数学运算来得到衍射图样。根据近似处理的条件, 可分为菲涅尔近似和夫朗和菲近似, 与之相对应的衍射分别称为菲涅尔衍射和夫朗和菲衍射。通常光的衍射分为三种类型: 瑞利—索末菲衍射、菲涅尔衍射和夫琅和费衍射。三个衍射区的划分如图(2-4)所示。

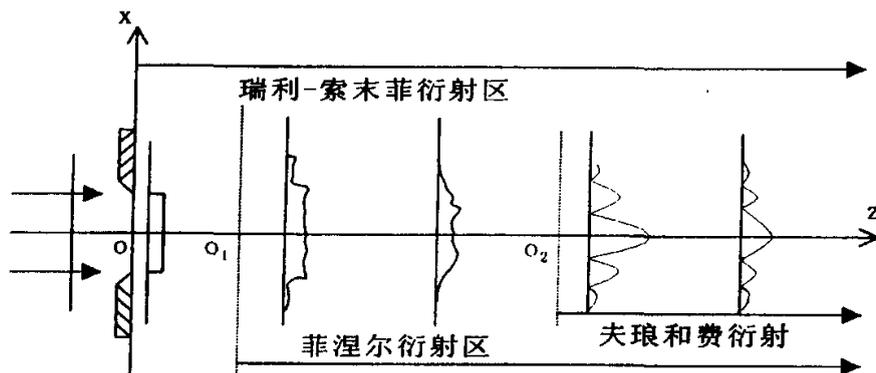


图 2-4 衍射区的划分示意图

下面讨论菲涅尔衍射和夫琅和费衍射。如图 (2-5) 所示, 一无限大不透明屏置于 x_1y_1 平面, 其上开一有限的孔 Σ , 观察屏置于 x_0oy_0 平面。用单色光照明开孔 Σ 。由瑞利-索末菲公式可得观察屏上的复振幅为

$$U_0(x_0, y_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_D U_1(x_1, y_1) \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \cos\theta dx_1 dy_1 \quad (2-10)$$

式(2-10)中 r_{01} 是点 P_1 和点 P_0 之间的距离。通常情况下计算这个积分比较困难,实际应用中满足下列条件时:

- ① 观察点 $p_0(x_0, y_0)$ 离衍射屏的距离远大于衍射孔径的线度;
- ② 衍射屏与观察屏之间的距离 z 远大于观察区域的线度

可以在(2-10)式中取如下近似:

$$r_{01} \approx z \quad \cos \theta \approx 1 \quad (2-11)$$

根据近似条件(2-11),式(2-10)可改写为

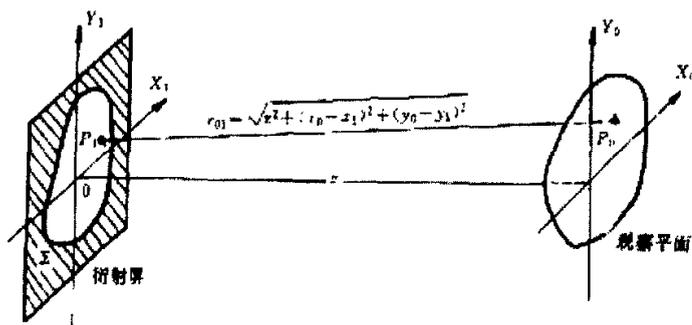


图 2-5 近似计算示意图

$$U_0(x_0, y_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_D U_1(x_1, y_1) \frac{\exp(ikr_{01})}{z} dx_1 dy_1 \quad (2-12)$$

这样对积分式中的分母 r_{01} 作了近似处理,只有再对积分式指数中的 r_{01} 作近似处理,才能进一步简化计算。根据近似条件的不同,得到菲涅耳近似和夫朗和菲近似,在这两种近似条件下得到的衍射分别称为菲涅耳衍射和夫朗和菲衍射。

根据几何理论, r_{01} 可近似表示为

$$r_{01} = [z^2 + (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^{1/2} \quad (2-13)$$

将(2-13)式用二项式定理展开

$$r_{01} = [z^2 + (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^{1/2} = z \left[1 + \frac{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}{z^2} \right]^{1/2}$$

$$= z + \frac{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}{2z} - \frac{[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^3}{8z^3} + \dots \quad (2-14)$$

当 x_1, y_1 的值为极限值、物体大小一定时，随着 z 的增大，含 $1/z^3$ 的项变小，如果

$$\frac{[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^3}{8z^3} \ll \lambda \quad (2-15)$$

那么含 $1/z^3$ 的项和更高次项都可以省略，这样就得到了菲涅尔近似，式 (2-15) 称为菲涅耳近似条件。满足这个条件的衍射区称为菲涅尔衍射区。在这个衍射区的衍射称为菲涅耳衍射，在菲涅尔衍射区中：

$$r_{01} = z + \frac{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}{2z} = z + \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z} + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z} - \frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{z} \quad (2-16)$$

把 (2-16) 式代入 (2-12) 式，略去常位相因子 $\exp(ikz)$ 后，(2-12) 式可以写为

$$U(x_0, y_0) = \frac{1}{i\lambda z} \iint_{\Sigma} U_1(x_1, y_1) \exp\left[ik \frac{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}{2z} \right] dx_1 dy_1 \quad (2-17)$$

或

$$U(x_0, y_0) = c \iint_{\Sigma} U_1(x_1, y_1) \exp\left[ik \left(\frac{x_1^2 + y_1^2}{2z} - \frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{z} \right) \right] dx_1 dy_1 \quad (2-18)$$

式中 $c = \exp[ik(x_0^2 + y_0^2)/2z]/i\lambda z$ 是一个与点 (x_1, y_1) 有关的复常数，它的指数部分说明衍射场的位相变化，也叫二次位相因子。式 (2-17) 或 (2-18) 即为菲涅耳衍射积分公式。

下面讨论夫朗和费近衍射的近似条件。在 (2-16) 式中，如果等号右边第二项满足

$$\frac{x_1^2 + y_1^2}{2z} \ll \lambda \quad (2-19)$$

那么，在式 (2-16) 中，这一项可以省略，这种近似称为夫琅和费近似。满足这个条件的区域称为夫琅和费衍射区，该衍射区内的衍射称为夫朗和费衍射，它的衍射公式为

$$U(x_0, y_0) = c \iint_{\Sigma} U_1(x_1, y_1) \exp \left[ik \left(-\frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{z} \right) \right] dx_1 dy_1 \quad (2-20)$$

若令

$$\begin{cases} \frac{x_0}{\lambda z} = \zeta \\ \frac{y_0}{\lambda z} = \eta \end{cases} \quad (2-21)$$

并假定在衍射物 $U_1(x_1, y_1)$ 以外光场为 0，积分限可以扩展到无限大，那么 (2-20) 式可写为

$$U(x_0, y_0) = c \iint_{\Sigma} U_1(x_1, y_1) \exp[-i2\pi(\zeta x_1 + \eta y_1)] dx_1 dy_1 \quad (2-22)$$

除了一个复常数 c 以外，夫琅和费衍射场的复振幅分布是衍射物体复振幅的傅里叶变换。这样在夫琅和费衍射场中，衍射物体和衍射场的场分布之间的关系就归结为一种傅里叶变换的数学关系。

通过上面的推导，得到了费涅耳衍射积分公式和夫朗和费衍射积分公式。根据各自的近似条件，在不同的情况下可以选择不同的积分公式。由前面的分析可知，根据观察屏与衍射屏之间的距离 z 的大小，把衍射划分费涅耳衍射和夫朗和菲衍射。图 (2-4) 直观的描述了两个衍射区的划分，从图中可以看出夫朗和费衍射区是非涅耳衍射区的一部分。

第三节 几何光学理论^[35]与高斯光束

2.3.1 程函方程与光线

在光学中，当被研究物体的尺寸远大于波长时，可以忽略光波的磁矢量和电矢量之间的耦合关系，光波的传播看为光线的传播，用几何光学理论来处理，这样既可以简化问题，又不会降低计算结果的精确度。由于用几何理论设计反射式衍射光栅时用到了程函、光线等几何光学理论方面的知识，本节重点介绍程函方程及光线的性质。

2.3.1.1 程函方程的推导

在几何学中, 研究光学问题的一般步骤为: 首先确定出光线路径, 然后计算出与之相关联的强度和偏振。

下面考虑各向同性非导体媒质中的一般时谐场:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}(\mathbf{r}, t) &= \vec{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \\ \vec{H}(\mathbf{r}, t) &= \vec{H}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$

其中 $\vec{E}_0(\mathbf{r})$ 和 $\vec{H}_0(\mathbf{r})$ 满足不含时间的麦克斯韦方程组, 在没有电流和电荷的区域, 麦克斯韦方程组为:

$$\text{curl}\vec{H}_0 + ik_0\varepsilon\vec{E}_0 = 0 \quad (2-24)$$

$$\text{curl}\vec{E}_0 - ik_0\mu\vec{H}_0 = 0 \quad (2-25)$$

$$\text{div}\varepsilon\vec{E}_0 = 0 \quad (2-26)$$

$$\text{div}\mu\vec{H}_0 = 0 \quad (2-27)$$

在距离场源很远的地方, 可表示成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_0 &= \vec{e}(\mathbf{r})e^{ik_0\varphi(\mathbf{r})} \\ \vec{H}_0 &= \vec{h}(\mathbf{r})e^{ik_0\varphi(\mathbf{r})} \end{aligned} \right\} \quad (2-28)$$

其中, $\varphi(\mathbf{r})$ 为光程, 是位置的实标函数, $\vec{e}(\mathbf{r})$ 和 $\vec{h}(\mathbf{r})$ 是位置的矢函数。利用矢量恒等式, 由(2-28)式可得

$$\text{curl}\vec{H}_0 = (\text{curl}\vec{h} + ik_0\text{grad}\varphi \times \vec{h})e^{ik_0\varphi} \quad (2-29)$$

$$\text{div}\mu\vec{H}_0 = (\mu\text{div}\vec{h} + \vec{h} \cdot \text{grad}\mu + ik_0\mu\vec{h} \cdot \text{grad}\varphi)e^{ik_0\varphi} \quad (2-30)$$

$\text{curl}\vec{E}_0$ 和 $\text{div}\varepsilon\vec{E}_0$ 的展开式与此类似。因此, (2-24)-(2-27)式可变为

$$\text{grad}\varphi \times \vec{h} + \varepsilon\vec{e} = -\frac{1}{ik_0}\text{curl}\vec{h} \quad (2-31)$$

$$\text{grad}\varphi \times \vec{e} - \mu\vec{h} = -\frac{1}{ik_0}\text{curl}\vec{e} \quad (2-32)$$

$$\vec{e} \cdot \text{grad}\varphi = -\frac{1}{ik_0}(\vec{e} \cdot \text{grad}\log\varepsilon + \text{div}\vec{e}) \quad (2-33)$$

$$\vec{h} \cdot \text{grad}\varphi = -\frac{1}{ik_0}(\vec{h} \cdot \text{grad}\log\mu + \text{div}\vec{h}) \quad (2-34)$$

当波长很小时, k_0 很大, 可以省略方程右边的因子, 得到

$$\text{grad}\varphi \times \vec{h} + \varepsilon \vec{e} = 0 \quad (2-35)$$

$$\text{grad}\varphi \times \vec{e} - \mu \vec{h} = 0 \quad (2-36)$$

$$\vec{e} \cdot \text{grad}\varphi = 0 \quad (2-37)$$

$$\vec{h} \cdot \text{grad}\varphi = 0 \quad (2-38)$$

讨论(2-35)和(2-36)两式, 从中消去 e 和 h, 得到

$$\frac{1}{\mu} \left[(\vec{e} \cdot \text{grad}\varphi) \text{grad}\varphi - \vec{e} (\text{grad}\varphi)^2 \right] + \varepsilon \vec{e} = 0 \quad (2-38a)$$

将(2-37)式代入式(2-38a), 得到

$$(\text{grad}\varphi)^2 = n^2 \quad (2-38b)$$

即

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 = n^2(x, y, z) \quad (2-38c)$$

其中 $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ 代表折射率。函数 φ 称为程函, (2-38c) 称为程函方程, 它是几何光学的基本方程, 而

$$\varphi(\vec{r}) = \text{常数}$$

称为几何波阵面或几何波面。

2.3.1.2 光线的定义

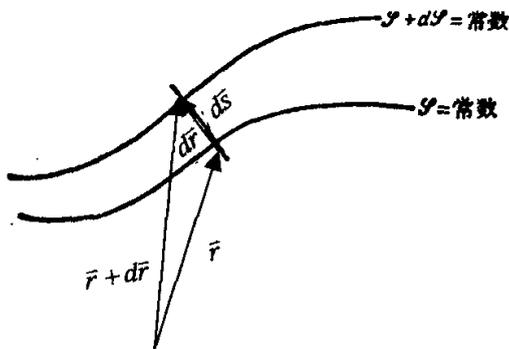


图 2-6 关系式 $n\vec{s} = \text{grad}\varphi$ 的图示

这一节将给出光线的定义。如图(2-6)，考虑相邻两个波阵面 $\varphi = \text{常数}$ 和 $\varphi + d\varphi = \text{常数}$ ，设 $\vec{r}(s)$ 代表某一光线上点 P 的位置矢量，并作为光线弧长 s 的函数，由程函方程可知 $(\text{grad } \varphi)/n$ 是一单位矢量，设为 \vec{s} ，则 $d\vec{r}/ds = \vec{s}$ ，由此可得

