第一章习题

习题 1.1 在英文字母中 E 出现的概率最大，等于 0.105，试求其信息量。

解：E 的信息量：$I_{\mathrm{E}}=\log_2\frac{1}{P(\mathrm{E})}=-\log_2 P(\mathrm{E})=-\log_2 0.105=3.25\ \mathrm{b}$

习题 1.2 某信息源由 A，B，C，D 四个符号组成，设每个符号独立出现，其出现的概率分别为 1/4，1/4，3/16，5/16。试求该信息源中每个符号的信息量。

解：

$$I_A=\log_2\frac{1}{P(A)}=-\log_2 P(A)=-\log_2\frac{1}{4}=2b$$

$$I_B=-\log_2\frac{3}{16}=2.415b \quad I_C=-\log_2\frac{3}{16}=2.415b \quad I_D=-\log_2\frac{5}{16}=1.678b$$

习题 1.3 某信息源由 A，B，C，D 四个符号组成，这些符号分别用二进制码组 00，01，10，11 表示。若每个二进制码元用宽度为 5ms 的脉冲传输，试分别求出在下列条件下的平均信息速率。

（1） 这四个符号等概率出现；（2）这四个符号出现概率如习题 1.2 所示。

解：（1）一个字母对应两个二进制脉冲，属于四进制符号，故一个字母的持续时间为 2×5ms。传送字母的符号速率为

$$R_{\mathrm{B}}=\frac{1}{2\times5\times10^{-3}}=100\,\mathrm{Bd}$$

等概时的平均信息速率为

$$R_{\mathrm{b}}=R_{\mathrm{B}}\log_2 M=R_{\mathrm{B}}\log_2 4=200\,\mathrm{b/s}$$

（2）平均信息量为

$$H=\frac{1}{4}\log_2 4+\frac{1}{4}\log_2 4+\frac{3}{16}\log_2\frac{16}{3}+\frac{5}{16}\log_2\frac{16}{5}=1.977 \quad 比特/符号$$

则平均信息速率为 $R_{\mathrm{b}}=R_{\mathrm{B}}H=100\times1.977=197.7\quad\mathrm{b/s}$

习题 1.4 试问上题中的码元速率是多少？

解：$R_B=\frac{1}{T_B}=\frac{1}{5*10^{-3}}=200\ \mathrm{Bd}$

习题 1.5 设一个信息源由 64 个不同的符号组成，其中 16 个符号的出现概率均为 1/32，其余 48 个符号出现的概率为 1/96，若此信息源每秒发出 1000 个独立的符号，试求该信息源的平均信息速率。

解：该信息源的熵为

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{M}P(x_i)\log_2 P(x_i)=-\sum_{i=1}^{64}P(x_i)\log_2 P(x_i)=16*\frac{1}{32}\log_2 32+48*\frac{1}{96}\log_2 96$$

$=5.79$ 比特/符号

因此，该信息源的平均信息速率 $R_b=mH=1000*5.79=5790\ \text{b/s}$ 。

习题 1.6 设一个信息源输出四进制等概率信号，其码元宽度为 125 us。试求码元速率和信息速率。

解：$R_B=\frac{1}{T_B}=\frac{1}{125*10^{-6}}=8000\ \text{Bd}$

等概时，$R_b=R_B\log_2 M=8000*\log_2 4=16kb/s$

习题 1.7 设一台接收机输入电路的等效电阻为 600 欧姆，输入电路的带宽为 6 MHZ，环境温度为 23 摄氏度，试求该电路产生的热噪声电压的有效值。

解：$\text{V}=\sqrt{4kTRB}=\sqrt{4*1.38*10^{-23}*23*600*6*10^{6}}=4.57*10^{-12}\ \text{V}$

习题 1.8 设一条无线链路采用视距传输方式通信，其收发天线的架设高度都等于 80 m，试求其最远的通信距离。

解：由 $D^2=8rh$，得 $D=\sqrt{8rh}=\sqrt{8*6.37*10^{6}*80}=63849\ \text{km}$

习题 1.9 设英文字母 E 出现的概率为 0.105， x 出现的概率为 0.002 。试求 E 和 x 的信息量。

解：

$$p(E)=0.105$$
$$p(x)=0.002$$
$$I(E)=-\log_2 P(\text{E})=-\log_2 0.105=3.25\ bit$$
$$I(x)=-\log_2 P(x)=-\log_2 0.002=8.97\ bit$$

习题 1.10 信息源的符号集由 A，B，C，D 和 E 组成，设每一符号独立 1/4 出现，其出现概率为 1/4,1/8,1/8,3/16 和 5/16。试求该信息源符号的平均信息量。

解：

$$H=-\sum p(x_i)\log_2 p(x_i)=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\log_2\frac{1}{8}-\frac{5}{16}\log_2\frac{5}{16}=2.23bit/\text{符号}$$

习题 1.11 设有四个消息 A、B、C、D 分别以概率 1/4,1/8, 1/8, 1/2 传送，每一消息的出现是相互独立的。试计算其平均信息量。

解：

$$H=-\sum p(x_i)\log_2 p(x_i)=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}=1.75bit/\text{符号}$$

习题 1.12 一个由字母 A，B，C，D 组成的字。对于传输的每一个字母用二进制脉冲编码，00 代替 A，01 代替 B，10 代替 C，11 代替 D。每个脉冲宽度为 5ms。

（1） 不同的字母是等概率出现时，试计算传输的平均信息速率。

（2） 若每个字母出现的概率为 $p_B=\frac{1}{4}$，$p_C=\frac{1}{4}$，$p_D=\frac{3}{10}$， 试计算传输的平均信息速率。

解： 首先计算平均信息量。

（1）

$$H=-\sum P(x_i)\log_2 p(x_i)=4*(-\frac{1}{4})*\log_2\frac{1}{4}=2\ bit/\text{字母}$$

平均信息速率=2（bit/字母）/(2*5m s/字母)=200bit/s

（2）

$$H=-\sum P(x_i)\log_2 p(x_i)=-\frac{1}{5}\log_2\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{3}{10}\log_2\frac{3}{10}=1.985\ bit/\text{字母}$$

平均信息速率=1.985(bit/字母)/(2*5ms/字母)=198.5bit/s

习题 1.13 国际莫尔斯电码用点和划的序列发送英文字母，划用持续 3 单位的电流脉冲表示，点用持续 1 单位的电流脉冲表示，且划出现的概率是点出现的概率的 1/3。

（1） 计算点和划的信息量；

（2） 计算点和划的平均信息量。

解： 令点出现的概率为 $P_{(A)}$,划出现的频率为 $P_{(B)}$

$$P_{(A)}+P_{(B)}=1,\ \frac{1}{3}P_{(A)}=P_{(B)}\quad\Rightarrow\quad P_{(A)}=3/4\quad P_{(B)}=1/4$$

(1)

$$I(A)=-\log_2 p(A)=0.415bit$$

$$I(B)=-\log_2 p(B)=2bit$$

（2）

$$H=-\sum p(x_i)\log_2 p(x_i)=\frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}=0.811bit/\text{符号}$$

习题 1.14 设一信息源的输出由 128 个不同符号组成。其中 16 个出现的概率为 1/32，其余 112 个出现的概率为 1/224。信息源每秒发出 1000 个符号，且每个符号彼此独立。试计算该信息源的平均信息速率。

解： $H=-\sum p(x_i)\log_2 p(x_i)=16*(-\frac{1}{32})+112*(-\frac{1}{224})\log_2\frac{1}{224}=6.4bit/$符号

平均信息速率为 6.4*1000= 6400bit/s 。

习题 1.15 对于二电平数字信号，每秒钟传输 300 个码元，问此传码率 R_B 等于多少？若数字信号 0 和 1 出现是独立等概的，那么传信率 R_b 等于多少？

解： $R_B=300B$ $R_b=300bit/s$

习题 1.16 若题 1.12 中信息源以 1000B 速率传送信息，则传送 1 小时的信息量为多少？传送 1 小时可能达到的最大信息量为多少？

解：

传送 1 小时的信息量 $2.23*1000*3600=8.028Mbit$

传送 1 小时可能达到的最大信息量

先求出最大的熵： $H_{\max}=-\log_2\frac{1}{5}=2.32bit/$符号

则传送 1 小时可能达到的最大信息量 $2.32*1000*3600=8.352Mbit$

习题 1.17 如果二进独立等概信号，码元宽度为 0.5ms，求 R_B 和 R_b；有四进信号，码元宽度为 0.5ms，求传码率 R_B 和独立等概时的传信率 R_b 。

解：二进独立等概信号： $R_B=\frac{1}{0.5*10^{-3}}=2000B, R_b=2000bit/s$

四进独立等概信号： $R_B=\frac{1}{0.5*10^{-3}}=2000B, R_b=2*2000=4000bit/s$ 。

小结：

记住各个量的单位：

信息量： bit $I=-\log_2 p(x)$

信源符号的平均信息量（熵）： bit/符号 $I=-\sum p(x_i)\log_2 p(x)$

平均信息速率： $bit/s=(bit/$符号）/ (s/符号)

传码率： R_B （B）

传信率： R_b bit/s

第二章习题

习题 2.1 设随机过程 $X(t)$可以表示成：

$$X(t)=2\cos(2\pi t+\theta),\quad -\infty<t<\infty$$

式中，θ 是一个离散随机变量，它具有如下概率分布：$P(\theta=0)=0.5$，$P(\theta=\pi/2)=0.5$

试求 $E[X(t)]$和 $R_X(0,1)$。

解：$E[X(t)]=P(\theta=0)2\cos(2\pi t)+P(\theta=\pi/2)\,2\cos(2\pi t+\frac{\pi}{2})=\cos(2\pi t)-\sin 2\pi t$

$\cos\omega t$

习题 2.2 设一个随机过程 $X(t)$可以表示成：

$$X(t)=2\cos(2\pi t+\theta),\quad -\infty<t<\infty$$

判断它是功率信号还是能量信号？并求出其功率谱密度或能量谱密度。

解：为功率信号。

$$R_X(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}X(t)X(t+\tau)dt$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}2\cos(2\pi t+\theta)*2\cos\left[2\pi(t+\tau)+\theta\right]dt$$

$$=2\cos(2\pi\tau)=e^{j2\pi t}+e^{-j2\pi t}$$

$$P(f)=\int_{-\infty}^{\infty}R_X(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}(e^{j2\pi t}+e^{-j2\pi t})e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

$$=\delta(f-1)+\delta(f+1)$$

习题 2.3 设有一信号可表示为：

$$X(t)=\begin{cases}4\exp(-t) & ,t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

试问它是功率信号还是能量信号？并求出其功率谱密度或能量谱密度。

解：它是能量信号。$X(t)$的傅立叶变换为：

$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{0}^{+\infty}4e^{-t}e^{-j\omega t}dt=4\int_{0}^{+\infty}e^{-(1+j\omega)t}dt=\frac{4}{1+j\omega}$$

则能量谱密度 $\qquad G(f)=\left|X(f)\right|^2=\left|\frac{4}{1+j\omega}\right|^2=\frac{16}{1+4\pi^2f^2}$

习题 2.4 $X(t)=x_1\cos 2\pi t-x_2\sin 2\pi t$，它是一个随机过程，其中 x_1 和 x_2 是相互统计独立的高斯随机变量，数学期望均为 0，方差均为 σ^2。试求：

(1)$E[X(t)]$，$E[X^2(t)]$；(2)$X(t)$ 的概率分布密度；(3) $R_X(t_1,t_2)$

解：(1) $E[X(t)]=E[x_1\cos 2\pi t-x_2\sin 2\pi t]=\cos 2\pi t\cdot E[x_1-\sin 2\pi t\cdot E(x_2)]=0$

$P_X(f)$ 因为 x_1和x_2 相互独立，所以 $E[x_1x_2]=E[x_1]\cdot E[x_2]$。

又因为 $E[x_1]=E[x_2]=0$，$\sigma^2=E[x_1^2]-E^2[x_1]$，所以 $E[x_1^2]=E[x_2^2]=\sigma^2$。

故 $\qquad E[X^2(t)]=(\cos^2 2\pi t+\sin^2 2\pi t)\sigma^2=\sigma^2$

(2)因为 x_1和x_2 服从高斯分布，$X(t)$是x_1和x_2 的线性组合，所以 $X(t)$ 也服从高斯分布，其概率分布函数 $p(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\dfrac{z^2}{2\sigma^2}\right)$。

(3) $$R_X(t_1,t_2)=E[X(t_1)X(t_2)]=E[(x_1\cos 2\pi t_1-x_2\sin 2\pi t_1)(x_1\cos 2\pi t_2-x_2\sin 2\pi t_2)]$$
$$=\sigma^2[\cos 2\pi t_1\cos 2\pi t_2+\sin 2\pi t_1\sin 2\pi t_2]$$
$$=\sigma^2\cos 2\pi(t_2-t_1)$$

习题 2.5 试判断下列函数中哪些满足功率谱密度的条件：

(1) $\delta(f)+\cos^2 2\pi f$； (2) $a+\delta(f-a)$； (3) $\exp(a-f^2)$

解：根据功率谱密度 $P(f)$的性质：①$P(f)\geq 0$，非负性；②$P(-f)=P(f)$，偶函数。可以判断(1)和(3)满足功率谱密度的条件，(2)不满足。

习题 2.6 试求 $X(t)$=A $\cos\omega t$ 的自相关函数，并根据其自相关函数求出其功率。

解：$R(t, t+\tau)=E[X(t)X(t+\tau)]=E[A\cos\omega t * A\cos(\omega t+\tau)]$

$$=\frac{1}{2}A^2E[\cos\omega\tau+\cos\omega(2t+\tau)]=\frac{A^2}{2}\cos\omega\tau=R(\tau)$$

功率 P=R(0)=$\dfrac{A^2}{2}$

习题 2.7 设 $X_1(t)$和 $X_2(t)$是两个统计独立的平稳随机过程，其自相关函数分别为 $R_{X_1}(\tau)$和$R_{X_2}(\tau)$。试求其乘积 $X(t)=X_1(t)X_2(t)$ 的自相关函数。

解：$R_X(t,t+\tau)=E[X(t)X(t+\tau)]=E[X_1(t)X_2(t)X_1(t+\tau)X_2(t+\tau)]$

$$=E[X_1(t)X_1(t+\tau)]E[X_2(t)X_2(t+\tau)]=R_{X_1(\tau)}R_{X_2(\tau)}$$

习题 2.8 设随机过程 $X(t)=m(t)\cos\omega t$，其中 $m(t)$是广义平稳随机过程，且其自相关函数为

$$P_X(f)=\begin{cases}10^{-4}f^2, -10\text{ kHZ}<f<10\text{ kHZ}\\ 0,\text{其它}\end{cases}$$