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \text{grad } \varphi = n \quad (2-39)$$

即两个波阵面之间的法线距离 ds 与折射率成反比。所以几何光线定义为几何波阵面 $\varphi = \text{常数}$ 的正交曲线。可以把光线看作是一些定向曲线，其方向处处与平均坡印廷矢量的方向重合。从(2-37)和(2-38)式可以看出，电矢量和磁矢量在每一点都和光线垂直。

现在沿某一曲线 C 取积分 $\int_C n ds$ ，此积分称为曲线 C 的光学长度。若用方括号表示连接 p_1 ， p_2 两点的光线的光学长度，则

$$[p_1 p_2] = \int_{p_1}^{p_2} n ds = \varphi(p_2) - \varphi(p_1) \quad (2-40)$$

又由平均能量密度以速度 $v = c/n$ 沿光线传播可知

$$n ds = \frac{c}{v} ds = c dt \quad (2-41)$$

其中 dt 是能量沿光线行经距离 ds 所需的时间，所以

$$[p_1 p_2] = \varphi(p_2) - \varphi(p_1) = c \int_{p_1}^{p_2} dt \quad (2-42)$$

即光学长度 $[p_1 p_2]$ 等于光的真空速度和光从 p_1 传播到 p_2 所需时间之积。根据此时可以确定两点之间的光学长度，进而确定着两点之间的光程函数。

2.3.1.3 光线的微分方程

2.3.1.2 节给出了光线的定义，这一节给出光线的微分方程。如果 \vec{r} 是一条光线上某点的位置矢量， s 是从光线上某固定点到该点的光线长度，则

点到该点的光线长度，则

$$n \frac{d\vec{r}}{ds} = \text{grad}\varphi \quad (2-43)$$

此为光线方程，它用程函 φ 确定光线，但是从这个方程很容易推导出另一个微分方程，从而直接用折射率函数 $n(\vec{r})$ 来确定光线。

取 (2-43) 式对 s 的微商，得到

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) &= \frac{d}{ds} (\text{grad}\varphi) = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \text{grad}(\text{grad}\varphi) = \frac{1}{n} \text{grad}\varphi \cdot \text{grad}(\text{grad}\varphi) \\ &= \frac{1}{2n} \text{grad}[(\text{grad}\varphi)^2] = \frac{1}{2n} \text{grad}n^2 \end{aligned}$$

即

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \text{grad}n \quad (2-44)$$

这是矢量形式的光线微分方程。对于不均匀媒质而言，光在其中传播时，可以根据折射率的变化确定光线，进而确定光程函数。

2.3.2. 高斯光束^[20]

本论文将采用几何光学理论设计一反射式衍射光栅，用其对高斯光束进行变换，得到均匀分布的矩形光束。本节简单介绍一下高斯光束的表示形式。采用稳定腔的激光器发出的激光，以高斯光束的形式在空间传播。假设高斯光束沿 z 轴传播，不管它是由那种结构的稳定腔所产生的，都可表示为如下的一般形式

$$I(x, y, z) = \frac{c}{w(z)} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right) \exp\left[-i\left[k\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2R}\right) - \arctg \frac{z}{f}\right]\right] \quad (2-45)$$

式中 c 为常数因子，其余各符号的意义为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$w = w(z) = w_0 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z}{f}\right)^2} \right)$$

$$R = R(z) = z \left[1 + \left(\frac{f}{z} \right)^2 \right] = z + \frac{f^2}{z}$$

$$f = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda f}{\pi}}$$

其中 w_0 为基模高斯光束的腰半径, f 为高斯光束的共焦参数, $R(z)$ 为与传播轴线相交于 z 点的高斯光束等相位面的曲率半径, $w(z)$ 是与传播轴线相交于 z 点的高斯光束等相位面上的光斑半径。

假设激光光源与聚焦器的距离为 l , 聚焦器和像平面的距离为 f , 空间折射率为 n , 那么入射到 $z=0$ 平面上的光束具有的相位可以近似表示为

$$k \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l \quad (2-46)$$

第三章 反射式衍射光栅的几何光学理论

激光由于自身具有特殊的性质，被广泛的应用于各种领域中。在惯性约束核聚变中，对激光光束焦斑的光强分布有平顶、陡边、无旁瓣等特殊要求^{[41]-[43]}。在强激光的其他应用中，对激光的波面、光强分布、光斑的形状与大小也提出了特殊要求，如在激光加工和热处理中，需要各种形状的光斑^[44]；在半导体激光器中，需要将像散光束变成准直性好的圆形光斑；在原子光学中，需要特定形状的激光光斑，实现激光冷却、激光捕获、原子囚禁等功能。在光刻、半导体的激光退火、金属表面的激光淬火等方面，都需要光束的横截面的光强分布均匀。正因为激光的许多应用领域中需要对高斯光束进行整形，所以需要讨论一种反射式衍射光栅的设计方法，使用这种方法设计一种反射式新型光学元件，这种光学元件能将任意方向入射的高斯光束进行变换，在像平面上得到均匀分布的矩形场。

第一节 反射式衍射光栅的几何光学理论

为了设计反射式衍射光栅，需要研究一系列光学变换的逆问题，得到设计反射式衍射光栅的理论模型，从而制造出需要的计算机光学元件。所谓逆问题，就是已知需要得到的场分布和入射光束的场分布，如何根据需要得到的场分布，设计反射式衍射光栅。这种反射式衍射光栅可以对入射光束进行调制，得到预先期望得到的场分布。

下面给出设计反射式衍射光栅的一般方法，这种反射式衍射光栅能将入射的高斯光束变换为按所需强度分布的任意曲线。设反射式衍射光栅放置在直角坐标系中 $z=0$ 的平面上，入射到反射式衍射光栅的光程函数为 $\varphi_0(u, v, z)$ ，由反射式衍射光栅转换得到的光程函数为 $\varphi(u, v, z)$ ，那么空间反射式衍射光栅的表面形状由方程(3-1)确定。

$$\varphi(u, v, z) - \varphi_0(u, v, z) = 0 \quad (3-1)$$

由于方程(3-1)确定的表面是连续的，这样的表面难以加工，因此需要用由(3-2)式确定的、分段光滑的表面代替(3-1)式确定的连续表面。

$$\varphi(u, v, z) - \varphi_0(u, v, z) = \lambda c(u, v) \quad (3-2)$$

其中, λ 是波长, $c(u, v)$ 为任意分段整数函数。

如图 (3-1) 所示, 入射到反射式衍射光栅的光波是平面波 $\varphi_0(u, v, z) = -z \cos \theta - u \sin \theta$ 。如果反射式衍射光栅的尺寸和由反射式衍射光栅变换得到的曲线的尺寸比它们之间的距离小得多, 那么当 $z \rightarrow 0$ 时, 可以忽略 z 的高次项, 得到由反射式衍射光栅反射得到的光波的程函为

$$\varphi(u, v, z) = \varphi(u, v) + z \cos \theta \quad (3-3)$$

其中 $\varphi(u, v)$ 是程函 $\varphi(u, v, z)$ 在 $z=0$ 时的值。把平面波方程和 (3-3) 式代入方

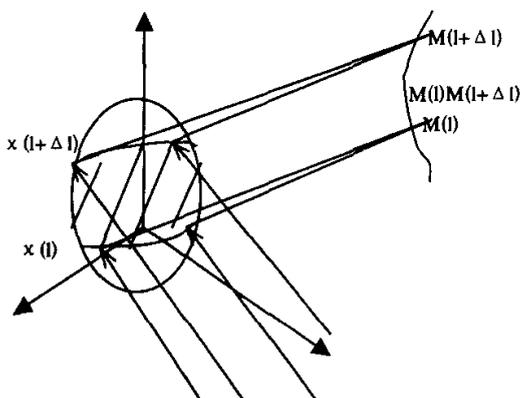


图 3-1 反射式衍射光栅模型推导示意图

程 (3-2) 可以得到计算反射式衍射光栅表面的浮雕高度的公式, 如下所示

$$z(u, v) = (\varphi(u, v) + u \sin \theta + \lambda c(u, v)) / 2 \cos \theta \quad (3-4)$$

在上式中, $u \sin \theta$ 、 $\lambda c(u, v)$ 和 $\cos \theta$ 均为已知量, 只有 $\varphi(u, v)$ 是未知函数, 如果能够求出未知函数 $\varphi(u, v)$, 反射式衍射光栅的表面浮雕高度就可以通过 (3-4) 式求出。所以设计反射式衍射光栅的关键任务是如何求得未知函数 $\varphi(u, v)$ 。

下面给出用几何光学理论求解未知函数 $\varphi(u, v)$ 的一般方法。假定入射光束由反射式衍射光栅反射得到的所有光线都通过给定的曲线 Γ , 像平面和反射式衍射光栅之间的距离为 d , 像平面用 $x_0 dy_0$ 表示, 曲线 Γ 位于像平面内, 如图

(3-1) 所示。下面计算反射式衍射光栅的表面浮雕高度。为此，只要找出在 $Z=0$ 平面上程函 $\varphi(u, v, z)$ 的数值 $\varphi(u, v) = \varphi(u, v, 0)$ 即可。根据程函 $\varphi(u, v, z)$ 可以在像平面上找到点 (x_0, y_0) ，它是从反射式衍射光栅表面上某一点 (u, v) 发出的射线与平面 $z=d$ 处的像平面的交点 (x_0, y_0, f) 。因为由反射式衍射光栅变换得到的射线的波前是等相位面（即程函 $\varphi(u, v, 0) = \text{const}$ ），所以点 (x_0, y_0, f) 在此等相位面的法线上。

以参数方程 (3-5) 来描述聚焦曲线 Γ 。

$$\left. \begin{aligned} u &= x_0(t) \\ v &= y_0(t) \\ z &= z_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (3-5)$$

式中 $0 \leq t \leq L$ 为自然参数，见图(3-1)。设反射式衍射光栅的所有反射光都经过曲线 Γ ，那么可以认为，区域 G 中某些平滑曲线上反射的光将经过 Γ 上的点 $M(t)$ 。设 $\chi(t)$ 是这些平滑曲线中的一条，则有曲线方程

$$\left\{ \begin{aligned} &[\cos \alpha(t)(u - x_0(t)) + \cos \beta(t)(v - y_0(t)) + \cos \gamma(t)z_0(t)]^2 = \\ &\eta \{ (u - x_0(t))^2 + (v - y_0(t))^2 + z_0^2(t) \} \end{aligned} \right. \quad (3-6)$$

其中， $\cos \alpha(t), \cos \beta(t), \cos \gamma(t)$ 是曲线 Γ 上的点 $M(t)$ 处切向的方向余弦矢量， η 为曲线参数， $z_0(t), y_0(t), x_0(t)$ 是点 $M(t)$ 的坐标。

在图(3-1)中，假设从曲线 $\chi(t)$ 反射的光都经过点 $M(t)$ ，而从曲线 $\chi(t + \Delta t)$ 反射的光都经过点 $M(t + \Delta t)$ ，由反射式衍射光栅的区域 $G(\chi(t), \chi(t + \Delta t))$ 内的所有曲线反射得到的反射光都聚焦在曲线 Γ 的弧 $\Gamma(M(t), M(t + \Delta t))$ 上。如果式 (3-7) 所示的极限存在：

$$I(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \iint_G J(u, v) du dv / \Delta t \quad (3-7)$$

那么 $I(t)$ 称为曲线 Γ 上点 $M(t)$ 处的积分强度。其中 $J(u, v)$ 是入射光束在反射式衍射光栅表面的强度分布。对于突出浮雕区域 G ，在由方程(3-6)和条件(3-8)

$$\iint_{G(\Gamma(0), \Gamma(t))} J(u, v) du dv = \int_0^t I(s) ds \quad (3-8)$$

式确定的点 $M(t)$ 上，积分强度 $I(t)$ 是唯一确定的。所以当聚焦曲线 Γ 上的强度分布确定后，利用方程 (3-6) 和条件 (3-8) 就可以得到曲线族 $\chi(t)$ 。如果经过反射式衍射光栅上的每一点只有唯一的一条射线，那么从区域 G 到聚焦曲线

Γ 的映射是唯一确定的, 也就是说, 对于 G 中的每一点 (u, v) , 其反射光线的方向是固定的, 其方向矢量为 $\{\varphi'_u, \varphi'_v, \sqrt{1 - \varphi'^2_u - \varphi'^2_v}\}$ 。从而可以找到区域 G 上的偏导数 φ'_u, φ'_v , 然后可以求得 $\varphi(u, v)$, 从而求出反射式衍射光栅的表面浮雕高度, 得出设计反射式衍射光栅的理论模型。

从上面的分析可知, 只要知道了反射式衍射光栅上每一点 (u, v) 以及他的对应点 $M(\theta)$ 就可以确定反射光线的方向, 进而计算出函数 $\varphi(u, v)$, 再根据 (3-4) 式即可求出反射式衍射光栅的表面浮雕高度 $Z(u, v)$ 。

第二节 一种反射式衍射光栅的设计理论

本章第一节给出了设计反射式衍射光栅的一般方法, 由于用几何光学理论设计反射式衍射光栅时计算简单, 容易理解, 在满足一定条件下, 用几何光学理论设计的反射式衍射光栅能得到很好的结果。下面研究一种特殊的反射式衍射光栅, 这种反射式衍射光栅可以对入射的高斯光束进行变换, 把强度不均匀分布的高斯光束变换成强度均匀分布的矩形光束。这种反射式衍射光栅具有很高的衍射效率, 能经受住大功率激光的照射。

假设入射波为平面波 $\varphi_0(u, v, z) = -z \cos \theta - u \sin \theta$, 反射式衍射光栅放置在 $z = 0$ 平面上, 像平面与平面 $z=0$ 平行, 与反射式衍射光栅的距离为 d , 如图(3-2)所示。如果反射式衍射光栅的尺寸和衍射图样的大小比它们之间的距离 d 小得多, 当 $z \rightarrow 0$ 时, 可以忽略 z 的高次项, 同样可以得到方程 (3-3) 和确定反射式衍射光栅表面浮雕高度的公式 (3-4)

$$\varphi(u, v, z) = \varphi(u, v) + z \cos \theta \quad (3-3)$$

$$z(u, v) = (\varphi(u, v) + u \sin \theta + \lambda c(u, v)) / 2 \cos \theta \quad (3-4)$$

其中 $\varphi(u, v)$ 是程函 $\varphi(u, v, z)$ 在 $z = 0$ 平面的值, $u \sin \theta$ 、 $\lambda c(u, v)$ 和 $\cos \theta$ 均为已知量, 要想求得反射式衍射光栅的表面浮雕高度, 需要首先求得未知函数 $\varphi(u, v)$ 。下面给出求解未知函数 $\varphi(u, v)$ 的方法。

假定预先知道入射光束由反射式衍射光栅变换得到的波阵面的程函 $\varphi(u, v)$, 那么程函 $\varphi(u, v)$ 就唯一确定了一簇射线: 这簇射线从点 $(u, v, 0)$ 射出,

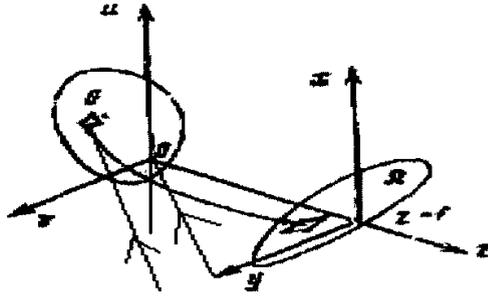


图 3-2 准光学空间模式转换的理论模型示意图

在 $z=d$ 的像平面 Ω 处与点 (x, y, f) 相交。由于从反射式衍射光栅表面发出的射线是等相位面（既程函数 $\varphi(u, v, 0) = \text{const}$ ）的法线，所以点 (x, y, f) 在此法线上。由空间解析几何可知，空间相位曲面 $\varphi(u, v, 0) = \text{const}$ 的法线方程为

$$\frac{x-u}{\frac{\partial \varphi}{\partial u}} = \frac{y-v}{\frac{\partial \varphi}{\partial v}} = \frac{z-0}{\frac{\partial \varphi}{\partial z}}$$

考虑 $z=d$ ，可以得到

$$x-u = \frac{d \frac{\partial \varphi}{\partial u}}{\frac{\partial \varphi}{\partial z}} \quad \text{和} \quad y-v = \frac{d \frac{\partial \varphi}{\partial v}}{\frac{\partial \varphi}{\partial z}}$$

因为三个方向导数的平方和等于 1，即

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 = 1$$

所以可以得到

$$x-u = \frac{f \frac{\partial \varphi}{\partial u}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)^2}},$$

同理可得

$$y - v = \frac{f \frac{\partial \varphi}{\partial v}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)^2}}$$

上面所有的偏导数都是在反射式衍射光栅的表面 $\varphi(u, v, 0) = \varphi(u, v)$ 上求得的, 用 φ'_u 代替 $\frac{\partial \varphi}{\partial u}$, 用 φ'_v 代替 $\frac{\partial \varphi}{\partial v}$, 得到 (3-5) 和 (3-6) 式

$$x = x(u, v) = u + \frac{f \varphi'_u}{\sqrt{1 - (\varphi'_u)^2 - (\varphi'_v)^2}} \quad (3-5)$$

$$y = y(u, v) = v + \frac{f \varphi'_v}{\sqrt{1 - (\varphi'_u)^2 - (\varphi'_v)^2}} \quad (3-6)$$

(3-5) 和 (3-6) 两式给出了从区域 G 向平面 $z=f$ 所在的区域 Ω 的映射 F 。只考虑带有零阶雅格比行列式、相互单连通的光滑变换, 由能量守恒定律, 根据映射 F , 可以得到 $z=f$ 处像平面上光强的分布

$$E_\varphi(x, y) = \frac{I(u, v)}{|x'_u(u, v)y'_v(u, v) - x'_v(u, v)y'_u(u, v)|} \quad (3-7)$$

其中函数 $u(x, y)$ 、 $v(x, y)$ 是 x, y 的函数, 并给出了映射 F 的反变换, E_φ 是像平面 Ω 上的光强分布。

假定在 $z=d$ 的平面处需要得到预先指定的光强分布 $E(x, y)$, $E(x, y)$ 在平面 $z=d$ 的区域 Ω 内有非零值, 显然, 由能量守恒定律可得, $E(x, y)$ 应该满足下面的必要条件

$$\iint_G I(u, v) du dv = \iint_\Omega E(x, y) dx dy$$

前面在预先知道光程函数 $\varphi(u, v)$ 的前提下, 得到了从区域 G 到区域 Ω 的映射 F 。下面反过来考虑求解光程函数 $\varphi(u, v)$ 的逆问题, 即如果光程函数 $\varphi(u, v)$ 未知, 如何找到一个函数 $\varphi(u, v)$, 使它从镜面 G 到像平面 Ω 的映射为 F , 使得 $F_\varphi G = \Omega$, 以及 $E_\varphi = E(x, y)$ 。

如果已知一族射线:

$$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \end{cases}$$

那么可以在连通区域 G 内重建函数 $\varphi(u, v)$ 。要想重建函数 $\varphi(u, v)$ ，这簇射线应是正态全同分布的，既满足下面关系式

$$x'_v [f^2 + (y-v)^2] + y'_v [f^2 + (x-u)^2] = (x-u)(y-v)(y'_v - x'_u) \quad (3-8)$$

因此，为了求解上面所说的逆问题，只需找到从区域 G 到区域 Ω 的单值变换即可，其应满足下面的关系式

$$x'_v [f^2 + (y-v)^2] + y'_v [f^2 + (x-u)^2] = (x-u)(y-v)(y'_v - x'_u) \quad (3-9)$$

$$|x'_u y'_v - x'_v y'_u| = \frac{I(u, y)}{E[x(u, v), y(u, v)]} \quad (3-10)$$

这样得到了求解反射式衍射光栅表面浮雕高度的两个重要公式，如果 $E[x(u, v), y(u, v)]$ 的值已经确定，就可以联立这两个公式，组成方程组，结合一定的条件求出反射式衍射光栅的表面浮雕高度，从而设计出需要得到的反射式衍射光栅。

下面就用这两个公式设计一种反射式衍射光栅。使其能对高斯光束进行变换，得到光强均匀分布的矩形场。当区域 G 和区域 Ω 的尺寸比 f 小的多、且 $E(x, y)$ 为常数时，可以从方程式 (3-9) 中略去高阶小项，然后与方程式 (3-10) 联立组成方程组：

$$\begin{cases} x'_v = y'_v \\ |x'_u y'_v - x'_v y'_u| = \text{const} \cdot I(u, v) \end{cases} \quad (3-11)$$

在特殊情况下，方程 (3-11) 可以有列解

$$x(u, v) = \alpha \int_0^u \exp\left(-\frac{\xi^2}{\omega^2}\right) d\xi \quad (3-12)$$

$$y(u, v) = \beta \int_0^v \exp\left(-\frac{\xi^2}{\omega^2}\right) d\xi \quad (3-13)$$

其中 α 、 β 为任意常数。

利用变换 (3-12) 和 (3-13), 可以把高斯分布 $I(u, v) = I_0 \exp(-\frac{\xi^2}{\omega^2})$ 的激光光束变成光强分布均匀的矩形光束。

和前面一样, 逆问题如下, 假定在平面 $z=0$ 和平面 $z=d$ 上给定相互对应的连通区域 G 和 Ω , 根据逆问题, 那么需要找出射线簇

$$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \end{cases}$$

使其满足 (3-5) 式、(3-6) 式、(3-11) 式以及映射 $F_\varphi G = \Omega$ 。

把式 (3-5) (3-6) 分别移项、平方得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial u} &= \frac{x-u}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + f^2}} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial v} &= \frac{y-v}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + f^2}} \end{aligned}$$

把上述两式的左右两边分别相加得到式(3-14)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{\partial \varphi}{\partial v} = \frac{x+y-u-v}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + f^2}} \quad (3-14)$$

这就是需要得到的差分方程。如果反射式衍射光栅上各点的坐标已经确定, 那么就可以利用积分公式 (3-12) (3-13)、根据需要得到像斑的大小, 确定出 α 和 β 的值, 进而求出反射式衍射光栅上与坐标 u 、 v 相对应的坐标 x 、 y 。分别把坐标值 u 、 v 、 x 、 y 代入差分方程 (3-14), 结合反射式衍射光栅的边界条件, 利用差分法求出 $\varphi(u, v)$, 将其代入公式 (3-4), 得到反射式衍射光栅表面的浮雕高度。

从第二章第三节可以得到, 对于沿 z 轴方向传播地高斯光束, 无论它是由那种结构的稳定腔产生的, 都可表示为如下所示的一般形式

$$I(x, y, z) = \frac{c}{w(z)} \exp(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}) \exp(-i[k(z + \frac{x^2 + y^2}{2R}) - \arctg \frac{z}{f}]) \quad (3-15)$$

对基模高斯光束进行变换, 得到强度均匀分布的矩形场。

假设光源与反射式衍射光栅的距离为 L ，反射式衍射光栅和像平面值之间的距离为 L ，空间折射率为 n ，那么入射到 $z=0$ 平面上的光束的光程函数可以近似表示为

$$\varphi = k \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l \quad (3-16)$$

第四章 编程计算与绘制反射式衍射光栅图样

根据第三章第二节提出的设计理论，本章给出了设计反射式衍射光栅的参数，根据差分原理用 FORTRAN 语言编写计算程序，计算反射式衍射光栅的表面浮雕高度，然后根据计算得到的浮雕高度，用 Fortran 绘图程序作出反射式衍射光栅的表面图样。

第一节 差分计算

差分法是一种常用的数值计算方法，这一节给出了差分原理和确定边界条件的方法。

4.1.1 差分原理

差分方法又称有限差分方法或网格法，是求解偏微分方程定解问题的数值解中应用最广泛的方法之一。它的基本思想是：先对求解区域作网格分析，将自变量的连续区域用有限离散点（网格点）集代替；将问题中出现的连续变量的函数用定义在网格点上离散变量的函数代替；通过用网格点上函数的差商代替导数，将含连续变量的偏微分方程定解问题化为只含有限个未知数的代数方程组（称为差分格式）。如果差分格式有解，且当网格无限变小时其解收敛于偏微分方程定解问题的解，则差分式的解就作为原问题的近似解（数值解）。因此，用差分法求解偏微分方程的定解问题一般需要解决以下几个问题：

- (1) 选取网格；
- (2) 对微分方程及其定解条件选择差分近似，列出差分格式；
- (3) 求差分格式
- (4) 讨论差分格式解对于微分方程解的收敛性及误差估计。

下面给出求解一阶双曲形方程初值问题的差分方法。设有一阶双曲形方程

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t) \\ u(x, 0) = \varphi(x) \end{cases} \quad (4-1)$$

其中: $t > 0, \quad -\infty < x < +\infty$

首先对定解区域 $D = \{(x, t) | -\infty < x < +\infty, t \geq 0\}$ 作网格剖析, 最简单、常用的网格是用两簇分别平行于 x 轴和 t 轴的等距直线 $x = x_k = kh, \quad t = t_j = j\tau (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, j = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 将定解区域 D 分成许多小矩形区域 (如图 4-1 所示)。

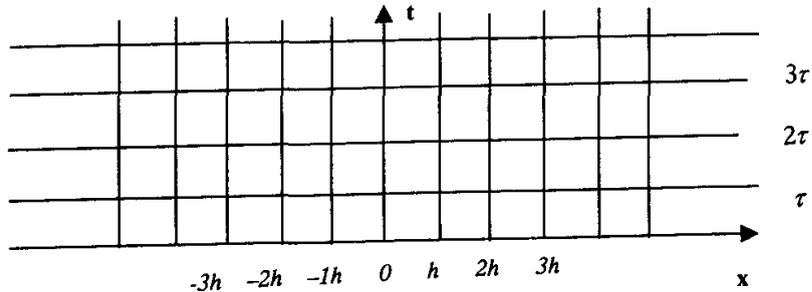


图 4-1 差分计算示意图

这些直线称为网格线, 直线的交点称为网格点, 也称为节点, x 和 τ 分别称为 x 方向和 t 方向的步长, 这种网格称为矩形网格。如果用向前差商表示一阶偏导数, 即