(1)试画出自相关函数 $R_X(\tau)$ 的曲线；(2)试求出 $X(t)$的功率谱密度 $P_X(f)$ 和功率 P。

解：(1) $$R_x(\tau)=\begin{cases}1+\tau, & -1<\tau<0\\ 1-\tau & 0\leq\tau<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

其波形如图 2-1 所示。

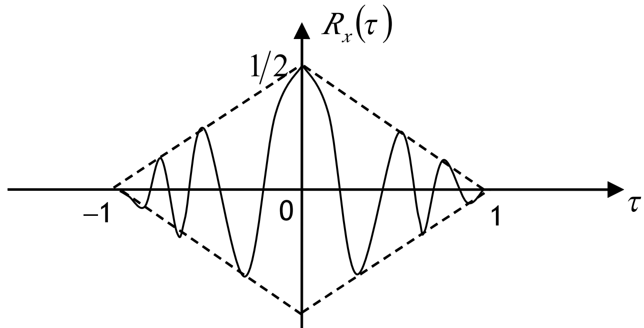


图 2-1 信号波形图

(2)因为 $X(t)$ 广义平稳，所以其功率谱密度 $P_X(\omega)\leftrightarrow R_X(\tau)$。由图 2-8 可见，$R_X(\tau)$ 的波形可视为一个余弦函数与一个三角波的乘积，因此

$$P_x(\omega)=\frac{1}{2\pi}\times\pi\left[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)\right]*\frac{1}{2}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\omega}{2}\times 1\right)$$

$$=\frac{1}{4}\left[\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\omega+\omega_0}{2}\right)+\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\omega-\omega_0}{2}\right)\right]$$

$$P=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}P_x(\omega)\mathrm{d}\omega=\frac{1}{2},\quad 或 S=R_x(0)=\frac{1}{2}$$

习题 2.9 设信号 $x(t)$ 的傅立叶变换为 $X(f)=\dfrac{\sin\pi f}{\pi f}$。试求此信号的自相关函数 $R_X(\tau)$。

解：$x(t)$ 的能量谱密度为 $G(f)=\left|X(f)\right|^2=\left|\dfrac{\sin\pi f}{\pi f}\right|^2$

其自相关函数 $R_X(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}G(f)e^{j2\pi f\tau}df=\begin{cases}1+\tau, & -1\le\tau\le 0\\ 1-\tau & 0\le\tau<1\\ 0, & 其它\end{cases}$

习题 2.10 已知噪声 $n(t)$ 的自相关函数 $R_n(\tau)=\dfrac{k}{2}\mathrm{e}^{-k|\tau|}$，k 为常数。

(1)试求其功率谱密度函数 $P_n(f)$ 和功率 P；(2)画出 $R_n(\tau)$ 和 $P_n(f)$ 的曲线。

解：(1) $P_n(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_n(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau=\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{k}{2}e^{-k|\tau|}e^{-j\omega\tau}d\tau=\dfrac{k^2}{k^2+(2\pi f)^2}$

$P=R_n(0)=k/2$

(2) $R_n(\tau)$ 和 $P_n(f)$ 的曲线如图 2-2 所示。

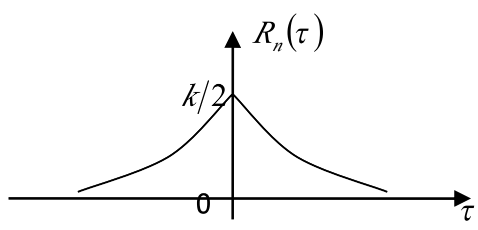
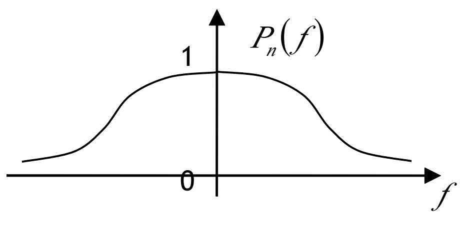


图 2-2



习题 2.11 已知一平稳随机过程 X(t)的自相关函数是以 2 为周期的周期性函数：

$$R(\tau)=1-|\tau|,\ -1\le\tau<1$$

试求 X(t)的功率谱密度 $P_X(f)$ 并画出其曲线。

解：详见例 2-12

习题 2.12　已知一信号 x(t)的双边功率谱密度为

$$P_X(f)=\begin{cases}10^{-4}f^2, -10\text{ kHZ}<f<10\text{ kHZ}\\ 0,其它\end{cases}$$

试求其平均功率。

解：$P=\int_{-\infty}^{+\infty}P_X(f)df=2\int_0^{10*10^3}10^4f^2df=2*10^{-4}*\frac{f^3}{3}\Big|_0^{10^4}=\frac{2}{3}*10^8$

习题 2.13　设输入信号 $x(t)=\begin{cases}e^{-t/\tau}, t\ge0\\ 0, t<0\end{cases}$ ，将它加到由电阻 R 和电容 C 组成的高通滤波器（见图 2-3）上，RC＝τ。试求其输出信号 y(t)的能量谱密度。

解：高通滤波器的系统函数为

$$\text{H(f)=}X(t)=2\cos(2\pi t+\theta),\quad -\infty<t<\infty$$

输入信号的傅里叶变换为

$$\text{X(f)=}\frac{1}{\frac{1}{\tau}+j2\pi f\tau}=\frac{\tau}{1+j2\pi f\tau}$$

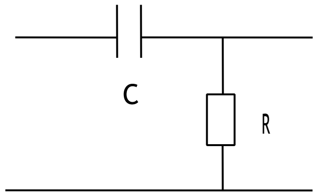


图 2-3RC 高通滤波器

输出信号 y(t)的能量谱密度为

$$G_y(f)=|Y(f)|^2=|X(f)H(f)|^2=\frac{R\tau}{(R+\frac{1}{j2\pi fC})(1+\frac{1}{j2\pi f\tau})}$$

习题 2.14　设有一周期信号 x(t)加于一个线性系统的输入端，得到的输出信号为 y(t)=$\tau\left[dx(t)/dt\right]$式中，$\tau$ 为常数。试求该线性系统的传输函数 H(f).

解：输出信号的傅里叶变换为 Y(f)=$\tau*j2\pi f*X(f)$,所以 H(f)=Y(f)/X(f)=j$2\pi f\tau$

习题 2.15　设有一个 RC 低通滤波器如图 2-7 所示。当输入一个均值为 0、双边功率谱密度为 $\frac{n_0}{2}$ 的白噪声时，试求输出功率谱密度和自相关函数。

解：参考例 2-10

习题 2.16　设有一个 LC 低通滤波器如图 2-4 所示。若输入信号是一个均值为 0、双边功率谱密度为 $\frac{n_0}{2}$ 的高斯白噪声时，试求

(1) 输出噪声的自相关函数。(2)输出噪声的方差。

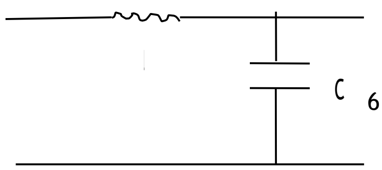


图 2-4LC 低通滤波器

解：(1)LC 低通滤波器的系统函数为

$$H(f)=\frac{\frac{2}{j2\pi fC}}{\frac{2}{j2\pi fC}+j2\pi fL}=\frac{1}{1-4\pi^2 f^2 LC}$$

输出过程的功率谱密度为 $P_0(\omega)=P_i(\omega)\left|H(\omega)\right|^2=\frac{n_0}{2}\frac{1}{1-\omega^2 LC}$

对功率谱密度做傅立叶反变换，可得自相关函数为 $R_0(\tau)=\frac{Cn_0}{4L}\exp(-\frac{C}{L}\left|\tau\right|)$

(2) 输出亦是高斯过程，因此

$$\sigma^2=R_0(0)-R_0(\infty)=R_0(0)=\frac{Cn_0}{4L}$$

习题 2.17 若通过图 2-7 中的滤波器的是高斯白噪声，当输入一个均值为 0、双边功率谱密度为 $\frac{n_0}{2}$ 的白噪声时，试求输出噪声的概率密度。

解：高斯白噪声通过低通滤波器，输出信号仍然是高斯过程。由 2.15 题可知 E(y(t))=0，$\sigma_y^2=R_0(0)=\frac{n_0}{4RC}$

所以输出噪声的概率密度函数

$$p_y(x)=\frac{1}{\sqrt{\frac{\pi n_0}{2RC}}}\exp(-\frac{2x^2 RC}{n_0})$$

习题 2.18 设随机过程 $\xi(t)$ 可表示成 $\xi(t)=2\cos(2\pi t+\theta)$，式中 θ 是一个离散随变量，且 $p(\theta=0)=1/2$、$p(\theta=\pi/2)=1/2$，试求 $E[\xi(1)]$ 及 $R_\xi(0,1)$。

解：$E[\xi(1)]=1/2*2\cos(2\pi+0)+1/2*2\cos(2\pi+\pi/2)=1;$

$R_\xi(0,1)=E[\xi(0)\xi(1)]=1/2*2\cos(0)2\cos(2\pi+0)+1/2*\cos(\pi/2)2\cos(2\pi+\pi/2)=2$

习题 2.19 设 $Z(t)=X_1\cos w_0 t-X_2\sin w_0 t$ 是一随机过程，若 X_1 和 X_2 是彼此独立且具有均值为 0、方差为 σ^2 的正态随机变量，试求：

（1） $E[Z(t)]$、$E[Z^2(t)]$；

（2） $Z(t)$ 的一维分布密度函数 $f(z)$；

（3） $B(t_1,t_2)$ 和 $R(t_1,t_2)$。

解：

（1）

$$E[Z(t)]=E[X_1\cos w_0 t-X_2\sin w_0 t]=\cos w_0 tE[X_1]-\sin w_0 tE[X_2]=0$$

因为 X_1 和 X_2 是彼此独立的正态随机变量，X_1 和 X_2 是彼此互不相关，所以 $E[X_1X_2]=0$

$$E[Z^2(t)]=E[X_1^2\cos^2 w_0t-X_2^2\sin^2 w_0t]=\cos^2 w_0tE[X_1^2]+\sin^2 w_0tE[X_2^2]$$

又 $E[X_1]=0$；$D(X_1)=E[X_1^2]-E[X_2^2]=\sigma^2 \quad \Rightarrow E[X_1^2]=\sigma^2$

同理 $E[X_2^2]=\sigma^2$

代入可得 $E[Z^2(t)]=\sigma^2$

（2）

由 $E[Z(t)]$=0； $E[Z^2(t)]=\sigma^2$ 又因为 $Z(t)$ 是高斯分布

可得 $D[Z(t)]=\sigma^2$ $\quad f[Z(t)]=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp(-\dfrac{z^2}{2\sigma^2})$

(3)

$$\begin{aligned}B(t_1,t_2)&=R(t_1,t_2)-E[Z(t_1)]E[Z(t_2)]=R(t_1,t_2)\\&=E[(X_1\cos w_0t_1-X_2\sin w_0t_1)(X_1\cos w_0t_2-X_2\sin w_0t_2)]\\&=E[(X_1^2\cos w_0t_1\cos w_0t_2+X_2^2\sin w_0t_1\sin w_0t_2)]\\&=\sigma^2\cos w_0(t_1-t_2)=\sigma^2\cos w_0\tau\end{aligned}$$

令 $t_1=t_2+\tau$

习题 2.20 求乘积 $Z(t)=X(t)Y(t)$ 的自相关函数。已知 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是统计独立的平稳随机过程，且它们的自相关函数分别为 $R_x(\tau)$、$R_y(\tau)$。

解：

因 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是统计独立，故 $E[XY]=E[X]E[Y]$

$$\begin{aligned}R_Z(\tau)&=E[Z(t)Z(t+\tau)]=E[X(t)Y(t)X(t+\tau)Y(t+\tau)]\\&=E[X(t)X(t+\tau)]E[Y(t)Y(t+\tau)]=R_X(\tau)R_Y(\tau)\end{aligned}$$

习题 2.21 若随机过程 $Z(t)=m(t)\cos(w_0t+\theta)$，其中 $m(t)$ 是宽平稳随机过程，且自相关函数 $R_m(\tau)$ 为

$$R_m(\tau)=\begin{cases}1+\tau,-1<\tau<0\\ 1-\tau,0\le\tau<1\\ 0,\text{其它}\end{cases}$$

θ 是服从均匀分布的随机变量，它与 $m(t)$ 彼此统计独立。

（1） 证明 $Z(t)$ 是宽平稳的；

（2） 绘出自相关函数 $R_Z(\tau)$ 的波形；

（3） 求功率谱密度 $P_Z(w)$ 及功率 S 。

解：

（1） $Z(t)$ 是宽平稳的 $\Leftrightarrow E[Z(t)]$ 为常数；

$$E[Z(t)] = E[m(t)\cos(w_0 t+\theta)] = E[m(t)]E[\cos(w_0 t+\theta)]$$

$$=[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos(w_0 t+\theta)d\theta]E[Z(t)] = 0$$

$$R_Z(t_1,t_2) = E[Z(t_1)Z(t_2)] = E[m(t_1)\cos(w_0 t_1+\theta)m(t_2)\cos(w_0 t_2+\theta)]$$

$$= E[m(t_1)m(t_2)]E[\cos(w_0 t_1+\theta)\cos(w_0 t_2+\theta)]$$

$E[m(t_1)m(t_2)] = R_m(t_2-t_1)$ 只与 $t_2 - t_1 = \tau$ 有关：

令 $t_2 = t_1 + \tau$

$$E\{\cos(w_0 t_1+\theta)\cos[w_0(t_1+\tau)+\theta]\}$$

$$E\{\cos(w_0 t_1+\theta)[\cos(w_0 t_1+\theta)\cos w_0\tau - \sin(w_0 t_1+\theta)\sin w_0\tau\}$$

$$= \cos w_0\tau * E[\cos^2(w_0 t_1+\theta)] - \sin w_0\tau * E[\cos(w_0 t_1+\theta)\sin(w_0 t_1+\theta)]$$

$$= \cos w_0\tau * E\{\frac{1}{2}[1+\cos 2(w_0 t_1+\theta)]\} - 0$$

$$= \frac{1}{2}\cos(w_0\tau)$$

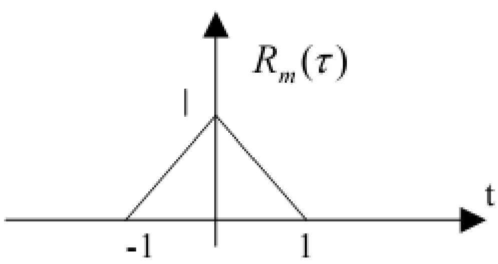
所以 $R_Z(t_1,t_2) = \frac{1}{2}\cos(w_0\tau) * R_m(\tau)$ 只与 τ 有关，证毕。