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{(x_k, t_j)} = \frac{u(x_{k+1}, t_j) - u(x_k, t_j)}{h} - \frac{h}{2} u''_{x^2}(x_k + \theta_1 h, t_j)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{(x_k, t_j)} = \frac{u(x_k, t_{j+1}) - u(x_k, t_j)}{\tau} - \frac{\tau}{2} u''_{t^2}(x_k, t_j + \theta_2 \tau)$$

其中 $0 < \theta_1, \theta_2 < 1$, 那么方程 (4-1) 在节点 (x_k, t_j) 处可表示为

$$\frac{u(x_k, t_{j+1}) - u(x_k, t_j)}{\tau} + a \frac{u(x_{k+1}, t_j) - u(x_k, t_j)}{h}$$

$$= \frac{\tau}{2} u''_{t^2}(x_k, t_j + \theta_2 \tau) + a \frac{h}{2} u''_{x^2}(x_k + \theta_1 h, t_j) + f(x, t)$$

$$= R(x_k, t_j) + f(x, t) \quad (4-2)$$

其中 $u(x_k, 0) = \varphi(x_k)$ 。 ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)。由于当 h 和 τ 足够小时, $R(x_k, t_j)$ 是小量, 在式 (4-2) 中可以略去 $R(x_k, t_j)$, 从而得到与方程 (4-1) 相似的差分方程:

$$\frac{u(x_k, t_{j+1}) - u(x_k, t_j)}{\tau} + a \frac{u(x_{k+1}, t_j) - u(x_k, t_j)}{h} = f(x, t) \quad (4-3)$$

这儿, $u(x_k, t_j)$ 可以看作是问题 (4-3) 的解在节点 (x_k, t_j) 处的近似值。根据初始条件, 有

$$u(x_k, 0) = \varphi(x_k) \quad (k = 0, \pm 1 \pm 2 \dots) \quad (4-4)$$

把 (4-3) 式和 (4-4) 式结合, 就可得到问题 (4-1) 的数值解的差分格式。其中式

$$\begin{aligned} R(x_k, t_j) &= \frac{\tau}{2} u''_{t^2}(x_k, t_j + \theta_2 \tau) + a \frac{h}{2} u''_{x^2}(x_k + \theta_1 h, t_j) \\ &= O(h + \tau) \end{aligned}$$

称为差分方程 (4-3) 的截断误差。如果一个差分方程的截断误差为 $R = O(\tau^q + h^p)$, 则称差分方程对 t 是 q 阶精度, 对 x 是 h 阶精度。显然, 截断误差的阶数越大, 差分方程对微分方程的逼近越好。

若网格步长趋于 0 时, 差分方程的截断误差也趋近于 0, 则称差分方程与相应的微分方程是相容的。这是用差分法求解偏微分方程问题的必要条件。

4.1.2 确定反射式衍射光栅的大小和边界条件

应用差分法求解偏微分方程, 首先要确定反射式衍射光栅的几何尺寸, 下面将给出确定反射式衍射光栅的几何尺寸的方法。在第三章, 得到了简化了的高斯光束的近似表达式 (3-15)

$$I(x, y, l) = A \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right)$$

从 (3-15) 式中可以看出, 由于基模高斯光束的强度是以高斯形式分布的, 如果光腰半径 $w(z)$ 的值已经确定, 当 x, y 达到一定值时, 光束的光强 $I(x, y, l)$ 就变得很小了, 所以适当选取反射式衍射光栅的几何尺寸有助于提高反射式衍射光栅的能量衍射效率。通常根据高斯光束的光腰半径 $w(z)$ 的值确定反射式衍射光栅的大小。

要想求解反射式衍射光栅表面的浮雕高度, 还需要确定反射式衍射光栅的边界条件。由于反射式衍射光栅是纯相位元件, 所以可以把入射到反射式衍射

光栅边界的程函作为求解反射式衍射光栅表面浮雕高度的边界条件。设激光器和反射式衍射光栅之间的距离为 L ，入射激光束和反射式衍射光栅之间的夹角为 45° ，激光器发出的激光的波长为 λ 。由于激光器和反射式衍射光栅之间的距离远大于反射式衍射光栅的边长，把边界条件作近似处理，入射到反射式衍射光栅的程函近似表示为

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} L \quad (4-5)$$

就可以根据 (4-5) 确定反射式衍射光栅的边界条件。

反射式衍射光栅的边长和边界条件确定好之后，根据需要得到的衍射图样的大小和第三章给出的积分公式 (3-12) (3-13) 来确定 α, β 的值， α, β 的值确定好之后，就可以确定差分网格点数。然后用差分法求解反射式衍射光栅的表面浮雕高度。

第二节 数据采样和数据还原

表示反射式衍射光栅的表面形状的函数是连续的，因为用计算机进行数值计算时不能对连续函数进行计算，所以当计算机分析和处理连续函数时，需要用一些离散的点描述连续函数，即对连续函数进行抽样。在抽样时，如果抽样的点过密，这样会导致计算量和存储量太大；如果抽样点过疏，无法保证计算的精度。因此，能否合理的选择抽样间隔，做到既不丢失信息，也不会使计算工作量过大，这是设计反射式衍射光栅时要注意的一个重要问题。

假设反射式衍射光栅的表面函数为 $\varphi(u, v)$ ，通常选取二维疏状函数来对它进行抽样：

$$\varphi_s(x, y) = \varphi(x, y) \text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) \quad (4-6)$$

其中

$$\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{x}{X} - n\right) = X \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nX)$$

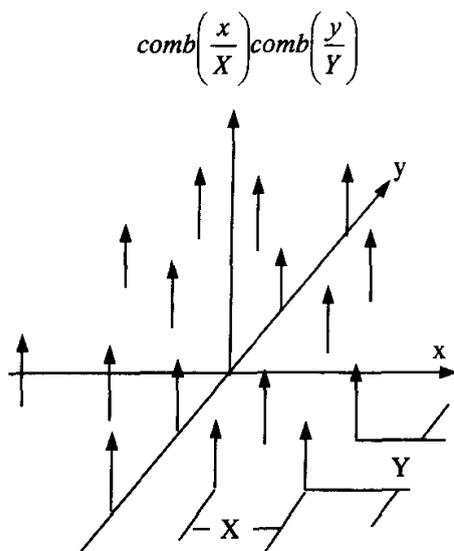


图 4-2 二维函数的方形抽样

$$\text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{y}{Y} - m\right) = Y \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(y - mY)$$

因此，抽样值函数 $\varphi_s(x, y)$ 由 δ 函数的阵列组成，各个 δ 函数之间的间距在 x 方向上的宽度为 X ，而在 y 方向上的宽度为 Y ，如图(4-2)。为了便于分析，研究 $\varphi_s(x, y)$ 的频谱。根据卷积定理，抽样值函数 $g_s(x, y)$ 的频谱为

$$\psi_s(f_x, f_y) = XY \text{comb}(Xf_x, Yf_y) * \psi(f_x, f_y)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G\left(f_x - \frac{n}{X}, f_y - \frac{m}{Y}\right) \quad (4-7)$$

由式(4-7)可以看出，图像函数在空间域的抽样，将导致其频谱的周期性出现，构成排列有序的频谱岛。其间距为 $1/X$ 和 $1/Y$ ，如图(4-3)所示。

为了从抽样值函数的频谱中恢复得到原来函数的频谱，除了原函数必须是带限函数外，还要求频谱间的间距 $1/X$ 和 $1/Y$ 必须足够大，使得各频谱不会相互重叠。

假设反射式衍射光栅表面函数 $\varphi(x, y)$ 是一个带限函数，即其频谱仅在频谱面上的一个有限区域上不为 0，用一个小矩形围住这个区域，令小矩形在 f_x 和 f_y 方向的宽度为 $2B_x$ 和 $2B_y$ ，并且假定该矩形的中心在原点。由于抽样值函数的

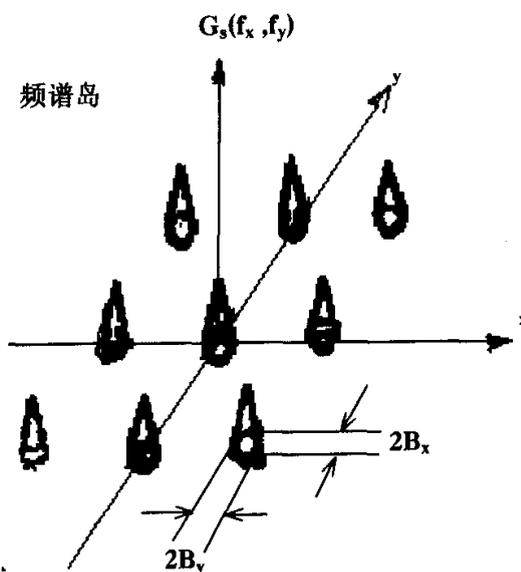


图 4-3 抽样值函数的频谱

频谱在 f_x 和 f_y 方向周期性重复出现的间隔为 $1/X$ 和 $1/Y$ ，如果

$$2B_x \leq 1/X, \quad 2B_y \leq 1/Y \quad (4-8)$$

那么就保证频谱之间不会相互重叠。从而可以得到：为了完全复原出原来的图像函数的频谱，抽样点阵的最大间隔应为

$$X = 1/2B_x, \quad Y = 1/2B_y \quad (4-9)$$

根据 (4-9) 式即可算出反射式衍射光栅表面函数的最大抽样间距。

第三节 编程计算

第三章和本章第一节分别给出了设计反射式衍射光栅的理论模型和计算方法，这一节将根据给出的理论模型和计算方法确定反射式衍射光栅的各个参数，

用差分法编程计算，求解反射式衍射光栅表面的浮雕高度。

4.3.1 确定反射式衍射光栅的参数

编写计算程序时需要确定几个参数：入射光波波长 λ ，反射式衍射光栅的边长 A_0 ，反射式衍射光栅表面函数抽样间距 δ_1 ，反射式衍射光栅和像平面之间的距离 d ，光源和反射式衍射光栅之间的距离 L ，像平面上预期得到的衍射图样的大小以及相位量化阶次。

假设反射式衍射光栅是正方形，反射式衍射光栅的边长为 $A_0 = 10\text{mm}$ ；反射式衍射光栅和像平面之间的距离 $d = 1000\text{mm}$ ，光源和反射式衍射光栅之间的距离 $L = 1000\text{mm}$ ，入射光波波长 $\lambda = 6328$ 埃，在像平面上得到的正方形像斑的边长为 8mm 。入射光的入射方向与反射式衍射光栅所在的平面成 45 度角。

设计的反射式衍射光栅的表面不是一个连续面，而是由许多高低大小不相同的小分区组成的。如果反射式衍射光栅的表面是一个连续面，那么反射式衍射光栅的衍射效率不大于 40% ^[10]。如果以多级台阶结构的浮雕面代替连续浮雕面，那么，那么用不大的量化阶次就能得到较高的效率，例如， 6 到 8 阶浮雕的反射式衍射光栅，其衍射效率高达 85% 到 90% ^[10]。

在每个小分区内进行一次抽样，这时抽样间距等于反射式衍射光栅表面小分区的最小尺寸。

根据文献[10]，确定抽样区域的最小抽样间距有一个经验公式

$$\delta = 2\lambda d / A_0 \quad (4-10)$$

其中 d 是反射式衍射光栅和成像平面之间的距离， A_0 是反射式衍射光栅的边长。根据这个公式可以算出红外波段反射式衍射光栅（ $\lambda = 10.6\mu\text{m}$ ， d/f 的值约为 10 分之 1 ）的抽样间距为 $200\mu\text{m}$ 到 $300\mu\text{m}$ 之间的某些值；而在可见光波段（ λ 约为 $0.5\mu\text{m}$ ），反射式衍射光栅的抽样间距则为 $10\mu\text{m}$ 到 $20\mu\text{m}$ 之间的某些值。

对本论文设计反射式衍射光栅使用的光波而言，反射式衍射光栅表面的最大抽样间距为

$$\delta_1 = \frac{2\lambda d}{A_0} = \frac{2 \times 0.6328 \times 10^{-3} \times 1000}{10} \approx 0.127\text{mm}$$

由于计算机计算和处理数据的能力有限，本论文中暂时取 $\delta_1 = 0.1\text{mm}$ ，那么在 u 方向和 v 方向上取的点数为

$$N = d / \delta_1 = 10 / 0.1 = 100$$

由此得到了反射式衍射光栅表面总的抽样点数为：

$$N = N \times N = 10000$$

设反射式衍射光栅放置在三维坐标系 uvz 的 uov 平面内，其中心位于坐标原点 $(0,0)$ ，四边分别与 u 轴和 v 轴平行，如图 (4-4) 所示。根据差分公式 (4-3) 以及第三章给出的公式 (3-12)、(3-13)、(3-14) 就可以编程计算反射式衍射光栅的表面浮雕高度了。

在设计反射式衍射光栅表面的浮雕高度时，需要取相位量化阶次，本论文取量化阶次为 $M=16$ 。

4.3.2 编程计算反射式衍射光栅表面的浮雕高度

FORTRAN 语言是在科学领域和工程领域中应用最为广泛的数值计算语

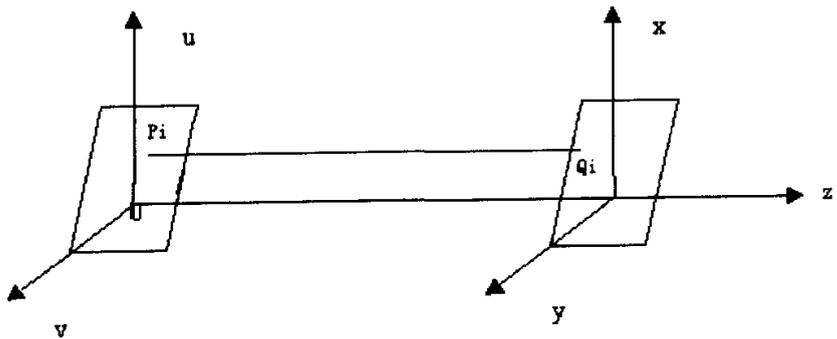


图 4-4 模拟成像示意图

言，FORTRAN 语言不仅具有很强数值计算能力，而且具有图形图像输出功能。本论文编程使用的语言为 Fortran Power Studio 1.0 版（简称为 F32）。下面用 Fortran 语言编程计算反射式衍射光栅表面的浮雕高度。根据前面的假设，反射式衍射光栅位于 uoz 平面内，中心位于坐标原点，四边分别与坐标轴重合，

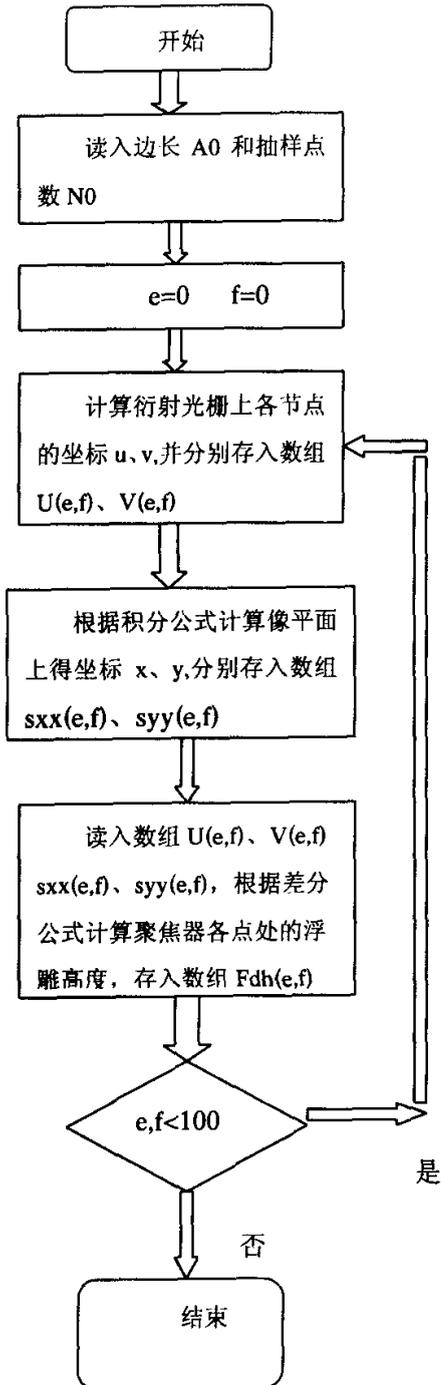


图 4-5 模拟成像流程图

如图(4-4)所示。下面用 Fortan 语言编写程序, 计算反射式衍射光栅的浮雕高度, 编程计算的流程图如图(4-5)所示。使用差分公式进行计算时, 首先需要确定边界条件, 根据公式(3-15)可以得到反射式衍射光栅的边界条件为

$$\varphi = k \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l = \frac{2\pi}{6328} \times 10^{10}$$

分别沿着 u 轴和 v 轴将反射式衍射光栅进行 100 等分, 这样在反射式衍射光栅上的抽样点数为 10000, 每一抽样点用坐标 (u_i, v_i) 表示。根据公式(3-12)、(3-13)

$$x(u, v) = \alpha \int_0^u \exp\left(-\frac{\xi^2}{\omega^2}\right) d\xi$$

$$y(u, v) = \beta \int_0^v \exp\left(-\frac{\xi^2}{\omega^2}\right) d\xi$$

给定反射式衍射光栅上的任何一个抽样点, 根据此抽样点的坐标值, 计算出与此抽样点对应的像平面上的点的坐标 (x_i, y_i) , 将计算出的坐标值 x_i 、 y_i 保存在数组 $XY(100:100)$ 中。将坐标值 x_i 、 y_i 与 u_i 、 v_i 一起代入差分方程(3-14)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{\partial \varphi}{\partial v} = \frac{x + y - u - v}{\sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2 + f^2}}$$

使用差分公式计算出了反射式衍射光栅的坐标 (u_i, v_i) 处的程函 $\varphi(u, v)$, 将其代入确定反射式衍射光栅的浮雕高度的公式(3-4)

$$z(u, v) = (\varphi(u, v) + u \sin \theta + \lambda c(u, v)) / 2 \cos \theta$$

得到反射式衍射光栅的浮雕高度 $Fdh(u_i, v_i)$ 。取遍反射式衍射光栅表面上的所有抽样点, 就可以得到像平面上与之相对应的所有点的坐标值和反射式衍射光栅表面的浮雕高度, 对浮雕高度进行处理, 将其保存在数组 $Fdh(100:100)$ 中, 再将数组 $Fdh(100:100)$ 保存在数据文件 $Fdh.dat$ 中。

第四节 绘制反射式衍射光栅的表面图样

4.4.1 FORTRAN 语言汇图功能简介

新版本的 FORTRAN 语言增加了图形图像的输出功能^{[32][33]}。MS-FORTRAN 的

图形功能本质上不是本身独自具有的，而是借助于 C 语言的图形处理环境开发出来的系统。它与 C 语言类似，是调用外部函数来进行屏幕画点、画线和着色操作。外部函数和参数定义在文件 FGRAPH.FI 和 FGRAPH.FD 中，因此在作图时，必须在程序或过程之前嵌入这两个文件，具体操作是

```
$INCLUDE: ' FGRAPH.FI'
```

```
$INCLUDE: ' FGRAPH.FD'
```

或

```
INCLUDE ' FGRAPH.FI'
```

```
INCLUDE ' FGRAPH.FD'
```

新版本的 FORTRAN 支持 CGA、EGA、VGA 等图形显示器。其最高显示分辨率为 640×480 ，最大色彩数为 256 色。在彩色图形方式下，对象的颜色由 INTEGER*4 的整数决定。

使用新版 FORTRAN 绘图的基本过程如下：

1. 图像要素的设置。在这一步骤重点要完成的是绘图的准备过程和图形元素的选择，包括设置绘图模式、调色板、屏幕写模式以及清除屏幕区域，选择光标特性等工作；

2. 使用屏幕绘图命令。这一部分的工作是使用 FORTRAN 提供的屏幕绘图命令绘制所需要的图形。FORTRAN 提供的常用绘图命令下面几种：

(1) 绘点命令 `setpixel(x, y)`；

(2) 移动光标命令 `moveto(x, y, pos)`；

(3) 封闭区域填充命令 `floodfill(x, y, boundary)` 和画线、画弧、画矩形框、画圆等命令；

3. 图形模式下的文本输出。新版的 FORTRAN 支持在图形模式下出文字符号，其中包括图形方式的字符显示和文本方式的字符输出。如果要显示文本方式的字符，需要设置下面的参数

(1) 屏幕显示行 `settextrows(rows)`；

(2) 文本位置 `settextposition(row, col, rcpo)`；

(3) 文本色彩 `settextcolor(index)` 等；

采用图形方式的文本输出时，英文文本的输出能力较强，但不能直接输出

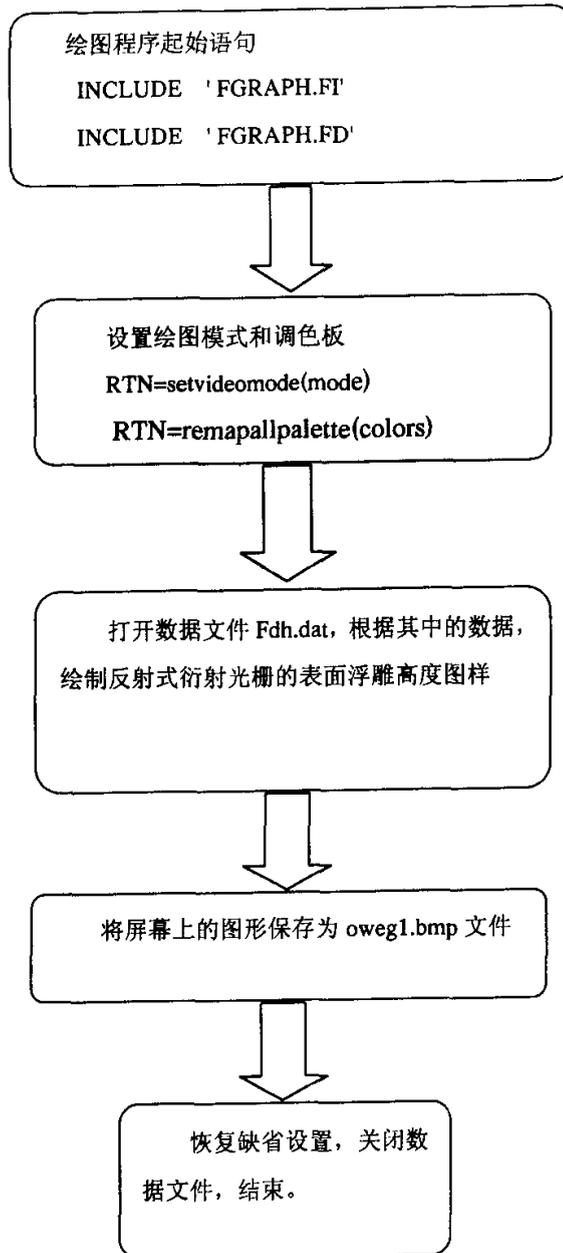


图 4-6 绘制反射式衍射光栅浮雕图样的流程图

汉字。在使用图形方式输出文本时, 需要安装字符 registerfonts(pathname)、

设置当前使用字符 `setfont(options)` 和文本输出方向 `setgtextvector(x, y)` 等。

4.4.2 绘制反射式衍射光栅图样

在本章第三节，计算得到了反射式衍射光栅的表面浮雕高度，并将其保存



图 4-7 反射式衍射光栅表面图样

在数据文件 `Fdh.dat` 中。这一节用 Fortran 语言绘图程序，绘制出反射式衍射光栅的表面浮雕图样。图（4-6）为绘制反射式衍射光栅表面浮雕图样的流程图，首先调用外部绘图程序、设置绘图模式和调色板，然后打开数据文件 `Fdh.dat`，用 16 种颜色表示反射式衍射光栅表面不同的浮雕高度。根据流程图（4-6）绘制得到了反射式衍射光栅的表面浮雕图样，如图（4-7）所示，其中不同的颜色代表反射式衍射光栅表面不同的浮雕高度。

第五章 模拟成像及结果分析

根据第四章得到的反射式衍射光栅的表面浮雕高度，本章对反射式衍射光栅的成像过程进行计算机模拟，在像平面上得到由反射式衍射光栅反射得到的场分布。改变几个主要参数的取值，设计不同的反射式衍射光栅，模拟得到不同的场分布。分析了参数的不同取值对反射式衍射光栅的性能的影响，提出了改善反射式衍射光栅性能的建议。

第一节 编写模拟程序

根据惠更斯-菲涅尔原理：“波前上每个小面元都可以看为是新的振动中心，它们发出的波在空间每一点的振动，是所有这些次波在该点的相干叠加”，可以得出，反射式衍射光栅表面上的每一抽样点都可看为一个振动中心，每一抽样点都发出次波，像平面上的每一点的振动都是由反射式衍射光栅发出的次波在该点相干叠加形成，整个像平面的场分布是由反射式衍射光栅发出的所有次波相干叠加形成的。

假设由反射式衍射光栅发射发出的次波是球面波， A_1 是入射光在距点光源单位距离处的振幅， A_2 是与点光源的距离为 r 处的点的振幅。那么点光源发出的球面波可表示为

$$A_2 = A_1 \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (5-1)$$

式中波前上每个小面元都可以看为是新的振动中心，它们发出的波在空间每一点的震动，是所有这些次波在该点的叠加。

假设 A_n 表示反射式衍射光栅表面某一抽样点 (u_n, v_n) (在 $z=0$ 平面) 上光的复振幅， U_n 表示像平面上某一点 (x_n, y_n) (在 $z=f$ 平面) 上光的复振幅， f 是反射式衍射光栅和像平面之间的距离， z_n 是反射式衍射光栅表面的浮雕高度， N 是反射式衍射光栅表面的抽样点数，由几何关系得到抽样点 (u_n, v_n) 和抽样点 (x_n, y_n) 之间的距离 r_n 为

$$r_n = \sqrt{(f - z_n)^2 + (x_n - u_n)^2 + (y_n - v_n)^2}$$

根据(5-1)式得到

$$U_n = \sum_{n=1}^N A_n \frac{e^{-ikr}}{r_n} \quad (5-2)$$

预先设定本论文设计的反射式衍射光栅的形状是正方形，设其宽度为 10mm，像平面上得到的衍射图样的宽度为 8mm，反射式衍射光栅和像平面之间的距离为 1000mm，满足菲涅尔近似条件 (2-15)。根据菲涅尔近似和菲涅耳—基尔霍夫衍射理论，由第二章给出的衍射积分公式 (2-17) 得到点 (x_n, y_n) 处的振幅为

$$U(x_n, y_n) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint A(u, v) \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x-u)^2 + (v-y)^2]\right\} dudv \quad (5-3)$$