（2）波形略；

$$R_Z(\tau) = \frac{1}{2}\cos(w_0\tau) * R_m(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1+\tau)\cos(w_0\tau), -1<\tau<0 \\ \frac{1}{2}(1-\tau)\cos(w_0\tau), 0\le\tau<1 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$$

$P_Z(w) \Leftrightarrow R_Z(\tau)$

而 $R_Z(\tau)$ 的波形为



可以对 $R_m(\tau)$ 求两次导数，再利用付氏变换的性质求出 $R_m(\tau)$ 的付氏变换。

$$R_m''(\tau)=\delta(\tau+1)-2\delta(\tau)+\delta(\tau-1)\Leftrightarrow P_m(w)=\frac{\sin(w/2)}{w/2}=Sa^2(\frac{w}{2})$$

$$\Rightarrow P_Z(w)=\frac{1}{4}[Sa^2(\frac{w+w_0}{2})+Sa^2(\frac{w+w_0}{2})]$$

功率 S： $S=R_Z(0)=1/2$

习题 2.22 已知噪声 $n(t)$ 的自相关函数 $R_n(\tau)=\frac{a}{2}\exp(-a|\tau|)$，a 为常数： 求 $P_n(w)$ 和 S;

解：

因为 $\exp(-a|\tau|)\Leftrightarrow\frac{2a}{w^2+a^2}$

所以 $R_n(\tau)=\frac{a}{2}\exp(-a|\tau|)\Leftrightarrow P_n(w)=\frac{a^2}{w^2+a^2}$

$$S=R(0)=\frac{a}{2}$$

习题 2.23 $\xi(t)$ 是一个平稳随机过程，它的自相关函数是周期为 2 S 的周期函数。在区间（-1，1）上，该自相关函数 $R(\tau)=1-|\tau|$。试求 $\xi(t)$ 的功率谱密度 $P_\xi(w)$ 。

解：见第 2. 4 题 $R(\tau)=1-|\tau|\Leftrightarrow Sa^2(\frac{w}{2})$

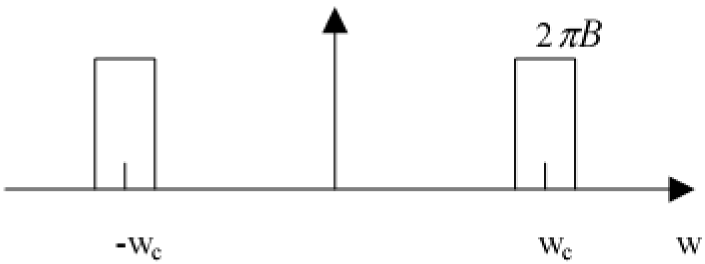
因为 $\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2n)$ 所以 $\xi(t)=R(\tau)*\delta_T(t)$

据付氏变换的性质可得 $P_\xi(w)=P_R(w)F_\delta(w)$

而 $\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2n)\Leftrightarrow\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-n\pi)$

故 $P_\xi(w)=P_R(w)F_\delta(w)=Sa^2(\frac{w}{2})*\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-n\pi)=Sa^2(\frac{w-n\pi}{2})*\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-n\pi)$

习题 2.24 将一个均值为 0，功率谱密度为为 $n_0/2$ 的高斯白噪声加到一个中心角频率为 w_c、带宽为 B 的理想带通滤波器上，如图



（1） 求滤波器输出噪声的自相关函数；

（2） 写出输出噪声的一维概率密度函数。

解：

（1） $P_o(w)=\left|H(w)\right|^2 P_i(w)=\dfrac{n_0}{2}H(w)$

因为 $\dfrac{\pi}{w_0}G_{2w_0}(w)\Leftrightarrow Sa(w_0\tau)$,故 $G_{2B\pi}(w)\Leftrightarrow BSa(B\pi\tau)$

又 $H(w)=G_{2B\pi}(w)*[\delta(w+w_c)+\delta(w-w_c)]$

$$\delta(w+w_c)+\delta(w-w_c)\Leftrightarrow\frac{1}{\pi}\cos(w_c\tau)$$

由 付氏变换的性质 $f_1(t)f_2(t)\Leftrightarrow\dfrac{1}{2\pi}F_1(w)*F_2(w)$

可得

$$P_o(w)=\frac{n_0}{2}H(w)=\frac{n_0}{2}G_{2B\pi}(w)*[\delta(w+w_c)+\delta(w-w_c)$$

$$\Leftrightarrow R(\tau)=n_0BSa(B\pi\tau)\cos(w_c\tau)$$

（2） $E[\xi_o(t)]=0$； $R(0)=E[\xi_0{}^2(t)]=Bn_0$； $R(\infty)=E^2[\xi_o(t)]=0$

所以 $\sigma^2=R(0)-R(\infty)=Bn_0$

又因为输出噪声分布为高斯分布

可得输出噪声分布函数为 $f[\xi_0(t)]=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi Bn_0}}\exp(-\dfrac{t^2}{2Bn_0})$

习题 2.25 设有 RC 低通滤波器，求当输入均值为 0，功率谱密度为 $n_0/2$ 的白噪声时，输出过程的功率谱密度和自相关函数。

解：

$$H(w)=\frac{\frac{1}{jwC}}{R+\frac{1}{jwC}}=\frac{1}{jwRC+1}$$

(1) $P_O(w)=P_i(w)\left|H(w)\right|^2=\frac{n_0}{2}*\frac{1}{1+(wRC)^2}$

(2) 因为 $\exp(-a|\tau|)\Leftrightarrow\frac{2a}{w^2+a^2}$

所以 $p_o(w)=\frac{n_0}{2}*\frac{1}{(wRC)^2+1}\Leftrightarrow R_O(\tau)=\frac{n_0}{4RC}\exp(-\frac{|\tau|}{RC})$

习题 2.26 将均值为 0，功率谱密度为 $n_0/2$ 高斯白噪声加到低通滤波器的输入端，

（1） 求输出噪声的自相关函数；

（2） 求输出噪声的方差。

解：

$$H(w)=\frac{R}{R+jwL}$$

(1) $P_o(w)=P_i(w)\left|H(w)\right|^2=\frac{n_0}{2}*\frac{R^2}{R^2+(wL)^2}\Leftrightarrow R_O(\tau)=\frac{n_0}{4L}\exp(-\frac{R|\tau|}{L})$

(2) $E[n_0(t)]=0$；

$$\sigma^2=R(0)-R(\infty)=R(0)=\frac{n_0R}{4L}$$

习题 2.27 设有一个随机二进制矩形脉冲波形，它的每个脉冲的持续时为 T_b，脉冲幅度取 ±1 的概率相等。现假设任一间隔 T_b 内波形取值与任何别的间隔内取值统计无关，且过程具有宽平稳性，试证：

（1） 自相关函数 $R_\xi(t)=\begin{cases}0,|\tau|>T_b\\1-|\tau|/T_b,|\tau|\le T_b\end{cases}$

（2） 功率谱密度 $P_\xi(w)=T_b[Sa(\pi fT_b)]^2$。

解：

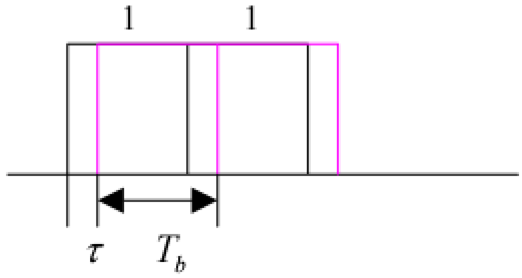
（1） $R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]$

①当 $|\tau|>T_b$ 时，$\xi(t)$ 与 $\xi(t+\tau)$ 无关，故 $R_\xi(\tau)$=0

②当 $|\tau|\le T_b$ 时，因脉冲幅度取 ±1 的概率相等，所以在 $2T_b$ 内，该波形取-1 -

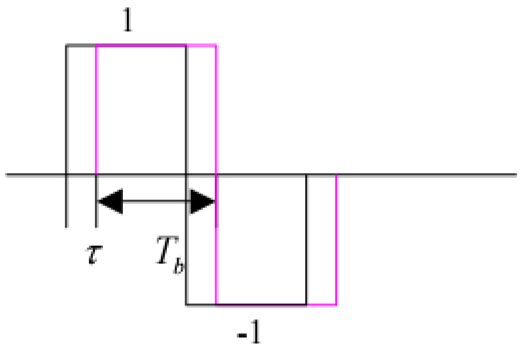
1、1 1、-1 1、1 -1 的概率均为 $\frac{1}{4}$。

（A） 波形取-1-1、11 时，



在图示的一个间隔 T_b 内， $R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]=\frac{1}{4}*1=1/4$

（B） 波形取-1 1、1 -1 时，

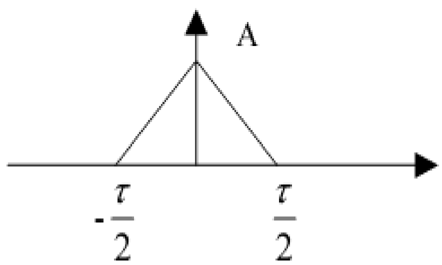


在图示的一个间隔 T_b 内， $R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]=\frac{1}{4}*(\frac{T_b-|\tau|}{T_b}-\frac{|\tau|}{T_b})$

当 $|\tau|\le T_b$ 时， $R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]=2*\frac{1}{4}+2*\frac{1}{4}(\frac{T_b-|\tau|}{T_b}-\frac{|\tau|}{T_b})=1-\frac{|\tau|}{T_b}$

故 $R_\xi(t)=\begin{cases}0,|\tau|>T_b\\1-|\tau|/T_b,|\tau|\le T_b\end{cases}$

（2）



$\Leftrightarrow \frac{A\tau}{2}Sa^2(\frac{w\tau}{4})$,其中 $\frac{A\tau}{2}$ 为时域波形的

面积。所以 $R_\xi(\tau) \Leftrightarrow p_\xi(w) = T_b Sa^2(\frac{wT_b}{2})$。

习题 2.28 有单个输入、两个输出的线形过滤器，若输入过程，$\eta(t)$ 是平稳的，求 $\xi_1(t)$ 与 $\xi_2(t)$ 的互功率谱密度的表示式。（提示：互功率谱密度与互相关函数为付利叶变换对）

解：

$$\xi_1(t) = \int_0^\infty \eta(t-\alpha)h_1(\alpha)d\alpha \qquad \xi_2(t) = \int_0^\infty \eta(t-\beta)h_2(\beta)d\beta$$

$$R_{12}(t_{1,}t_1+\tau) = E[\xi_1(t_1)\xi_2(t_1+\tau)]$$

$$= E[\int_0^\infty \eta(t_1-\alpha)h_1(\alpha)d\alpha \int_0^\infty \eta(t_1+\tau-\beta)h_2(\beta)d\beta]$$

$$= \int_0^\infty\int_0^\infty h_1(\alpha)h_2(\beta)R_\eta(\tau+\alpha-\beta)d\alpha d\beta$$

所以 $P_{12}(w) = \int_{-\infty}^\infty R_{12}(\tau)e^{-jw\tau}d\tau = \int_{-\infty}^\infty d\tau \int_{-\infty}^\infty d\alpha \int_{-\infty}^\infty [h_1(\alpha)h_2(\beta)R_\eta(\tau+\alpha-\beta)e^{-jw\tau}d\beta$

令 $\tau^{'} = \tau+\alpha-\beta$

$$P_{12}(w) = \int_0^\infty h(\alpha)e^{jw\alpha}d\alpha \int_0^\infty h(\beta)e^{-jw\beta}d\beta \int_{-\infty}^\infty [R_\eta(\tau^{'})e^{-jw\tau^{'}}d\tau^{'} = H_1^*(w)H_2(w)P_\eta(w)$$

习题 2.29 若 $\xi(t)$ 是平稳随机过程，自相关函数为 $R_\xi(\tau)$，试求它通过系统后的自相关函数及功率谱密度。

解：

$$h(t) = \delta(t)+\delta(t-T) \Leftrightarrow H(w) = 1+e^{-jwT} \qquad |H(w)| = (2+2\cos wT)^{1/2}$$

$$P_O(w) = |H(w)|^2 P_\xi(w) = 2(1+\cos wT)P_\xi(w)$$

$$P_O(w) = 2P_\xi(w)+2\cos wT * P_\xi(w) = 2P_\xi(w)+(e^{-jwT}+e^{jwT})P_\xi(w)$$

$$\Leftrightarrow 2R_\xi(\tau)+R_\xi(\tau-T)+R_\xi(\tau+T)$$

习题 2.30 若通过题 2.8 的低通滤波器的随机过程是均值为 0，功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声，试求输出过程的一维概率密度函数。

解：

$E[n_0(t)]=0$；

$$P_0(w)=\frac{n_0}{2}*\frac{1}{1+(wRC)^2}\Leftrightarrow R_0(\tau)=\frac{n_0}{4RC}\exp(-\frac{|\tau|}{RC})\Rightarrow\sigma^2=\frac{n_0}{4RC}$$

又因为输出过程为高斯过程，所以其一维概率密度函数为

$$f[x]=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$$

第三章习题

习题 3.1　设一个载波的表达式为 $c(t)=5\cos 1000\pi t$，基带调制信号的表达式为: $m(t)$=1+$\cos 200\pi t$。试求出振幅调制时已调信号的频谱，并画出此频谱图。

解：

$$s(t)=m(t)c(t)=(1+\cos 200\pi t)5\cos(1000\pi t)$$
$$=5\cos 1000\pi t+5\cos 200\pi t\cos 1000\pi t$$
$$=5\cos 1000\pi t+\frac{5}{2}(\cos 1200\pi t+\cos 800\pi t)$$

由傅里叶变换得

$$S(f)=\frac{5}{2}[\delta(f+500)+\delta(f-500)]+\frac{5}{4}[\delta(f+600)+\delta(f-600)]+$$
$$\frac{5}{4}[\delta(f+400)+\delta(f-400)]$$