根据衍射积分公式(5-3)，在区域 $(-5 < u < 5, -5 < v < 5)$ 内进行积分，在像平面得到衍射图样上各点处的复振幅，然后求出像平面上衍射图样的各点处的强度分布，从而得到需要的场分布。

下面根据(5-3)式，用 FORTRAN 语言编写模拟程序，用双精度型变量 Rad(i,j) 表示反射式衍射光栅表面某一抽样点的浮雕高度，实数型变量 Afd(i,j) 表示像平面上此抽样点处光的复振幅的实部，Rfd(i,j) 表示像平面上此抽样点处的复振幅的虚部。考虑到计算机的计算能力和计算时间，取像平面上正方形衍射图样的边长为 8mm，在像平面上取与反射式衍射光栅上相同的抽样点数，即将像平面在 x 方向和 y 方向上分别取 100 个抽样点。设双精度型变量 Ixy(i,j) 表示像平面上某点的光强，此点处的光强可以表示为

$$Ixy(i, j) = \sqrt{[Afd(i, j)]^2 + [Rfd(i, j)]^2} \quad (5-4)$$

用数组 Ixy(100,100) 来存放计算得到的像平面上的光强 Ixy(i,j)，并将数组存放在数据文件 Ixx.dat 中。然后根据第四章得到的数据文件 Fdh.dat，以及菲涅尔近似积分公式 (5-3)，编写模拟程序及进行计算机模拟。图 (5-2) 给出了模拟程序的流程图。

根据图 (5-2) 所示的流程图编写模拟程序和绘图程序，在像平面上得到图 (5-6) 所示的衍射图样。图 (5-3) 是入射的高斯光束的图样。

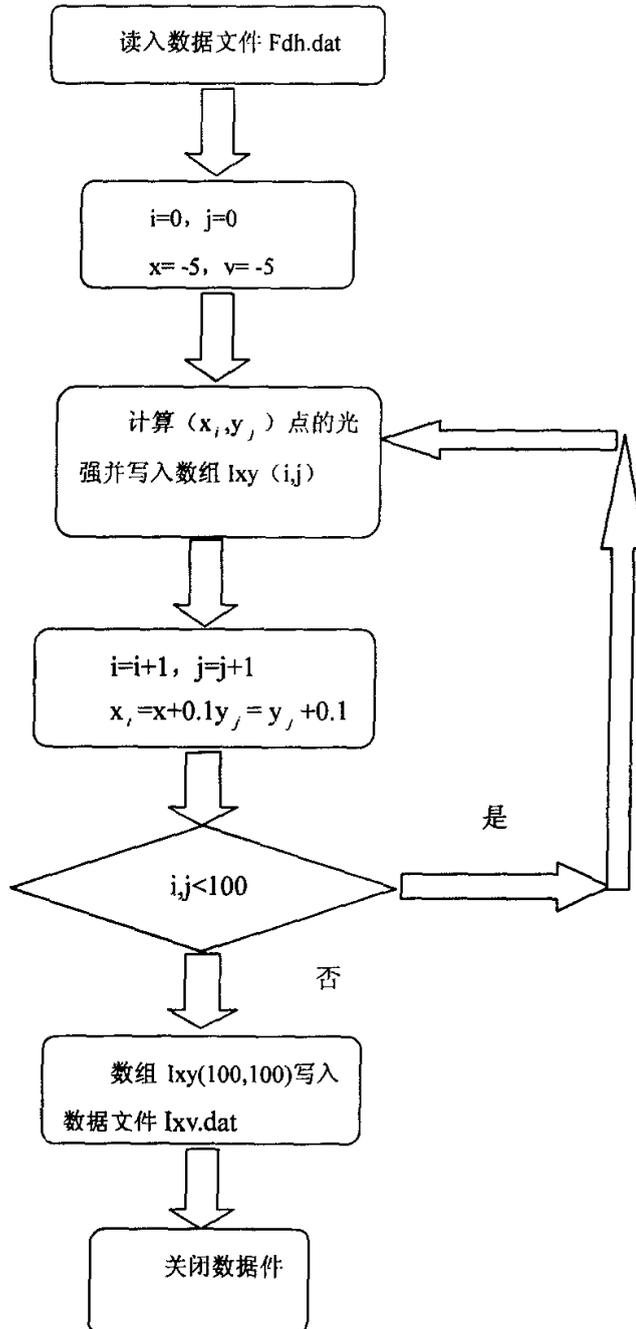


图 5-2 模拟程序流程图

根据图(5-2)所示的流程图编写模拟程序和绘图程序,在像平面上得到图(5-6)所示的衍射图样。图(5-3)是入射光的高斯光束的图样,图(5-4)是预期在像平面上得到的图样。根据图(5-4)给出的衍射图样的边长,使用逆变换法和差分原理,通过计算机模拟,计算出了反射式衍射光栅的表面浮雕高度。然后根据计算得到的浮雕高度,利用 FORTRAN 绘图程序,得到了入射光束经反射式衍射光栅摄得到的衍射场的图样,如图(5-6)所示。

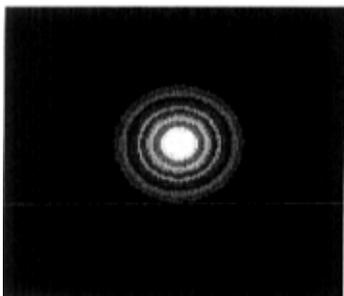


图 5-3 入射的高斯光束图样



图 5-4 预计得到的图样

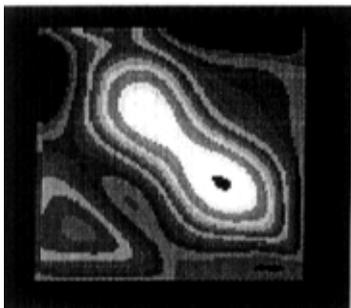


图 5-5 衍射光栅表面的相位浮雕图样



图 5-6 计算得到的像平面的图样

在图(5-3)中,入射高斯光束的光强用 16 种不同颜色表示,从中心向外,光的强度越来越低,图中显示的不同颜色分别代表不同的强度。从中心向外的 16 种颜色与编码的对应关系由表(5-1)给出,编码用的值越大,光的强度越小。从模拟得到的图样(5-6)可以看出,模拟得到的场分布与预先希望得到场分布基本上是符合的,不均匀的高斯光束的场由反射式衍射光栅反射后,得到基本上均匀分布的场。进行差分计算和计算机模拟时,由于抽样点数的取值及其它一些近似处理引入了误差,使得模拟得到的图样的四个角与预期得到的图

样吻合的不是很好，且在四边和内部一些区域有浅绿色的显示，说明与其它区域相比，能量分布有所降低。但从总的模拟结果看出，设计的理论模型是正确的，通过修改参数的取值和计算的精确度，可以得到更好的模拟结果。

表（5-1）颜色与彩色指数之间的对应关系

彩色指标	颜色	彩色指标	颜色
1	黑	9	灰
2	蓝	10	浅蓝
3	绿	11	浅绿
4	青	12	浅青
5	红	13	浅红
6	品红	14	浅品红
7	棕	15	黄
8	白	16	亮白

第二节 模拟结果分析

设计反射式衍射光栅时，需要确定一些参数，这些参数的不同取值对反射式衍射光栅的性能有不同的影响，这一节将借助于模拟程序和绘图程序，分别讨论参数的不同取值对反射式衍射光栅的性能的影响。提出设计反射式衍射光栅时应注意的问题。

5.2.1 像平面与反射式衍射光栅之间的距离 d 对成像结果的影响。

假设激光器与反射式衍射光栅之间的距离 L 为 100 厘米，反射式衍射光栅的边长为 10 毫米，需要得到边长为 8 毫米的正方形衍射图样；入射光为氦氖激光器发出的激光，其波长 λ 为 6328 埃；把反射式衍射光栅按 $N=100 \times 100$ 网格点抽样进行差分计算。假设上面给出的条件不变，只改变 d 的取值，取 d 为 50 厘米到 150 厘米之间的不同值，分别进行计算机模拟，得到不同的衍射图样。分析这些衍射图样，讨论 d 的不同取值对反射式衍射光栅的性能的影响。

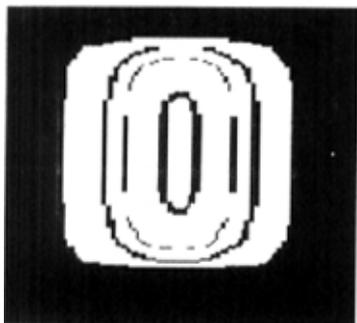


图 5-7 $d=50$ 厘米时的衍射图样

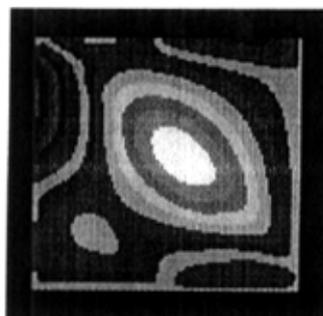


图 5-8 $d=50$ 厘米衍射光栅表面图样

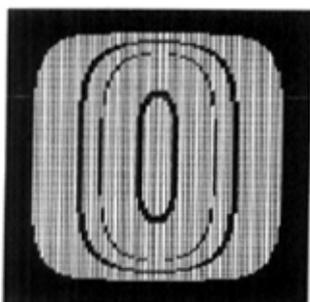


图 5-9 $d=80$ 厘米时的衍射图样

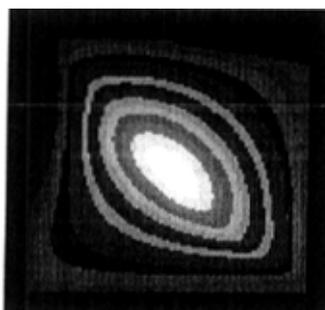


图 5-10 $d=80$ 厘米衍射光栅表面图样



图 5-11 $d=150$ 厘米时的图样

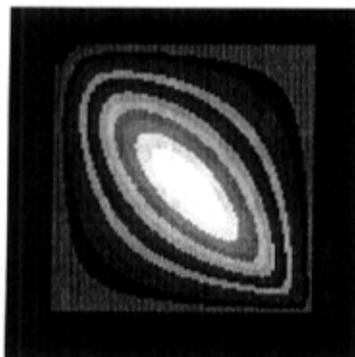


图 5-12 $d=150$ 厘米衍射光栅表面图样

使用与第一节相同的方法进行计算机模拟、绘制反射式衍射光栅的表面图样和在像平面上得到的衍射图样，得到了不同的结果。从模拟得到的图样中选取 d 的取值分别为 50 厘米、80 厘米和 150 厘米三种不同情况下得到的衍射图样射图样进行分析。

图(5-3)是入射的高斯光束的图样,图(5-4)是预期得到的衍射图样。图(5-7)是 $d=50\text{cm}$ 时的衍射图样,图(5-9)是 $d=80\text{cm}$ 时的衍射图样,图(5-11)是 $d=150\text{cm}$ 时的衍射图样,从这些衍射图样可以看出:随着反射式衍射光栅与像平面之间的距离 d 的不断增大,在其他参数不变的情况下,像的质量越来越好。这与费涅耳近似的结果相吻合。这是因为随着反射式衍射光栅与像平面之间的距离 d 的增大,标量衍射理论近似计算的精确度增加,设计得到的反射式衍射光栅的性能提高,模拟得到的衍射图样与预期得到的图样符合的越好。如果固定反射式衍射光栅与像平面之间的距离,设计得到的反射式衍射光栅的成像性能随着 L 的增大变得越来越好。这是因为在确定差分计算的边界条件时也取了近似处理。如果不想引入激光器和反射式衍射光栅的距离 L 对成像结果的影响,那么使用差分计算确定边界条件时只能取精确值,这样增加了编程和计算的难度。如果激光器和反射式衍射光栅之间的距离 L 远大于聚焦器的几何尺寸,在确定差分计算的边界条件时可以作近似处理。

从上面的讨论可以看出,设计反射式衍射光栅时,应使反射式衍射光栅和像平面之间的距离远大于聚焦器的几何尺寸;如果光源和反射式衍射光栅之间的距离远大于反射式衍射光栅的几何尺寸,取反射式衍射光栅的边界条件时可以做近似处理。