已调信号的频谱如图 3-1 所示。

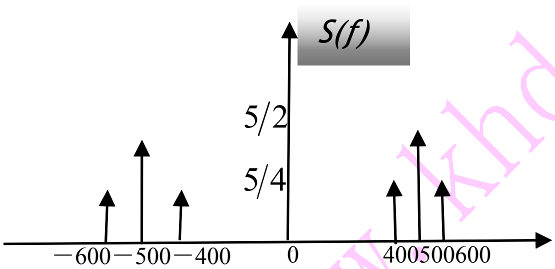


图 3-1　习题 3.1 图

习题 3.2　在上题中，已调信号的载波分量和各边带分量的振幅分别等于多少？

解：由上题知，已调信号的载波分量的振幅为 5/2，上、下边带的振幅均为 5/4。

习题 3.3　设一个频率调制信号的载频等于 10kHZ，基带调制信号是频率为 2 kHZ 的单一正弦波，调制频移等于 5kHZ。试求其调制指数和已调信号带宽。

解：由题意，已知 f_m=2kHZ，Δf=5kHZ，则调制指数为

$$m_f=\frac{\Delta f}{f_m}=\frac{5}{2}=2.5$$

已调信号带宽为　　$B=2(\Delta f+f_m)=2(5+2)=14\ \text{kHZ}$

习题 3.4　试证明：若用一基带余弦波去调幅，则调幅信号的两个边带的功率之和最大等于载波频率的一半。

证明：设基带调制信号为 $m'(t)$，载波为 $c(t)$=$A\cos\omega_0 t$，则经调幅后，有

$$s_{AM}(t)=\left[1+m'(t)\right]A\cos\omega_0 t$$

已调信号的频率　$P_{AM}=\overline{s_{AM}^2(t)}=\overline{\left[1+m'(t)\right]^2A^2\cos^2\omega_0 t}$

$$\overline{A^2\cos^2\omega_0 t}+\overline{m'^2(t)A^2\cos^2\omega_0 t}+\overline{2m'(t)A^2\cos^2\omega_0 t}$$

因为调制信号为余弦波，设 $\begin{matrix} B=2(1+m_f)f_m \\ \Delta f=1000\ \text{kHZ}=100 \end{matrix}$，故

$$\overline{m^{'}(t)}=0,\qquad \overline{m^{'2}(t)}=\frac{m^2}{2}\le\frac{1}{2}$$

则：载波频率为 $$P_c=\overline{A^2\cos^2\omega_0 t}=\frac{A^2}{2}$$

边带频率为 $$P_s=\overline{m^{'2}(t)A^2\cos^2\omega_0 t}=\frac{m^{'2}(t)A^2}{2}=\frac{A^2}{4}$$

因此 $\frac{P_s}{P_c}\le\frac{1}{2}$。即调幅信号的两个边带的功率之和最大等于载波频率的一半。

习题 3.5 试证明；若两个时间函数为相乘关系，即 $z(t)=x(t)y(t)$，其傅立叶变换为卷积关系：$Z(\omega)=X(\omega)*Y(\omega)$。

证明：根据傅立叶变换关系，有

$$\mathrm{F}^{-1}\left[X(\omega)*Y(\omega)\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(u)Y(\omega-u)\mathrm{d}u\right]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

变换积分顺序:
$$\mathrm{F}^{-1}\left[X(\omega)*Y(\omega)\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(u)\frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}Y(\omega-u)\mathrm{d}\omega\right]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}u$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(u)\mathrm{e}^{\mathrm{j}ut}\frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}Y(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega\right]\mathrm{d}u$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(u)\mathrm{e}^{\mathrm{j}ut}y(t)\mathrm{d}u$$
$$=x(t)y(t)$$

又因为 $$z(t)=x(t)y(t)=\mathrm{F}^{-1}\left[Z(\omega)\right]$$

则 $$\mathrm{F}^{-1}\left[Z(\omega)\right]=\mathrm{F}^{-1}\left[X(\omega)*Y(\omega)\right]$$

即 $$Z(\omega)=X(\omega)*Y(\omega)$$

习题 3.6 设一基带调制信号为正弦波，其频率等于 10kHZ，振幅等于 1V。它对频率为 10mHZ 的载波进行相位调制，最大调制相移为 10rad。试计算次相位调制信号的近似带宽。若现在调制信号的频率变为 5kHZ，试求其带宽。

解：由题意，$f_m=10\ \text{kHZ}$, $\text{A}_\text{m}=1\ \text{V}$ 最大相移为 $\varphi_{\max}=10\ \text{rad}$

瞬时相位偏移为 $\varphi(t)=k_p m(t)$，则 $k_p=10$。

瞬时角频率偏移为 $d\frac{d\varphi(t)}{dt}=k_p\omega_m\sin\omega_m t$ 则最大角频偏 $\Delta\omega=k_p\omega_m$。

因为相位调制和频率调制的本质是一致的，根据对频率调制的分析，可得调制指数 $$m_f=\frac{\Delta\omega}{\omega_m}=\frac{k_p\omega_m}{\omega_m}=k_p=10$$

因此，此相位调制信号的近似带宽为

$$B=2(1+m_f)f_m=2(1+10)*10=220\ \text{kHZ}$$

若 f_m=5kHZ，则带宽为

$B=2(1+m_f)f_m=2(1+10)*5=110\ \text{kHZ}$

习题 3.7　若用上题中的调制信号对该载波进行频率调制，并且最大调制频移为 1mHZ。试求此频率调制信号的近似带宽。

解：由题意，最大调制频移 $\Delta f=1000\ \text{kHZ}$，则调制指数 $m_f=\dfrac{\Delta f}{f_m}=1000/10=100$

故此频率调制信号的近似带宽为

$s(t)=10\cos(2\pi*10^6 t+10\cos 2\pi*10^3 t)$

习题 3.8 设角度调制信号的表达式为 $s(t)=10\cos(2\pi*10^6 t+10\cos 2\pi*10^3 t)$。试求：

（1）已调信号的最大频移；（2）已调信号的最大相移；（3）已调信号的带宽。

解：（1）该角波的瞬时角频率为

$$\omega(t)=2*10^6\pi+2000\pi\sin 2000\pi t$$

故最大频偏　　$\Delta f=10*\dfrac{2000\pi}{2\pi}=10\ \text{kHZ}$

（2）调频指数　　$m_f=\dfrac{\Delta f}{f_m}=10*\dfrac{10^3}{10^3}=10$

故已调信号的最大相移 $\Delta\theta=10\ \text{rad}$。

（3）因为 FM 波与 PM 波的带宽形式相同，即 $B_{FM}=2(1+m_f)f_m$，所以已调信号的带宽为

B=2(10+1)*10^3 = 22 kHZ

习题 3.9 已知调制信号 *m(t)=cos(2000πt)+cos(4000πt)*，载波为 *cos10⁴πt*，进行单边带调制，试确定该单边带信号的表达试，并画出频谱图。

解：

方法一：若要确定单边带信号，须先求得 m(t)的希尔伯特变换

m’（t）=cos（2000πt-π/2）+cos（4000πt-π/2）

=sin（2000πt）+sin（4000πt）

故上边带信号为

S_{USB}*(t)=1/2m(t) coswct-1/2m’(t)sinwct*

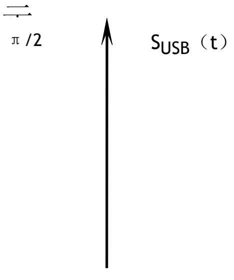
=1/2cos(12000πt)+1/2cos(14000πt)

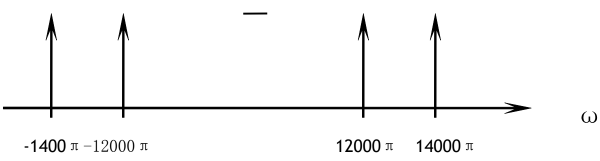
下边带信号为

SLSB(t)=1/2m(t) coswct+1/2m’(t) sinwct

=1/2cos(8000πt)+1/2cos(6000πt)

其频谱如图 3-2 所示





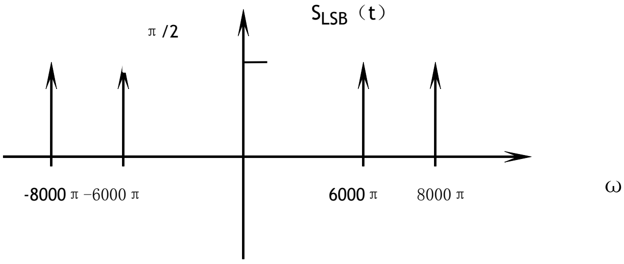


图 3-2 信号的频谱图

方法二：

先产生 DSB 信号：*sm(t)=m(t)coswct=…*，然后经过边带滤波器产生 SSB 信号。

习题 3.10 将调幅波通过残留边带滤波器产生残留边带信号。若信号的传输函数 H(w)如图所示。当调制信号为 *m(t)=A[sin100πt +sin6000πt]*时，试确定所得残留边带信号的表达式。

解：

设调幅波 *sm(t)=[m0+m(t)]coswct*，*m0≥|m(t)|max*，且 *sm(t)<=>Sm(w)*

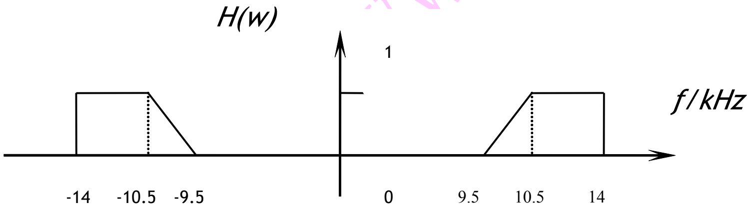


图 3-3 信号的传递函数特性

根据残留边带滤波器在 *fc* 处具有互补对称特性，从 *H(w)*图上可知载频 *fc*=10kHz，因此得载波 cos20000πt。故有

$s_m(t)=[m0+m(t)]cos20000\pi t$

$=m0cos20000\pi t+A[sin100\pi t+sin6000\pi t]cos20000\pi t$

$=m0cos20000\pi t+A/2[sin(20100\pi t)-sin(19900\pi t)$

$+sin(26000\pi t)-sin(14000\pi t)$

$S_m(w)=\pi m0[\sigma(w+20000\pi)+\sigma(W-20000\pi)]+j\pi A/2[\sigma(w+20100\pi)-$

$\sigma(w+19900\pi)+\sigma(w-19900\pi)+\sigma(w+26000\pi)-\sigma(w-26000\pi)$

$-\sigma(w+14000\pi)+\sigma(w-14000\pi)$

残留边带信号为 *F(t)*，且 *f(t)<=>F(w)*，则 *F(w)=Sm(w)H(w)*

故有：

$F(w)=\pi/2m0[\sigma(w+20000\pi)+\sigma(w-20000\pi)]+j\pi A/2[0.55\sigma(w+20100\pi)$

$-0.55\sigma(w-20100\pi)-0.45\sigma(w+19900\pi)+$ $0.45\sigma(w-19900\pi)+\sigma(w+26000\pi)$

$-\sigma(w-26000\pi)$

f(t)=1/2m0cos20000πt+A/2[0.55sin20100πt-0.45sin19900πt+sin26000πt]

习题 3.11 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 Pn(f)=0.5*10-3W/Hz，在该信道中传输抑制载波的双边带信号，并设调制信号 m(t)的频带限制在 5kHz，而载波为 100kHz，已调信号的功率为 10kW.若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过一理想带通滤波器滤波，试问：

1.） 该理想带通滤波器应具有怎样的传输特性 H(w)?

2.） 解调器输入端的信噪功率比为多少?

3.） 解调器输出端的信噪功率比为多少?

4.） 求出解调器输出端的噪声功率谱密度，并用图型表示出来。

解：

1.） 为了保证信号顺利通过和尽可能的滤除噪声，带通滤波器的宽度等于已调信号带宽，即 *B=2fm=2*5=10kHz*，其中中心频率为 100kHz。所以

H(w)=K ，*95kHz≤｜f｜≤105kHz*

0 ，其他

2.） *Si=10kW*

Ni=2B Pn(f)=2*10*103*0.5*10-3=10W*

故输入信噪比 *Si/Ni=1000*

3.） 因有 $G_{DSB}=2$

故输出信噪比 $S_0/N_0=2000$

4.） 据双边带解调器的输出嘈声与输出噪声功率关系，有：

$N_0=1/4\ Ni=2.5W$

故 *Pn (f)= N0/2fm=0.25*10-3W/Hz*

=1/2 Pn(f) *｜f｜≤5kHz*

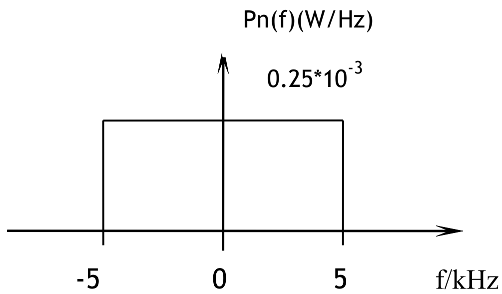


图 3-4 解调器输出端的噪声功率谱密度

习题 3.12 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 *Pn（f）=5*10-3W/Hz*，在该信道中传输抑制载波的单边带信号，并设调制信号 *m（t）*的频带限制在 5kHz。而载频是 100kHz，已调信号功率是 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过一理想带通滤波器，试问：

1） 该理想带通滤波器应具有怎样的传输特性。

2） 解调器输入端信噪比为多少?

3） 解调器输出端信噪比为多少?