5.2.2 参数 α 、 β 的取值对成像结果的影响

在第三章,得到了确定像平面上衍射图样大小的积分公式(3-12)、(3-13),具体形式如下所示:

$$x(u, v) = \alpha \int_0^u \exp\left(-\frac{\xi^2}{\omega^2}\right) d\xi$$

$$y(u, v) = \beta \int_0^v \exp\left(-\frac{\xi^2}{\omega^2}\right) d\xi$$

从这两个积分公式可以看出,如果反射式衍射光栅的大小已经确定,可以根据 α 、 β 的取值不同,由公式(3-12)和(3-13)确定像平面上衍射图样的大小;反过来,如果已知反射式衍射光栅的几何尺寸和像平面上预期得到的衍射图样,需要确定 α 、 β 的值。

假设反射式衍射光栅与像平面之间的距离为 100 厘米，光源和反射式衍射光栅之间的距离为 100 厘米。反射式衍射光栅的边长为 10 毫米的正方形，其表面按 100×100 网格点抽样进行差分计算。入射光为氦氖激光器发出的激光，波长为 6328 埃。

假定上面给出的参数的值不变，取 α 、 β 为 0.1 到 2.0 之间的一些值，分别进行计算机模拟，得到不同的衍射图样。从中取 α 、 β 的值分别为 0.25、0.5、1.5 三种情况时模拟得到的衍射图样进行分析。图 (5-13) 和图 (5-14) 是 $\alpha = \beta = 0.25$ 时，反射式衍射光栅反射得到的衍射图样和其表面浮雕高度图样，图 (5-15) 和图 (5-16) 是 $\alpha = \beta = 0.5$ 时反射式衍射光栅成像的图样和其表面浮雕高度图样，图 (5-17) 和图 (5-18) 是 $\alpha = \beta = 1.5$ 时的反射式衍射光栅成像

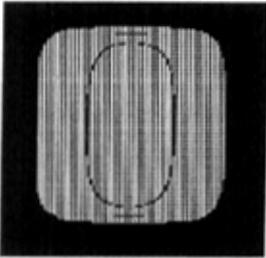


图 5-13 $\alpha = \beta = 0.25$ 时的图样

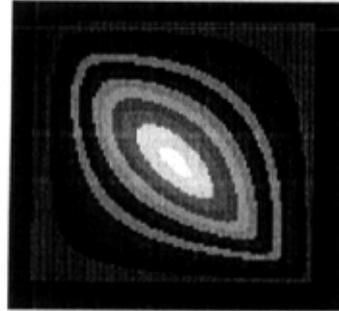


图 5-14 $\alpha = \beta = 0.25$ 时衍射光栅的图样

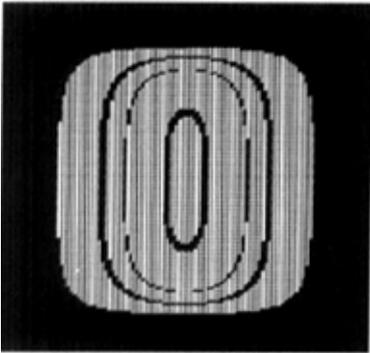


图 5-15 $\alpha = \beta = 0.5$ 时的图样



图 5-16 $\alpha = \beta = 0.5$ 时衍射光栅的图样

的图样和其表面浮雕高度图样。从反射式衍射光栅模拟成像的结果可以看出：在其它参数不变的情况下，如果只改变 β 和 α 的值， β 和 α 的取值越小，反射式衍射光栅的成像质量越好。当 $\alpha = \beta = 1.5$ 时，模拟得到的衍射图样的场分布

很不均匀，光强的最大值与最小值差别太大；当 $\alpha=\beta=0.5$ 时，模拟得到的衍射图样的场分布与 $\alpha=\beta=1.5$ 时得到的场分布相比，像的质量明显提高；当 $\alpha=\beta=0.25$ 时，模拟得到的衍射图样的场分布基本上是均匀的。从上面的分析可以看出：如果反射式衍射光栅的成像参数已经确定，只增大 β 和 α 的值，得到的衍射图样会随着 β 和 α 的取值的增加而增大，反射式衍射光栅的成像性能却



图 5-17 $\alpha=\beta=1.5$ 时的衍射图样



图 5-18 $\alpha=\beta=1.5$ 时衍射光栅表面浮雕图样

降低。所以在设计反射式衍射光栅时， β 和 α 的值取的不要太大，也就是说预先到的衍射图样不要太大。

5.2.3 差分网格点数对成像结果的影响

第四章给出了确定差分网格点数的经验公式(4-10)，根据这个经验公式，取的差分网格点数为 $N = N \times N = 100 \times 100$ ，得到了反射式衍射光栅的表面浮雕高度和表面图样，以及在像平面上由此反射式衍射光栅反射得到的衍射图样。下面假设其它参数的取值与前面讨论时给出的值相同，只改变差分网格点数，分析不同的差分网格点数对模拟成像得到的结果的影响。考虑到计算机的计算能力，取 N 为50到200之间的一些值进行计算机模拟，从中选取 N 分别为50、120、150时得到的模拟结果进行分析，讨论 N 的不同取值对反射式衍射光栅成像性能的影响。

从计算机模拟得到的衍射图样可以看出，在其它参数不变的条件下，差分计算时如果增加反射式衍射光栅的抽样点数，反射式衍射光栅的成像质量有明

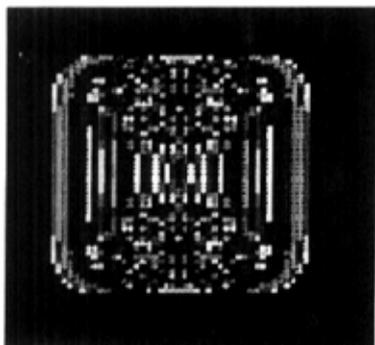


图 5-19 $N=50$ 时的衍射图样



图 5-20 $N=50$ 衍射光栅表面相位浮雕图样

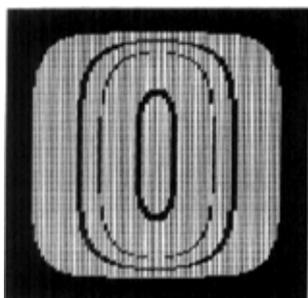


图 5-21 $N=120$ 时得到的衍射图样

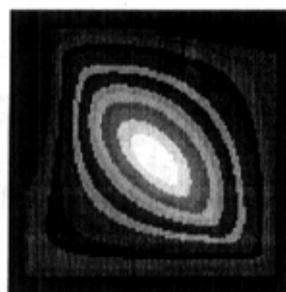


图 5-22 $N=120$ 时衍射光栅表面相位浮雕图样

显改善：当 $N=50$ 时，反射式衍射光栅的成像结果如图 (5-19) 所示，从图 (5-19) 可以看出，模拟得到的衍射图样的强度很不均匀、反射式衍射光栅的成像质量很差；当 $N=120$ 时，反射式衍射光栅成像的衍射图样如图 (5-21) 所示，从图中可以看出，随着 N 的增大，反射式衍射光栅的成像质量有了明显的改善，模拟得到的衍射场的场强的均匀性提高；当 $N=150$ 时，反射式衍射光栅的成像结果如图 (5-23) 所示，从图中看出反射式衍射光栅的成像质量大大提高，模拟得到的衍射场的能量分布基本上是均匀的，得到比较理想的结果。如果继续增大抽样点数，反射式衍射光栅成像的质量更好。

从上面的讨论可以看出：设计反射式衍射光栅时，在条件允许的情况下，应尽可能的增加抽样点数。抽样点数越多，在像平面上模拟得到的场分布与预期给定的场分布符合的越好。这是因为随着抽样点数的增加，计算反射式衍射

光栅的表面浮雕高度时，对反射式衍射光栅表面的不连续计算越接近于连续计算，提高了计算的精度，得到的反射式衍射光栅的性能随之增强，模拟得到的场分布与预先给定的场分布符合的越好。

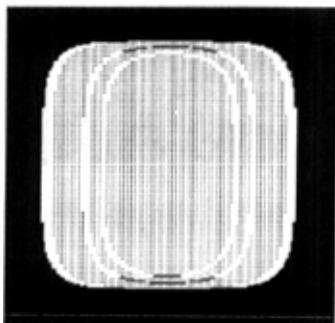


图 5-23 $N=150$ 时的衍射图样



图 5-24 $N=150$ 时衍射光栅表面相位浮雕图样

5.2.4 入射光束的波长对成像结果的影响

第二章给出了标量衍射理论，从中知道：当衍射孔径比入射光波长大的多，且观察点离衍射孔径不太近时，用标量衍射理论得到的结果是很精确的。假设激光器和反射式衍射光栅之间的距离 d 为 100 厘米，反射式衍射光栅与像平面

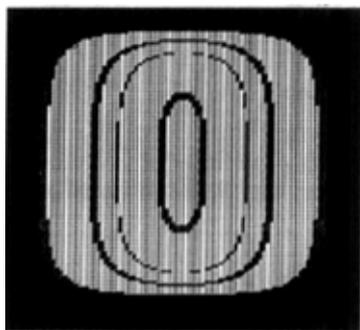


图 5-25 $\lambda = 6.328 \times 10^5$ 埃时得到的图样

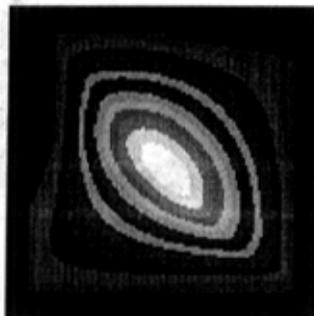


图 5-26 $\lambda = 6.328 \times 10^5$ 埃时衍射光栅表面的浮雕图样

之间的距离 L 为 100 厘米，正方形的反射式衍射光栅的边长 A_0 为 10 毫米，

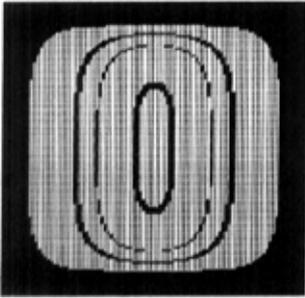


图 5-27 $\lambda = 632.8$ 埃时得到的衍射图样



图 5-28 $\lambda = 632.8$ 埃时衍射光栅表面相位浮雕图样

β 和 α 的值为 0.5: 把反射式衍射光栅按 $N=100 \times 100$ 网格点差分计算。取不同波长进行计算机模拟, 在像平面上得到不同的衍射图样, 从中选取波长取三种不同值时得到的图样进行分析, 讨论波长的不同取值对反射式衍射光栅成像性能的影响。

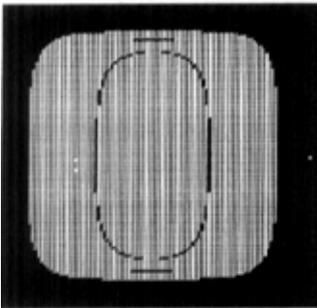


图 5-29 $\lambda = 6.328$ 埃时得到的衍射图样

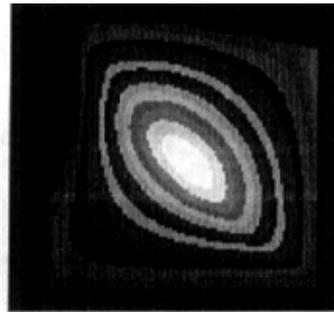


图 5-30 $\lambda = 6.328$ 埃时衍射光栅表面相位浮雕图样

图 (5-25) 和图 (5-26) 是 $\lambda = 6.328 \times 10^5$ 埃时反射式衍射光栅模拟成像得到的衍射图样和其表面的相位浮雕图样, 图 (5-27) 和图 (5-28) 是 $\lambda = 632.8$ 埃时反射式衍射光栅模拟成像得到的衍射图样及其表面相位浮雕图样, 图 (5-29) 和图 (5-30) 是 $\lambda = 6.328$ 埃时反射式衍射光栅模拟成像得到的衍射图样及其表面相位浮雕图样。从模拟成像得到的场分布可以看出, 在其它参数不变的情况下,

入射波波长越短，反射式衍射光栅的成像质量越好。从而可以得到，在设计反射式衍射光栅时，应考虑反射式衍射光栅的几何尺寸和波长之间的关系，尽可能使反射式衍射光栅的几何尺寸远大于入射光的波长。入射光的波长越小，采用的几何近似处理越精确，设计的反射式衍射光栅的性能越好。

从上面的讨论看出，设计反射式衍射光栅时，应考虑入射光的波长和反射式衍射光栅的几何尺寸之间的关系，反射式衍射光栅的几何尺寸要远大于入射光的波长。像平面和反式衍射光栅之间的距离不要太近，其距离最好在反射式衍射光栅的几何尺寸的 10 倍以上。差分计算时反射式衍射光栅表面的抽样点数不要太少，抽样间距应小于一定的值。设计预期得到的衍射场时，不要太大，应根据反射式衍射光栅的形状而定。

第三节 圆形反射式衍射光栅的性能分析

前面根据几何光学理论设计了一种正方形反射式衍射光栅，借用计算机模拟，分析了不同参数的取值对反射式衍射光栅成像性能的影响。这一节设计一种圆形反射式衍射光栅，对高斯光束进行变换，分析反射式衍射光栅的成像性能。