解：1）$H(f)= k \quad , \quad 100kHz \le |f| \le 105kHz$

$\quad = 0 \quad , \quad$ 其他

2）$Ni=Pn(f)\cdot 2fm=0.5*10-3*2*5*103=5W$

故 $Si/Ni=10*103/5=2000$

3）因有 $G_{SSB}=1$， $S_0/N_0= Si/Ni =2000$

习题 3.13 某线性调制系统的输出信噪比为 20dB，输出噪声功率为 10^{-9}W，由发射机输出端到调制器输入端之间总的传输耗损为 100dB，试求：

1） DSB/SC 时的发射机输出功率。

2） SSB/SC 时的发射机输出功率。

解：

设发射机输出功率为 S_T，损耗 $K=S_T/Si=10^{10}(100dB)$，已知 S_0/N_0=100（20dB），$N_0=10^{-9}W$

1） DSB/SC 方式：

因为 G=2，

$Si/Ni=1/2\cdot S_0/N_0=50$

又因为 $N_i=4N_0$

$Si=50Ni=200N_0=2*10^{-7}W$

$S_T=K\cdot Si=2*10^3 W$

2） SSB/SC 方式：

因为 G=1，

$Si/Ni= S_0/N_0=100$

又因为 $Ni=4N_0$

$Si=100Ni=400N_0=4*10^{-7}W$

$S_T=K\cdot Si=4*10^3 W$

习题 3.14 根据图 3-5 所示的调制信号波形，试画出 DSB 波形

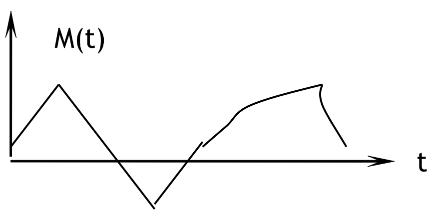


图 3-5 调制信号波形

解：

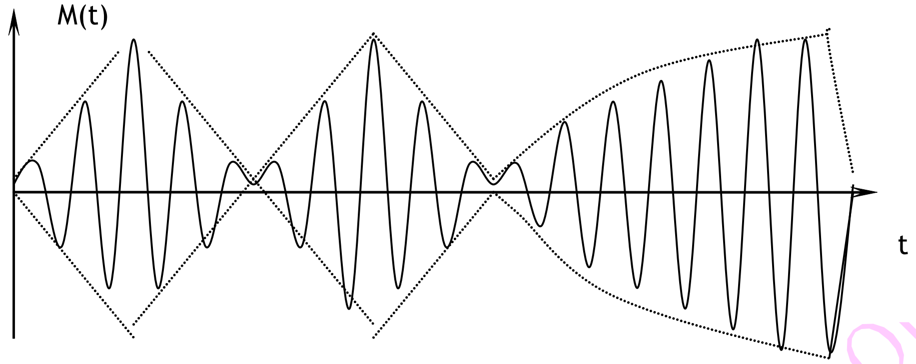


图 3-6 已调信号波形

习题 3.15 根据上题所求出的 DSB 图形，结合书上的 AM 波形图，比较它们分别通过包络检波器后的波形差别

解：

讨论比较：DSB 信号通过包络检波器后产生的解调信号已经严重失真，所以 DSB 信号不能采用包络检波法;而 AM 可采用此法恢复 m(t)

习题 3.16 已知调制信号的上边带信号为 $S_{USB}(t)=1/4cos(25000\pi t)+1/4cos(22000\pi t)$，已知该载波为 $cos2*10^4\pi t$ 求该调制信号的表达式。

解： 由已知的上边带信号表达式 $S_{USB}(t)$即可得出该调制信号的下边带信号表达式：

$$S_{LSB}(t)=1/4cos(18000\pi t)+1/4cos(15000\pi t)$$

有了该信号两个边带表达式，利用上一例题的求解方法，求得

$$m(t)=cos(2000\pi t)+cos(5000\pi t)$$

习题 3.17 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $Pn(f)$，在该信道中传输抑制载波的双边带信号，并设调制信号 $m(t)$的频带限制在 10kHz，而载波为 250kHz，已调信号的功率为 15kW。已知解调器输入端的信噪功率比为 1000。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过一理想带通滤波器滤波，求双边噪声功率谱密度 $Pn(f)$。

解：

输入信噪比 $Si/Ni=1000$

$Si=15kW$

$Ni=2B*Pn(f)=2*15*103*Pn(f)=15W$

故求得 $Pn(f)=0.5*10^{-3}W/Hz$

习题 3.18 假设上题已知的为解调器输出端的信噪比，再求双边噪声功率谱密度

$Pn(f)$。

解：

$G_{DSB}=2$

故输出信噪比

$$S_0/N_0=2Si/Ni=1000$$

所以　　$Si/Ni=500$

由上一例题即可求得：$Pn(f)=1*10^{-3}W/Hz$

习题 3.19 某线性调制系统的输出信噪比为 20dB，输出噪声功率为 10^{-8}W，DSB/SC 时的发射机输出功率为 $2*10^3$W 试求：从输出端到解调输入端之间总的传输损耗?

解： 已知：　输出噪声功率为 $N_0=10^{-9}W$

因为 $G=2$，

$$Si/Ni=1/2 \cdot S_0/N_0=50$$

因为 $Ni=4N_0$

$$Si=50Ni=200N_0=2*10^{-6}W$$

所以　损耗 $K=S_T/Si=10^9$

习题 3.20 将上一题的 DSB/SC 时的发射机输出功率改为 SSB/SC 时的发射机输出功率，再求：从输出端到解调输入端之间总的传输损耗?

解：

因为 $G=1$，

$$Si/Ni= S_0/N_0=100$$

因为 $Ni=4N_0$，$Si=100Ni=400N_0=4*10^{-6}W$

所以，损耗 $K=S_T/Si=5*10^8$

习题 3.21 根据图所示的调制信号波形，试画出 AM 波形。

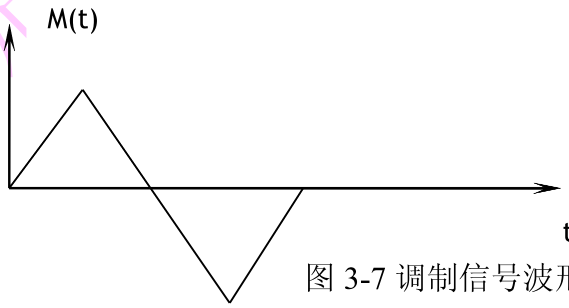


图 3-7 调制信号波形

解：

AM 波形如下所示：

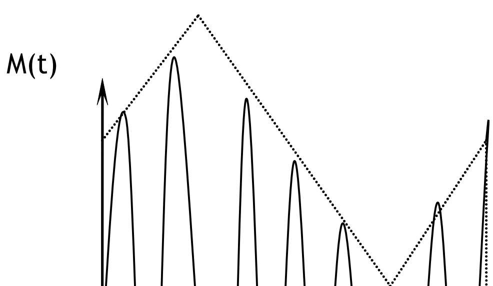


图 3-8 已调信号波形

习题 3.22 根据图所示的调制信号波形，试画出 DSB 波形。试问 DSB 信号能不能采用包络检波法

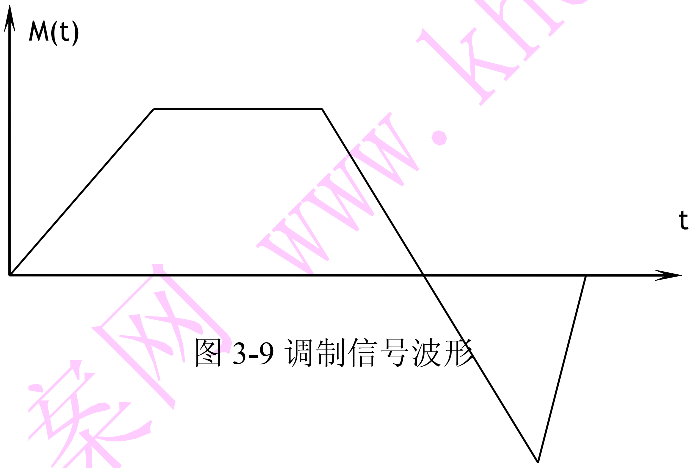


图 3-9 调制信号波形

解：

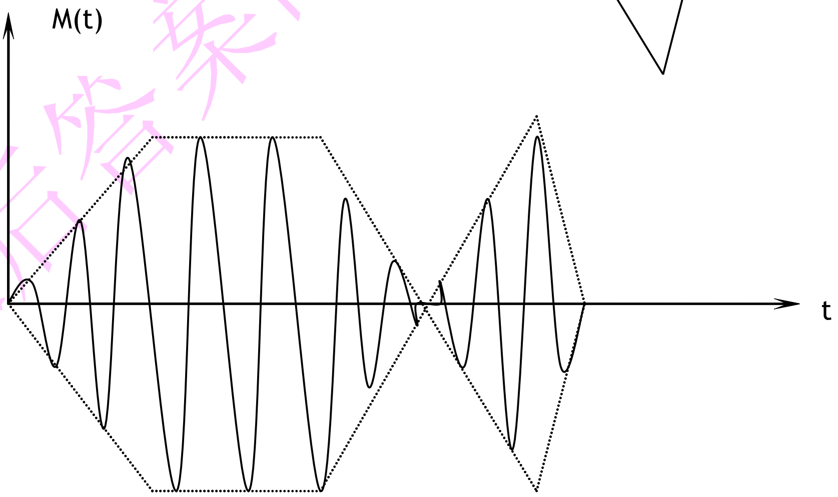


图 3-10 已调信号波形

DSB 信号通过包络检波器后产生的解调信号已经严重失真，所以 DSB 信号不能采用包络检波法

习题 3.23 简述什么是载波调制?常见的调制有哪些?

答：载波调制，就是按调制信号(基带信号)的变换规律去改变载波某些参数的过程。调制的载波可以分为两类：用正弦型信号作为载波;用脉冲串或一组数字信号作为载波。通常，调制可以分为模拟调制和数字调制。

习题 3.24 试叙述双边带调制系统解调器的输入信号功率为什么和载波功率无关?

答：因为输入的基带信号没有直流分量，且 $h(t)$是理想带通滤波器，则得到的输出信号事物载波分量的双边带信号，其实质就是 $m(t)$与载波 $s(t)$相乘。 所以双边带调制系统解调器的输入信号功率和载波功率无关。

习题 3.25 什么是门限效应?AM 信号采用包络检波法解调时为什么会产生门限效应?

答：在小信噪比情况下包络检波器会把有用信号扰乱成噪声，这种现象通常称为门限效应。进一步说，所谓门限效应，就是当包络检波器的输入信噪比降低到一个特定的数值后，检波器输出信噪比出现急剧恶化的一种现象。该特定的输入信噪比值被称为门限。这种门限效应是由包络检波器的非线性解调作用引起的。

而 AM 信号采用包络检波法解调时会产生门限效应是因为：在大信噪比情况下，AM 信号包络检波器的性能几乎与同步检测器相同。但随着信噪比的减小，包络检波器将在一个特定输入信噪比值上出现门限效应。

习题 3.26 已知新型调制信号表达式如下：$\sin\Omega t\sin w_c t$，式中 $w_c=8\Omega$，试画出它的波形图。

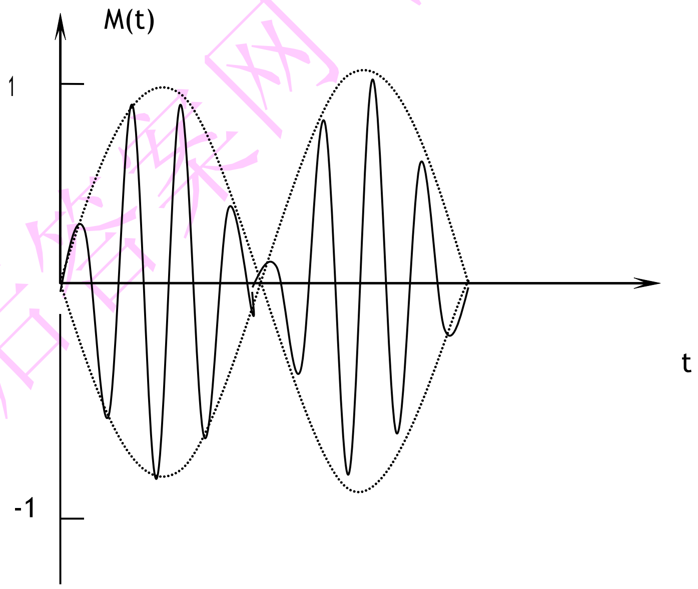


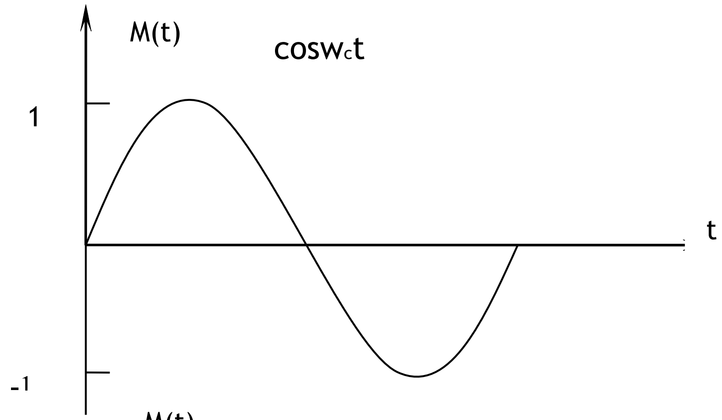
图 3-11 调制信号波形图

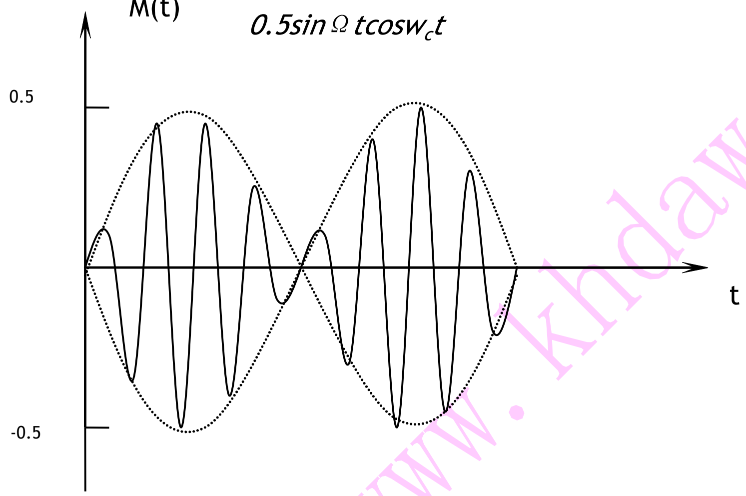
习题 3.27 已知线性调制信号表达式如下：

$$(1+0.5\sin\Omega t)\cos w_c t$$

式中 $w_c=4\Omega$，试画出它的波形图

解：　$(1+0.5\sin\Omega t)\cos w_c t=\cos w_c t+0.5\sin\Omega t\cos w_c t$，所以：





两者相加即可得出它的波形图：

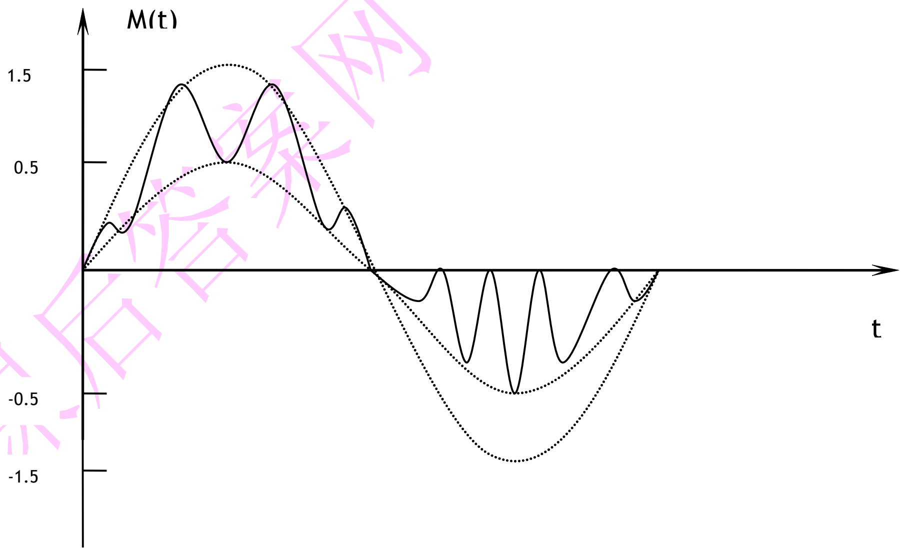


图 3-12 调制信号波形图

习题 3.28 某调制方框图 3-14 如下，已知 $m(t)$的频谱如下面图 3-13 所示。载频 $w_1<<w_2$，$w_1>w_H$，且理想低通滤波器的截止频率为 $_{w1}$，试求输出信号 $s(t)$，并说明 $s(t)$ 为何种一调制信号。

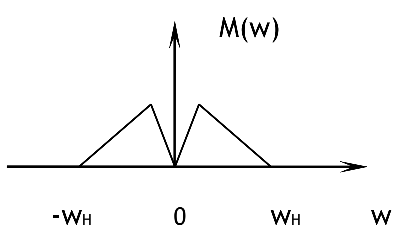


图 3-13 $m(t)$的频谱

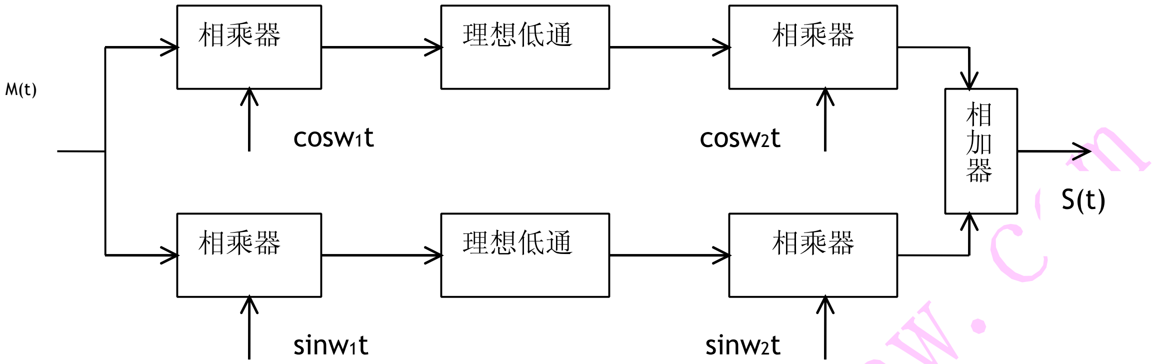


图 3-14 调制信号方框图

解：$s_1(t)=m(t)cosw_1tcosw_2t$

$s_2(t)=m(t)sinw_1tsinw_2t$

经过相加器后所得的 $s(t)$即为：

$s(t)=s_1(t)+s_2(t)$

$=m(t)[cosw_1cosw_2+sinw_1sinw_2]$

$=m(t)cos[(w_1-w_2)t]$

由已知 $w_1<<w_2$ $w_1>w_H$

故：

$s(t)=m(t)cosw_2t$

所以所得信号为 DSB 信号

第四章习题

习题 4.1 试证明式 $\Delta_{\Omega}(f)=\dfrac{1}{T}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-nf_{s}\right)$。

证明：因为周期性单位冲激脉冲信号 $\delta_T(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$，周期为 T_s，其傅里叶变换

$$\Delta_{\Omega}(\omega)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n\delta(t-n\omega_s)$$

而

$$F_n=\frac{1}{T_s}\int_{-T_s/2}^{T_s/2}\delta(t)\ell^{-jn\omega_s t}dt=\frac{1}{T_S}$$

所以

$$\Delta_{\Omega}(\omega)=\frac{2\pi}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

即

$$\Delta_{\Omega}(f)=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-nf_s)$$

习题 4.2 若语音信号的带宽在 300～400 Hz 之间，试按照奈奎斯特准则计算理论上信号不失真的最小抽样频率。

解：由题意，f_H=3400 Hz，f_L=300 Hz，故语音信号的带宽为

$$B=3400\text{-}300=3100\ \text{Hz}$$

$$f_H=3400\ \text{Hz}=1\times 3100+\frac{3}{31}\times 3100=nB+kB$$

即 $n=1$, $k=3/31$。

根据带通信号的抽样定理，理论上信号不失真的最小抽样频率为

$$f_s=2B(1+\frac{k}{n})=2\times 3100\times（1+\frac{3}{31}）=6800\ \text{Hz}$$

习题 4.3 若信号 $s(t)=\sin(314t)/314t$。试问：

（1） 最小抽样频率为多少才能保证其无失真地恢复？

（2） 在用最小抽样频率对其抽样时，为保存 3min 的抽样，需要保存多少个抽样值？

解：$s(t)=\sin(314t)/314t$，其对应的傅里叶变换为

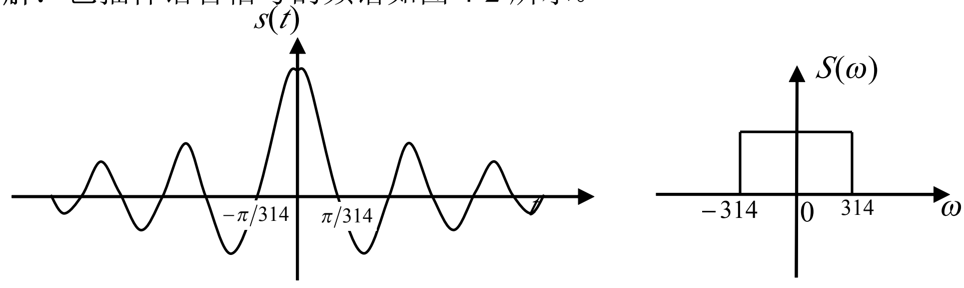
$$S(\omega)=\begin{cases}\pi/314, & |\omega|\le 314\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

信号 $s(t)$ 和对应的频谱 $S(\omega)$ 如图 4-1 所示。所以 $f_{\text{H}}=\omega_{\text{H}}/2\pi=314/2\pi=50\ \text{Hz}$

根据低通信号的抽样定理，最小频率为 $f_s=2f_{\text{H}}=2\times 50=100\ \text{Hz}$，即每秒采 100 个抽样点，所以 3min 共有：100×3×60=18000 个抽样值。

习题 4.4 设被抽样的语音信号的带宽限制在 300～3400 Hz，抽样频率等于 8000 Hz。试画出已抽样语音信号的频谱，并在图上注明各频率点的坐标值。

解：已抽样语音信号的频谱如图 4-2 所示。



(a) (b)

图 4-1 习题 4.3 图

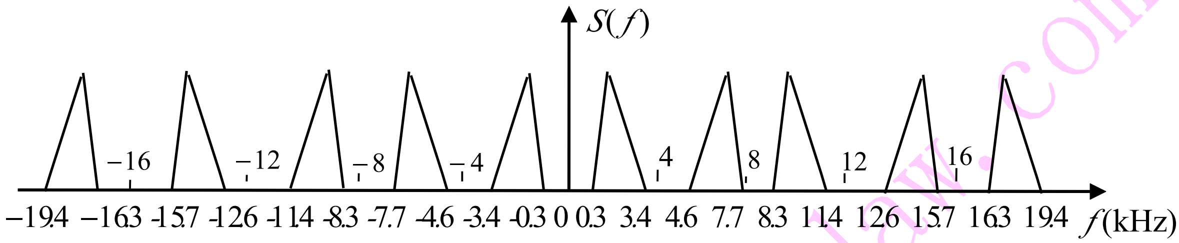


图 4-2 习题 4.4 图

习题 4.5 设有一个均匀量化器，它具有 256 个量化电平，试问其输出信号量噪比等于多少分贝？

解：由题意 M=256，根据均匀量化量噪比公式得

$$\left(S_q/N_q\right)_{\mathrm{dB}} = 20\lg M = 20\lg 256 = 48.16\mathrm{dB}$$

习题 4.6 试比较非均匀量化的 A 律和 μ 律的优缺点。

答：对非均匀量化：A 律中，A=87.6；μ 律中，A=94.18。一般地，当 A 越大时，在大电压段曲线的斜率越小，信号量噪比越差。即对大信号而言，非均匀量化的 μ 律的信号量噪比比 A 律稍差；而对小信号而言，非均匀量化的 μ 律的信号量噪比比 A 律稍好。

习题 4.7 在 A 律 PCM 语音通信系统中，试写出当归一化输入信号抽样值等于 0.3 时，输出的二进制码组。

解：信号抽样值等于 0.3，所以极性码 c_1=1。

查表可得 0.3 $\in$（1/3.93，1/1.98），所以 0.3 的段号为 7，段落码为 110，故 $c_2c_3c_4$=110。

第 7 段内的动态范围为：$\dfrac{(1/1.98-1/3.93)}{16} \approx \dfrac{1}{64}$，该段内量化码为 n，则 $n\times\dfrac{1}{64}+\dfrac{1}{3.93}$=0.3，可求得 $n \approx 3.2$，所以量化值取 3。故 $c_5c_6c_7c_8$=0011。

所以输出的二进制码组为 11100011。

习题 4.8 试述 PCM、DPCM 和增量调制三者之间的关系和区别。

答：PCM、DPCM 和增量调制都是将模拟信号转换成数字信号的三种较简单和常用的编码方法。它们之间的主要区别在于：PCM 是对信号的每个抽样值直接进行量化编码：DPCM 是对当前抽样值和前一个抽样值之差（即预测误差）进行量化编码；而增量调制是 DPCM 调制中一种最简单的特例，即相当于 DPCM 中量化器的电平数取 2，预测误差被量化成两个电平+Δ和-Δ，从而直接输出二进制编码。

第五章习题

习题 5.1　若消息码序列为 1101001000001，试求出 AMI 和 HDB_3 码的相应序列。

解：　AMI 码为　$+1\ \ -1\ \ 0\ \ +1\ \ 0\ \ 0\ \ -1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ +1$

HDB_3 码为　$+1\ \ -1\ \ 0\ \ +1\ \ 0\ \ 0\ \ -1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ -1\ \ 0\ \ +1$

习题 5.2　试画出 AMI 码接收机的原理方框图。

解：如图 5-20 所示。

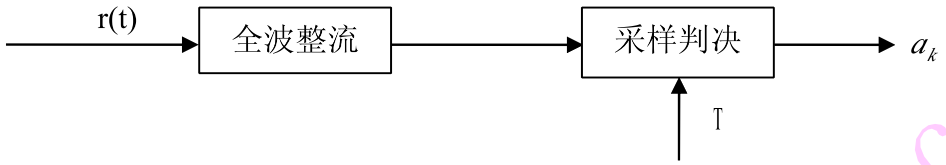


图 5-1　习题 5.2 图

习题 5.3　设 $g_1(t)$ 和 $g_2(t)$ 是随机二进制序列的码元波形。它们的出现概率分别是 P 和 $(1-P)$。试证明：若 $P=\dfrac{1}{[1-g_1(t)/g_2(t)]}=k$，式中，$k$ 为常数，且 $0<k<1$，则此序列中将无离散谱。

证明：若 $P=\dfrac{1}{1-g_1(t)/g_2(t)}=k$，与 t 无关，且 $0<k<1$，则有

$$P\frac{[g_2(t)-g_1(t)]}{g_2(t)}=1$$

即
$$Pg_1(t)=Pg_2(t)-g_2(t)=(P-1)g_2(t)$$
$$Pg_1(t)+(1-P)g_2(t)=0$$

所以稳态波为
$$\begin{aligned}v(t)&=P\sum g_1(t-nT_s)+(1-P)\sum g_2(t-nT_s)\\&=\sum[Pg_1(t-nT_s)+(1-P)g_2(t-nT_s)]=0\end{aligned}$$

即 $P_v(w)=0$。所以无离散谱。得证！

习题 5.4　试证明式 $h_1(t)=-4\sin(2\pi Wt)\int_0^{W_1}H_1(f+W)\sin(2\pi ft)\mathrm{d}f$。

证明：由于 $h_1(t)=\int_{-\infty}^{\infty}H_1(f)e^{j2\pi ft}df$，由欧拉公式可得

$$\begin{aligned}h_1(t)&=\int_{-\infty}^{\infty}H_1(f)(\cos 2\pi ft+\mathrm{j}\sin 2\pi ft)\mathrm{d}f\\&=\int_{-\infty}^{\infty}H_1(f)\cos 2\pi ftdf+\mathrm{j}\int_{-\infty}^{\infty}H_1(f)\sin 2\pi ft\mathrm{d}f\end{aligned}$$

由于 $H_1(f)$ 为实偶函数，因此上式第二项为 0，且

$$h_1(t)=2\int_{-\infty}^{\infty}H_1(f)\cos(2\pi ft)\mathrm{d}f$$

令，$f=f'+W,\mathrm{d}f=\mathrm{d}f'$，代入上式得

$$h_1(t) = 2\int_{-W}^{\infty} H_1(f'+W)\cos[2\pi(f'+W)t]\mathrm{d}f'$$

$$= 2\int_{-W}^{\infty} H_1(f+W)\cos 2\pi ft \cos 2\pi Wt\mathrm{d}f + 2\int_{-W}^{\infty} H_1(f+W)\sin 2\pi ft \sin 2\pi Wt\mathrm{d}f$$

由于 $H_1(f)$ 单边为奇对称，故上式第一项为 0，因此

$$h_1(t) = 2\sin 2\pi W\int_{-W}^{\infty} H_1(f+W)\sin 2\pi ft\mathrm{d}f$$

$$= 4\sin 2\pi W\int_{0}^{W} H_1(f+W)\sin 2\pi ft\mathrm{d}f$$

习题 5.5 设一个二进制单极性基带信号序列中的“1”和“0”分别用脉冲 $g(t)$ [见图 5-2 的有无表示，并且它们出现的概率相等，码元持续时间等于 T。试求：

（1） 该序列的功率谱密度的表达式，并画出其曲线；

（2） 该序列中有没有概率 $f = 1/T$ 的离散分量？若有，试计算其功率。

解：

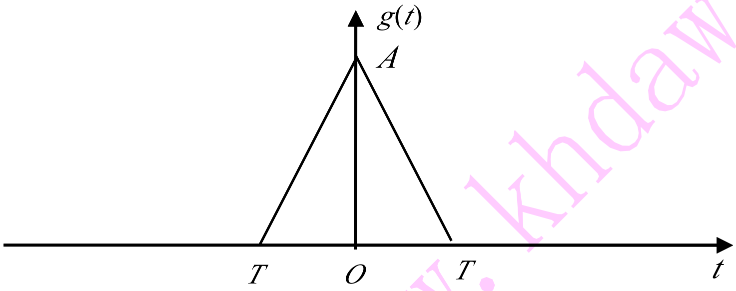


图 5-2 习题 5.5 图 1

（1）由图 5-21 得

$$g(t) = \begin{cases} A\left(1-\dfrac{2}{T}|t|\right), |t| \le \dfrac{T}{2} \\ 0 \qquad\qquad 其他 \end{cases}$$