图 5-31 衍射光栅表面图样



图 5-32 得到的衍射图样

假定设计的反射式衍射光栅的形状是圆形，半径为 $R=5\text{mm}$ ，在像平面上预期得到的衍射图样的半径为 4mm ，反射式衍射光栅和像平面之间的距离为 1000mm ，激光器和反射式衍射光栅之间的距离为 1000mm ，入射波的波长为 6328 埃。反射式衍射光栅和像平面的放置和前面相同，满足菲涅尔近似条件 (2-15)。采用和前面相同的方法，根据差分公式编程计算，得出反射式衍射光

栅的表面浮雕高度，绘制出反射式衍射光栅的表面图样，如图（5-31）所示。根据得到的浮雕高度，以及积分公式

$$U(x_n, y_n) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint A(u, v) \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x-u)^2 + (v-y)^2]\right\} dudv$$

进行计算机模拟，得到如图（5-32）所示的衍射图样。从模拟得到的衍射图样可以看出，对于本节设计的圆形反射式衍射光栅，由其转换得到的衍射图样，与预期得到的衍射图样基本符合。对参数取不同值，分析得到的衍射图样，同样可以得出：随着抽样点的增多、反射式衍射光栅和像平面之间以及和激光器之间的距离的增加、近似精确度的增大，反射式衍射光栅的性能不断提高，得到的衍射图样和预期得到的衍射图样符合的越来越好。

第四节 线形反射式衍射光栅的性能分析

前面研究了将高斯光束变为均匀的圆形场和均匀的正方形场的反射式衍射光栅。下面讨论另一种反射式衍射光栅，这种反射式衍射光栅可以把高斯光束变为均匀的线段。

假定预期得到的线段的长度为 10 毫米，宽 0.1 毫米，正方形衍射光栅的边长为 10 毫米，前面 α 、 β 的取值是相同的，这儿二者的值不相同，其它条件与前面相同。使用和前面相同的计算方法，进行计算机模拟和绘制图样，到了反射式衍射光栅的表面图样和由反射式衍射光栅变换得到的衍射图样，如下图所



图 5-33 衍射光栅表面图样



图 5-34 预期得到和实际得到的衍射图样

示，从衍射图样可看出，预期得到的图样和实际得到的图样有一些差别，由反

射式衍射光栅变换得到的线段不是很光滑，但两者基本上是吻合的。通过修改参数，我们可以得到更好的结果。

第五节 实验

前面计算得到了几种不同的反射式衍射光栅，模拟得到了相应的衍射图样，验证了反射式衍射光栅的正确性。但这只是理论验证，在实际应用中这些光学器件是否真正按我们的设计要求工作，这需要用实验进行验证。

要想用实验检验反射式衍射光栅的性能，首先需要将设计的反射式衍射光栅加工出来。由于受实验室条件和经费的限制，作者设计的反射式衍射光栅的性能的验证只能用计算机模拟来实现。如果设计的反射式衍射光栅能够加工出来，用氦氖激光器和光探测器就可以检验反射式衍射光栅的性能。首先用光探测器测出入射高斯光束的能量分布和场的形状，然后把反射式衍射光栅和光探测器置于水平面内，用激光器发出的高斯光束照射反射式衍射光栅，用光探测器测出由反射式衍射光栅转换得到的衍射场的形状和能量分布。分析测得的结果，从而得知反射式衍射光栅的性能。

第六节 本教研室的工作

作者所在的教研室主要从事于计算机光学器件的设计和理论研究工作，在导师李慎教授的领导下取得了一定的成果。设计计算机光学器件的理论主要有几何光学理论、标量衍射理论和矢量衍射理论。博士研究生石建川对矢量衍射理论进行了详尽的探讨，并把此理论应用于异型光栅的设计，得到了比较好的结果。但由于矢量衍射理论计算复杂，能实际求解的例子不是很多，现在常用的理论是标量衍射理论，在满足一定近似条件下，用标量衍射理论能得到比较理想的结果。导师李慎教授主要从事这方面的工作。由于几何光学理论计算简单，容易掌握，在光波段设计的光器件具有很好的性能，在一定近似条件下也能得到不错的结果，但几何光学也有自己的缺点，适用范围窄，有时求解方程也是很困难的。要想使用一种比较通用的方法，那就是标量衍射理论。作者主要基于几何光学理论研究了反射式衍射光栅的理论模型，设计了几种不同的反射式衍射光栅。除此之外，作者在导师的指导下，也对标量衍射理论做了一定

的研究工作。

总结

本论文设计的反射式衍射光栅是一种计算机光学元件。计算机光学元件是一种小型、高效、新型衍射光学元件，具有传统光学难以实现的微小、阵列、集成等优点，被广泛应用于激光工艺、医学、光学信息处理、传输控制和模式转换等领域。

作者在总结前人工作的基础上，基于几何光学理论，研究了反射式衍射光栅的逆变换算法和理论模型，给出了反射式衍射光栅的计算方程和设计程序。用 FORTRAN 语言编程计算，得出了反射式衍射光栅的表面浮雕高度，根据 FORTRAN 绘图程序，绘制了反射式衍射光栅的表面浮雕图样，设计出了需要的反射式衍射光栅。这种计算机光学元件可以将高斯分布的不均匀场转化为均匀分布的矩形场。

根据设计出的反射式衍射光栅和基尔霍夫-惠更斯衍射积分公式，用 FORTRAN 语言编写模拟程序，在像平面上模拟得到了反射后的入射光束的场分布，并用 FORTRAN 绘图程序绘制了反射式衍射光栅反射得到的入射光束的衍射图样。从模拟得到的衍射图样看出，模拟得到的场分布与预先希望得到的场分布相符合，从而得出本论文提出的逆变换算法和反射式衍射光栅的理论模型是正确的。计算反射式衍射光栅的表面浮雕高度时，由于差分网格点数的取值及一些近似处理引入了误差，使得模拟得到的衍射图样与预期得到的衍射图样不是完全相同。通过增加差分抽样点数及提高近似处理的精确度，模拟得到的衍射图样和预期得到的衍射图样吻合的更好。

在设计反射式衍射光栅的表面浮雕高度时，需要确定一些参数。本论文中假定其它参数不变，只改变其中某一参数的取值，看不同参数的取值对反射式衍射光栅的成像性能有何影响。通过分析得出，要想提高反射式衍射光栅的性能，设计反射式衍射光栅时抽样间距不能太大，应小于一定抽样值，反射式衍射光栅的几何尺寸应远大于入射波的波长。

由于作者水平有限，论文中提出的观点、看法、理论模型、计算方法以及得到的结论等方面难免有许多不足之处，敬请各位专家、老师、同行不吝赐教、批评指正。

致谢

首先对我的导师李慎教授致以诚挚的敬意和衷心的感谢！本论文的工作是在导师的悉心指导和直接关怀下完成的。从论文的选题、论证直到结束论文的所有工作，自始至终都倾注了导师的无数心血！导师渊博的知识，严谨的学风，高尚的人格，孜孜不倦的钻研精神，以及严以律己、宽厚待人的作风，都给我留下了深刻的印象，在今后的学习、工作和做人等方面，都是作者学习的楷模。导师不仅在学习上对我严格要求、耐心指导，而且在生活上、思想上、也给予了极大的关心、支持和帮助。所有这些，作者都终生难忘！

感谢龙华、王浩英、董梅峰给予的帮助和支持，特别感谢舍友路继瑞、罗明，以及陈硕、肖飞、覃志东等同学给予的关心和帮助！

作者非常感谢在百忙之中抽出时间参加评阅本论文的各位专家学者，感谢他们付出的辛勤劳动！

谨以此文献给关心、支持和帮助作者的老师、同学、朋友们！

参考文献

1. Голуб МА., Дегтярева В.П., Климов А.И. и др. Письма в ЖТФ, 1982. т. 8, вып. 8, с. 449
2. Veldkamp W B, McHugh T J. Binary optics. Scientific American. 1992. 266(5):92~97
3. Leger J, Holz M, Swanson G, et al. Coherent Laser beam addition: An application of binary optics technology. Lincoln lab. J. 1998. 1(2):225~246
4. Голуб МА., Живописцев Е.С., Карпеев С.В. и др. ДАН, 1980. т. 253, с. 1104
5. Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М. и др. Письма в ЖТФ, 1982. т. 8, вып. 13, с. 810
6. Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М. и др. Препринт ФИАН, №9, 1983.
7. Голуб МА., Карпеев С.В., Прохоров А.М. и др. Там же, 1981. вып. 10, с. 618.
8. Голуб МА., Прохоров А.М., Сисакян И.Н. и др. Квантовая электроника, 1982. т. 9, № 9, с. 1866
9. Рабочее совещание по компьютерной оптике (Звенигород, 26-28 мая 1986 г.). Квантовая электроника, 1986. 13(12)
10. АВ Гончарский, ВА Данилов, т.д. Квантовая электроника, 1986. т. 13, № 3, с. 660.
11. А.В. Гончарский, В.А. Данилов, т.д. ДАН, 1985, т. 273, № 3, С. 591-595**
12. Gerchberfg R W, Saxton W O. Optik, 1972. 35: 237~246
13. Fienup J R. Opt. Eng, 1980. 19:197-306
14. 金国藩, 严瑛白, 邬敏贤. 二元光学. 国防工业出版社, 1997. 3~16
15. Seldowitz M A. Applied Optics, 1987. 26(14):1788~2798
16. Kirkpatrick S. Science, 1983, 220:671~680
17. Holland J H. Scientific American. 1992. 4:44~50
18. Yang G Z, Gu B Y. Acta Phys. Sin. 1981. 30:410~41
19. Pommet D A, Moharam M G, Grann E B. J. Opt. Soc. Am. A, 1994, 11:1827~1834
20. 周炳困, 高以智, 陈家骅. 激光原理. 国防工业出版社, 1987. 98~101
21. Qu D. Burge E SPIE. 1991. 1506:152~159

22. Vasara A H, Nojonen E, Turunen J P, etal. SPIE, 1991, 1507:224~238
23. Cox J A. Overview of diffraction optics at Honeywell, SPIE, 1988, 884:127~132
24. Nakata Y, Koshiba M. J. Opt. Soc. Am. A., 1990, 7:1494~1502
25. Goltsov W, Holz M. SPIE, 1989, 1052: 131
26. Morrison R L, Walker S L, Cloonan T J. Appl. Opt., 1993, 32:2512~2518
27. Khonina S N, Koltiyar V V, Soifer V A. J. Mod. Opt, 1993, 40: 761~769
28. 陈鹤鸣, 贾小兵, 施伟华. 应用计算全息制作的子波匹配滤波器实现光学子波变换的研究. 光学学报, 1998, 18(8): 1087~1089
29. 王肇圻, 邵昕欣, 母国光, 傅汝廉. 计算全息术制备特种空间滤波器. 中国激光, 1998, 9(25): 804~808
30. 罗风光, 曹明翠, 李洪谱, 王安君, 徐军, 李再光. 适于交换模块光窗分布的 16×16 非等间距位相计算全息光栅. 中国激光, 1998, 25(1): 72~75
31. 石建川. 异型光栅的研究: [博士论文]. 成都: 电子科技大学 1996
32. 唐章宏, 冯峰. VISUAL FORTRAN 程序设计. 人们邮电出版社, 1999
33. 程根伟. FORTRAN 语言高级图形编程. 电子科技大学出版社, 1998
34. 王仕璠, 朱自强. 现代光学教程. 成都: 四川大学出版社, 1990 86~106
35. M. 波恩, E. 沃耳夫. 光学原理. 科学出版社, 1985
36. A. V. Chirkov Mirror Synthesis For Gyrotron Quasi-optical Mode Converters, International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 1995 Vol 16, No. 4
37. G. Michel, M. Thumm, D. Wagner Design of a Quasi-optical Mode Converter for a Coaxial 165 GHz $TE_{31,17}$ Gyrotron, Conf. Digest 22nd conference on Infrared and Millimeter Waves 1997, p. 25
38. A. V. Chirkov, G. G. Denison 3D Wavebeam Field Reconstruction from Intensity Measurements in a Few Cross Sections, Optics Communications, 1995, Vol. 115, pp. 449~452
39. Raguin D H, Morris G M. Analysis of antireflection-structured surfaces with continuous onedimensional surface profiles. Appl. Opt., 1993, 32:2585~2598
40. Motamedi M E. Micro-opt-electro-mechanical systems. Opt. Eng., 1994,

33(11):3505~3515

41. Dixit S N, Thomas M, Woods B W, et al. Random phase plates for beam smoothing on the Nova laser [J]. *Appl. Opt.*, 1993, 32 (12): 2453~2554
42. Dixit S N, Lawson J K, Manes K R, et al. Kinoform phase plates for focal plane irradiance profile control [J]. *Opt. Lett.* 1994, 19 (6): 417~419
43. Lin Y, Kessler T J, Lawrence G N. distributed phase plates for super Gaussian focal-plane irradiance profile [J]. *Opt. Lett.* 1995, 20(7): 764~766
44. Chen Yansong, Li Dehua, Sheng YunLong. Beamshaping element with reduced sensitivity to input variation [J]. *Applied Optics*, 1997, 36 (3): 568~571

个人简历

作者姓名： 谭庆贵
出生日期： 1975 年 9 月 4 日
获学士学位的时间： 1999 年 7 月
获学士学位的地点： 烟台师范学院
获硕士学位的地点： 电子科技大学
获硕士学位的时间： 2002 年 4 月