$g(t)$ 的频谱函数为： $G(w) = \dfrac{AT}{2}Sa^2\left(\dfrac{wT}{4}\right)$

由题意，$P(0) = P(1) = P = 1/2$，且有 $g_1(t) = g(t)$，$g_2(t) = 0$，所以 $G_1(t) = G(f)$，$G_2(f) = 0$。将其代入二进制数字基带信号的双边功率谱密度函数的表达式中，可得

$$P_s(f) = \frac{1}{T}P(1-P)|G_1(f) - G_2(f)|^2 + \sum_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{T}\left[PG_1\left(\frac{m}{T}\right) + (1-P)G_2\left(\frac{m}{T}\right)\right]\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

$$= \frac{1}{T}P(1-P)|G(f)|^2 + \sum_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{T}(1-P)G\left(\frac{m}{T}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

$$= \frac{1}{4T}\left|\frac{A^2T^2}{4}Sa^4\left(\frac{wT}{4}\right)\right| + \sum_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{2T}G\left(\frac{m}{T}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

$$= \frac{A^2T}{16}Sa^4\left(\frac{wT}{4}\right) + \frac{A^2}{16}\sum_{-\infty}^{\infty}Sa^4\left(\frac{m\pi}{2}\right)\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

曲线如图 5-3 所示。

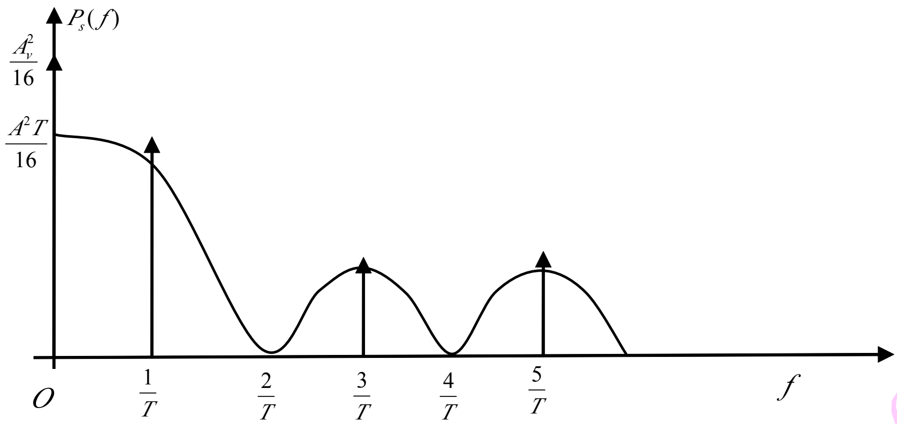


图 5.3 习题 5.5 图 2

（2）二进制数字基带信号的离散谱分量为

$$P_v(w)=\frac{A^2}{16}\sum_{-\infty}^{\infty}Sa^4\left(\frac{m\pi}{2}\right)\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

当 m=±1 时，f=±1/T，代入上式得

$$P_v(w)=\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)\delta\left(f+\frac{1}{T}\right)+\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)\delta\left(f-\frac{1}{T}\right)$$

因为该二进制数字基带信号中存在 f=1/T 的离散谱分量，所以能从该数字基带信号中提取码元同步需要的 f=1/T 的频率分量。该频率分量的功率为

$$S=\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)+\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{A^2}{\pi^4}+\frac{A^2}{\pi^4}=\frac{2A^2}{\pi^4}$$

习题 5.6 设一个二进制双极性基带信号序列的码元波形 $g(t)$ 为矩形脉冲，如图 5-4 所示，其高度等于 1，持续时间 $\tau=T/3$，T 为码元宽度；且正极性脉冲出现的概率为 $\frac{3}{4}$，负极性脉冲出现的概率为 $\frac{1}{4}$。

（1） 试写出该信号序列功率谱密度的表达式，并画出其曲线；

（2） 该序列中是否存在 $f=\frac{1}{T}$ 的离散分量？若有，试计算其功率。

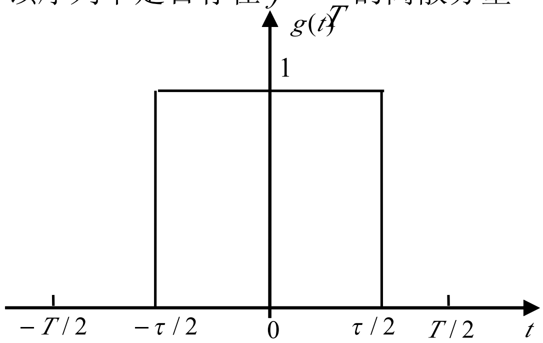


图 5-4 习题 5.6 图

解：（1）基带脉冲波形 $g(t)$ 可表示为：

$$g(t)=\begin{cases}1 & |t|\le \tau/2\\ 0 & 其他\end{cases}$$

$g(t)$ 的傅里叶变化为： $G(f)=\tau Sa(\pi\tau f)=\frac{T}{3}Sa\left(\frac{\pi Tf}{3}\right)$

该二进制信号序列的功率谱密度为：

$$P(f)=\frac{1}{T}P(1-P)|G_1(f)-G_2(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{T}\left[PG_1\left(\frac{m}{T}\right)+(1-P)G_2\left(\frac{m}{T}\right)\right]\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

$$=\frac{3}{4T}|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{1}{36}Sa^2\left(\frac{m\pi}{3}\right)\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

曲线如图 5-5 所示。

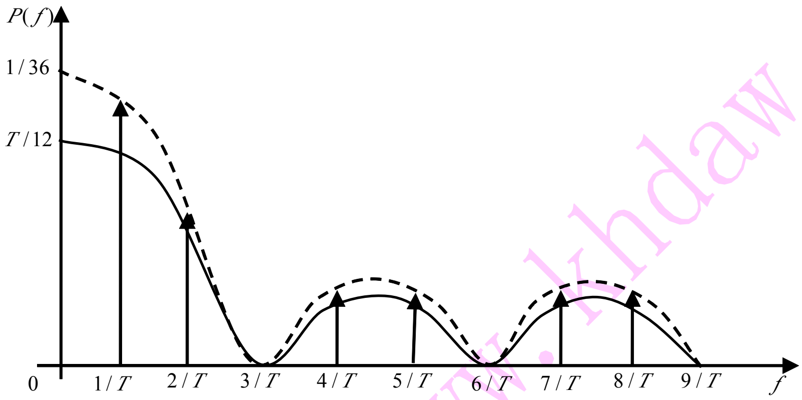


图 5-5 习题 5.6 图

（2） 二进制数字基带信号的离散谱分量为

$$P_v(f)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{1}{36}Sa^2\left(\frac{m\pi}{3}\right)\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

当 $m=\pm1$， $f=\pm\frac{1}{T}$ 时，代入上式得

$$P_v(f)=\frac{1}{36}Sa^2\left(\frac{\pi}{3}\right)\delta\left(f-\frac{1}{T}\right)+\frac{1}{36}Sa^2\left(\frac{\pi}{3}\right)\delta\left(f+\frac{1}{T}\right)$$

因此，该序列中存在 $f=1/T$ 的离散分量。其功率为：

$$P_v=\frac{1}{36}\left(\frac{\sin\pi/3}{\pi/3}\right)^2+\frac{1}{36}\left(\frac{\sin\pi/3}{\pi/3}\right)^2=\frac{3}{8\pi^2}$$

习题 5.7 设一个基带传输系统接收滤波器的输出码元波形 $h(t)$ 如图 5-13 所示。

（1） 试求该基带传输系统的传输函数 $H(f)$；

（2） 若其信道传输函数 $C(f)=1$，且发送滤波器和接收滤波器的传输函数相同，即 $G_T(f)=G_R(f)$，试求此时 $G_T(f)$ 和 $G_R(f)$ 的表达式。

解：（1）令 $g(t)=\begin{cases}\left(1-\frac{2}{T}|t|\right) & |t|\le\frac{T}{2}\\ 0 & 其他\end{cases}$，由图 5-6 可得 $h(t)=g\left(t-\frac{T}{2}\right)$，因为

$g(t)$的频谱函数$G(f)=\dfrac{T}{2}Sa^2\left(\dfrac{T2\pi f}{4}\right)$，所以，系统的传输函数为

$$H(f)=G(f)e^{-j\frac{2\pi fT}{2}}=\frac{T}{2}Sa^2\left(\frac{T2\pi f}{4}\right)e^{-j\frac{2\pi fT}{2}}$$

（2）系统的传输函数$H(f)$由发送滤波器$G_T(f)$、信道$C(f)$和接收滤波器$G_R(f)$三部分组成，即$H(f)=C(f)\ G_T(f)\ G_R(f)$。因为$C(f)=1$，$G_T(f)=G_R(f)$，则

$$H(f)=G_T^2(f)=G_R^2(f)$$

所以　$G_T(f)=G_R(f)=\sqrt{H(f)}=\sqrt{\dfrac{T}{2}}Sa\left(\dfrac{T2\pi f}{4}\right)e^{-j\frac{2\pi fT}{4}}$

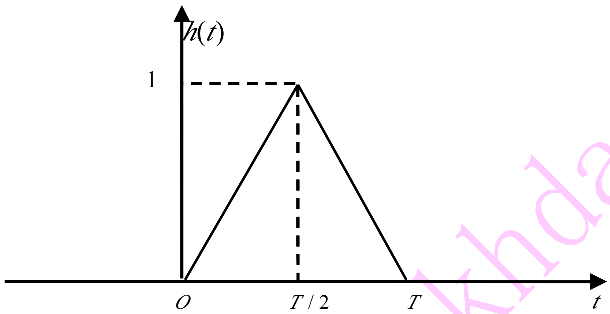


图 5-6　习题 5.7 图

习题 5.8　设一个基带传输系统的传输函数$H(f)$如图 5-7 所示。

（1）　试求该系统接收滤波器输出码元波形的表达式：

（2）　若其中基带信号的码元传输速率$R_B=2f_0$，试用奈奎斯特准则衡量该系统能否保证无码间串扰传输。

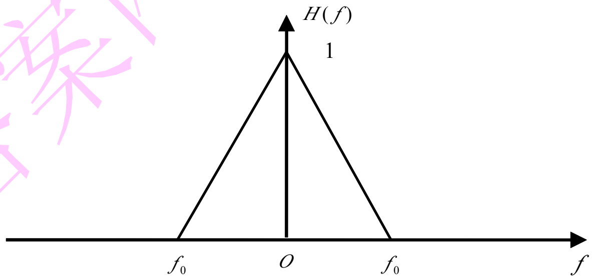


图 5-7　习题 5.8 图

解：（1）由图 5-25 可得$H(f)=\begin{cases}1-|f|/f_0 & |f|\le f_0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$。

因为$g(t)=\begin{cases}1-|t|/T, & |t|\le T\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$，所以$G(f)=TSa^2(\pi fT)$。

根据对称性：$G(-f)\leftrightarrow g(jt), G(f)\to g(t), f\to t, T\to f_0$,所以$h(t)=f_0Sa^2(\pi f_0 t)$。

（2）当$R_B=2f_0$时，需要以$f=R_B=2f_0$为间隔对$H(f)$进行分段叠加，即分析在区间$[-f_0,f_0]$叠加函数的特性。由于在$[-f_0,f_0]$区间，$H(f)$不是一个常数，所以有码间干扰。

习题 5.9 设一个二进制基带传输系统的传输函数为

$$H(f)=\begin{cases}\tau_0(1+\cos 2\pi f\tau_0), & |f|\le 1/2\tau_0\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}$$

试确定该系统最高的码元传输速率 R_B 及相应的码元持续时间 T。

解：$H(f)$ 的波形如图 5-8 所示。由图可知，$H(f)$ 为升余弦传输特性，根据奈奎斯特第一准则，可等效为理想低通（矩形）特性（如图虚线所示）。等效矩形带宽为

$$W_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2\tau_0}=\frac{1}{4\tau_0}$$

最高码元传输速率 $$R_B=2W_1=\frac{1}{2\tau_0}$$

相应的码元间隔 $$T_S=1/R_B=2\tau_0$$

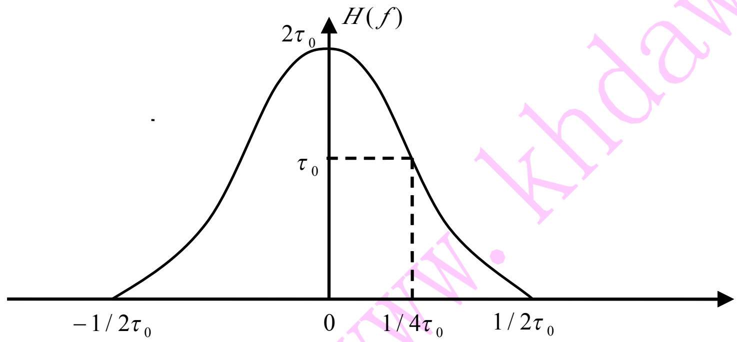


图 5-8 习题 5.9 图

习题 5.10 若一个基带传输系统的传输函数 $H(f)$ 和式（5.6-7）所示，式中 $W=W_1$。

（1） 试证明其单位冲激响应，即接收滤波器输出码元波形为

$$h(t)=\frac{1}{T}\frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T}\frac{\cos \pi t/T}{1-4t^2/T^2}$$

（2） 若用 $\frac{1}{\mathrm{T}}$ 波特率的码元在此系统中传输，在抽样时刻上是否存在码间串扰？

解：（1） $$H(f)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left[1+\cos\left(\frac{\pi}{2W_1}|f|\right)\right], & |f|\le 2W_1\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}$$

$$H(f)=\frac{1}{2}G_{4W_1}(f)\left(1+\cos\frac{\pi f}{2W_1}\right)=\frac{1}{2}G_{4W_1}(f)\left(1+\frac{e^{-j\frac{\pi f}{2W_1}}+e^{j\frac{\pi f}{2W_1}}}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}G_{4W_1}(f)+\frac{1}{4}G_{4W_1}(f)e^{-j\frac{\pi f}{2W_1}}+\frac{1}{4}G_{4W_1}(f)e^{j\frac{\pi f}{2W_1}}$$

其中，$G_{4W_1}(f)$ 是高为 1，宽为 $4W_1$ 的门函数，其傅里叶反变换为

$$G_{4W_1}(f) \leftrightarrow \frac{2}{T} Sa(\frac{2\pi t}{T})$$

因此单位冲激响应

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{1}{T} Sa(\frac{2\pi t}{T}) + \frac{1}{2T} Sa\left[\frac{2\pi(t-T/2)}{T}\right] + \frac{1}{2T} Sa\left[\frac{2\pi(t+T/2)}{T}\right] \\ &= \frac{1}{T} Sa(\frac{2\pi t}{T}) - \frac{1}{T} Sa\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\frac{1}{1-T^2/4t^2} \\ &= \frac{1}{T} Sa(\frac{2\pi t}{T})\left[1-\frac{1}{1-T^2/4t^2}\right] \\ &= \frac{1}{T} Sa(\frac{2\pi t}{T})\left[\frac{1}{1-4t^2/4T^2}\right] \\ &= \frac{1}{T}\frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T}\frac{\cos \pi t/T}{1-4t^2/T^2} \end{aligned}$$

（2）由 $h(t)$ 的图形可以看出，当由 1/T 波特率的码元在此系统中传输，在抽样时刻上不存在码间串扰。

习题 5.11 设一个二进制双极性随机信号序列的码元波形为升余弦波。试画出当扫描周期等于码元周期时的眼图。

解：当扫描周期等于码元周期时的眼图如图 5-9 所示。

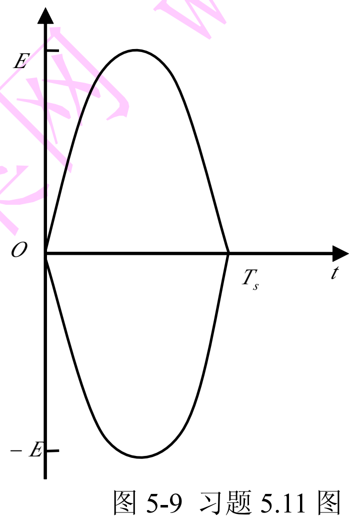


图 5-9 习题 5.11 图

习题 5.12 设一个横向均衡器的结构如图 5-10 所示。其 3 个抽头的增益系数分别为：$C_{-1}=-1/3$，$C_0=1$，$C_1=-1/4$。若 $x(t)$ 在各点的抽样值依次为：$x_{-2}=1/8, x_{-1}=1/3, x_0=1, x_1=1/4, x_2=1/16$，在其他点上其抽样值均为 0。试计算 x(t) 的峰值失真值，并求出均衡器输出 y(t)的峰值失真值。

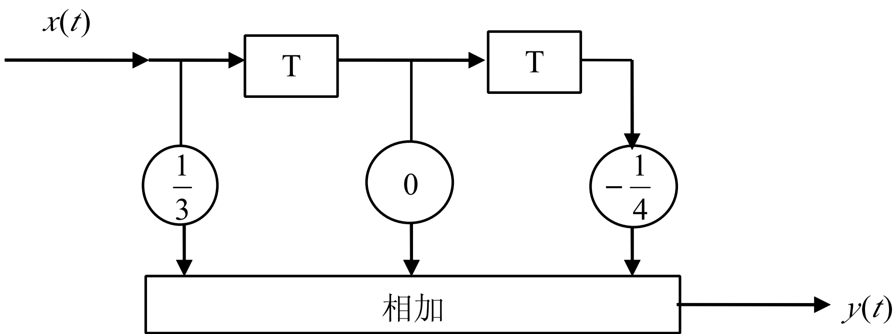


图 5-10 习题 5.12 图

解： $\mathrm{D_x} = \dfrac{1}{x_0}\sum_{\substack{k=-2\\k\neq 0}}^{2}|x_k| = \dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{16} = \dfrac{37}{48}$

由 $y_k = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-1}$，可得

$$y_{-3} = C_{-1}x_{-2} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

$$y_{-2} = C_{-1}x_{-1} + C_0 x_{-2} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{3} + 1\times\frac{1}{8} = \frac{1}{72}$$

$$y_{-1} = C_{-1}x_0 + C_0 x_{-1} + C_{-1}x_{-2} = -\frac{1}{3}\times 1 + 1\times\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{8} = -\frac{1}{32}$$

$$y_0 = C_{-1}x_1 + C_0 x_0 + C_{-1}x_{-1} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{4} + 1\times 1 + \left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{3} = -\frac{5}{6}$$

$$y_1 = C_{-1}x_2 + C_0 x_1 + C_{-1}x_0 = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{16} + 1\times\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right)\times 1 = -\frac{1}{48}$$

$$y_2 = C_0 x_2 + C_1 x_1 = 1\times\frac{1}{16} + \left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4} = 0$$

$$y_3 = C_1 x_2 = \left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{16} = -\frac{1}{64}$$

其余 y_k 的值均为 0，所以输出波形的峰值失真为：

$$D_y = \frac{1}{y_0}\sum_{\substack{k=-3\\k\neq 0}}^{3}|y_k| = \frac{6}{5}\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{72}+\frac{1}{32}+\frac{1}{48}+0+\frac{1}{64}\right) = \frac{71}{480}$$

习题 5.13 设有一个 3 抽头的均衡器。已知其输入的单个冲激响应抽样序列为 0.1，0.2，-0.2，1.0，0.4，-0.1，0.1。

（1） 试用迫零法设计其 3 个抽头的增益系数 C_n；

（2） 计算均衡后在时刻 k=0, ±1，±2，±3 的输出值及峰值码间串扰的值。

解：(1) 其中 $x_{-2} = 0.2, x_{-1} = -0.2, x_0 = 1.0, x_1 = 0.4, x_2 = -0.1$

根据式 $\begin{cases} \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i} = 0, \mathrm{k} = \pm1, \pm2, \ldots, \pm \mathrm{N} \\ \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i} = 0, k = 0 \end{cases}$，和 $2N+1=3$，可列出矩阵方程

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & x_{-2} \\ x_1 & x_0 & x_{-1} \\ x_2 & x_1 & x_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

将样值x_k代人，可得方程组

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & x_{-2} \\ x_1 & x_0 & x_{-1} \\ x_2 & x_1 & x_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

解方程组可得，$C_{-1}=0.2318, C_0=0.8444, C_1=-0.3146$。

(2)通过式$y_k=\sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i}$可算出

$y_0=1, y_{-1}=0, y_1=-0.4371, y_{-2}=-0.0232, y_2=0.1946, y_{-3}=0.0613, y_3=0.0215$

其余$y_k=0$

输入峰值失真为： $D_x=\dfrac{1}{x_0}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty}|x_k|=1.1$

输出峰值失真为： $D_y=\dfrac{1}{y_0}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k=0}}^{\infty}|y_k|=0.7377$

均衡后的峰值失真减小为原失真的0.6706。

习题 5.14 设随机二进制序列中的0和1分别由$g(t)$和$g(-t)$组成，它们的出现概率分别为p及（1-p）。

（1）求其功率谱密度及功率。

（2）若$g(t)$为如图5-6（a）所示波形，T_s为码元宽度，问该序列存在离散分量$f_s=1/T_s$否？

（3）若$g(t)$为如图5-6（b），回答题（2）所问。

解：

（1）

$$P_s(f)=4f_s p(1-p)\left|G(f)\right|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left|f_s[(2p-1)G(mf_s)]\right|^2\delta(f-mf_s)$$

其功率 $S=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}P_s(w)dw=\int_{-\infty}^{+\infty}P_s(f)df$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}[4f_s p(1-p)\left|G(f)\right|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left|f_s[(2p-1)G(mf_s)]\right|^2\delta(f-mf_s)]df$$

$$=4f_s p(1-p)\int_{-\infty}^{+\infty}\left|G(f)\right|^2df+f_s^2(2p-1)^2\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left|G(mf_s)\right|^2$$

（2）

若
$$\begin{cases} g(t)=1, |t| \le T_s/2 \\ \quad 0, 其它 \end{cases}$$

g(t) 傅里叶变换 G(f)为
$$G(f)=T_s \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s}$$

因为
$$G(f_s)=T_s \frac{\sin \pi f_s T_s \pi}{\pi f T_s}=T_s \frac{\sin \pi}{\pi}=0$$

由题（1）中的结果知，此时的离散分量为 0.

（3）若
$$\begin{cases} g(t)=1, |t| \le T_s/4 \\ \quad 0, 其它 \end{cases}$$

g(t) 傅里叶变换 G(f)为
$$G(f)=\frac{T_s}{2} \frac{\sin \pi f \frac{T_s}{2}}{\pi f \frac{T_s}{2}}$$

因为
$$G(f)=\frac{T_s}{2} \frac{\sin \pi f \frac{T_s}{2}}{\pi f \frac{T_s}{2}}=\frac{T_s}{2} \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{T_s}{\pi} \neq 0$$

所以该二进制序列存在离散分量 $f_s=1/T_s$。

习题 5.15 设某二进制数字基带信号的基本脉冲为三角形脉冲，，数字信息“1”和“0”分别用 $g(t)$ 的有无表示，且“1”和“0”出现的概率相等：

（1）求该数字基带信号的功率谱密度。

（2）能否从该数字基带信号中提取码元同步所需的频率 $f_s=1/T_s$ 的分量？如能，试计算该分量的功率。

解：

（1） 对于单极性基带信号，$g_1(t)=0,\ g_2(t)=0=g(t),$ 随机脉冲序列功率谱密度为
$$P_s(f)=f_s p(1-p)|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}|f_s[(1-p)G(mf_s)]|^2 \delta(f-mf_s)$$

当 p=1/2 时，
$$g(t)=\frac{f_s}{4}|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}|G(mf_s)|^2 \frac{f_s^2}{4}\delta(f-mf_s)$$

由图 5-7（a）得
$$g(t)=\begin{cases} A(1-\frac{2}{T_s}|t|), |t| \le T_s/2 \\ \quad 0, 其它t \end{cases}$$

g(t) 傅里叶变换 *G(f)*为

$$G(f)=\frac{AT_s}{2}Sa^2\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)$$

代入功率谱密度函数式，得

$$P_s(f)=\frac{f_s}{4}\left|\frac{AT_s}{2}Sa^2\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)\right|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{f_s^2}{4}\left|\frac{AT_s}{2}Sa^2\left(\frac{\pi mf_sT_s}{2}\right)\right|^2\delta(f-mf_s)$$

$$=\frac{A^2T_s}{16}Sa^4\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)+\frac{A^2}{16}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}Sa^4\left(\frac{\pi m}{2}\right)\delta(f-mf_s)$$

(2)　由图 5-7(b)中可以看出，该基带信号功率谱密度中含有频率 $fs=1/Ts$ 的离散分量，故可以提取码元同步所需的频率 $fs=1/Ts$ 的分量。

由题(1)中的结果，该基带信号中的离散分量为 $P_v(w)$为

$$P_v(f)=\frac{A^2}{16}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}Sa^4\left(\frac{\pi m}{2}\right)\delta(f-mf_s)$$

当 m 取±1时，即 f= $\pm f_s$时，有

$$P_v(f)=\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)\delta(f-f_s)+\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)\delta(f+f_s)$$

所以该频率分量的功率为 $S=\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)+\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{2A^2}{\pi^4}$

习题 5.16　设某二进制数字基带信号中，数字信号“1”和“0”分别由　及　表示，且“1”　与“0”出现的概率相等，是升余弦频谱脉冲，即

$$g(t)=\frac{\cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{2\left(1-\frac{4t^2}{T_s^2}\right)}Sa\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)$$

(1)　写出该数字基带信号的功率谱密度表示式，并画出功率谱密度图；从该数字基带信号中能否直接提取频率 $fs=1/Ts$ 的分量。

(2)　若码元间隔 Ts=10-3s，试求该数字基带信号的传码率及频带宽度。

解：当数字信息“1”和“0”等概率出现时，双极性基带信号的功率谱密度

$$P_s(f)=f_s\left|G(f)\right|^2$$

已知 $g(t)=\frac{\cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{2\left(1-\frac{4t^2}{T_s^2}\right)}Sa\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)$，其傅氏变换为

$$G(f)=\begin{cases}\frac{T_s}{4}(1+\cos f\pi T_s),|f|\le\frac{1}{T_s}\\ 0,\text{其它f}\end{cases}$$

代入功率谱密度表达式中，有 $P_s(f)=\frac{T_s}{16}(1+\cos f\pi T_s)^2, |f|\le\frac{1}{T_s}$

习题 5.17 设某双极性基带信号的基本脉冲波形如图 5-9(a)所示。它是一个高度为 1，宽度 得矩形脉冲，且已知数字信息“1”的出现概率为 3/4，“0”的出现概率为 1/4。

(1) 写出该双极性信号的功率谱密度的表示式，并画出功率谱密度图；

(2) 由该双极性信号中能否直接提取频率为 $fs=1/Ts$ 的分量？若能，试计算该分量的功率。

解：

(1) 双极性信号的功率谱密度为

$$P_s(f)=4f_sp(1-p)|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}|f_s(2p-1)G(mf_s)|^2\delta(f-mf_s)$$

当 p=1/4 时，有

$$P_s(f)=\frac{3f_s}{4}|G(f)|^2+\frac{f_s^2}{4}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}|G(mf_s)|^2\delta(f-mf_s)$$

由图 5-7（a）得

$$g(t)=\begin{cases}1,|t|\le\tau/2\\0,\text{其它t}\end{cases}$$

故 $G(f)=\tau\frac{\sin\pi f\tau}{\pi f\tau}=\tau Sa(\pi f\tau)$

将上式代入 $P_s(f)$ 的表达式中，得

$$P_s(f)=\frac{3f_s}{4}\tau^2Sa^2(\pi f\tau)\left|\frac{AT_s}{2}\right|^2+\frac{f_s^2}{4}\tau^2\sum_{m=-\infty}^{+\infty}Sa^2(\pi mf_s\tau)\delta(f-mf_s)$$

将 $\tau=\frac{1}{3}T_s$ 代入上式得

$$P_s(f)=\frac{T_s^2}{12}Sa^2\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right)+\frac{1}{36}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}Sa^2(\pi m/2)\delta(f-mf_s)$$

功率谱密度如图 5-9（b）所示。

（2） 由图 5-9(b)可以看出，由该双极性信号可以直接提取频率为 fs=1/Ts 的分量。该基带信号中的离散分量为 $P_v(w)$ 为

$$P_v(w)=\frac{1}{36}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}Sa^2(\pi m/2)\delta(f-mf_s)$$

当 m 取 ±1 时，即 f= $\pm f_s$ 时，有

$$P_v(w)=\frac{1}{36}Sa^2(\pi/3)\delta(f-f_s)+\frac{1}{36}Sa^2(\pi/3)\delta(f+f_s)$$

所以频率为 $f_s=\frac{1}{T_s}$ 分量的功率为

$$S=\frac{1}{36}Sa^2\left(\pi/3\right)+\frac{1}{36}Sa^2\left(\pi/3\right)=\frac{3}{8\pi^2}$$

习题 5.18 已知信息代码为 100000000011，求相应的 AMI 码，HDB3 码，PST 码及双相码。

解 ：

AMI 码：+1 0000 00000 －1 +1

HDB3 码：+1 000+V -B00 -V0 +1 －1

PST 码： ①(+模式)+0 - + - + - + - + +-

②(-模式)-0 - + - + - + - + +-

双相码：10 01 01 01 01 01 01 01 01 01 10 10

习题 5.19 某基带传输系统接受滤波器输出信号的基本脉冲为如图 5-10 所示的三角形脉冲。

(1) 求该基带传输系统的传输函数 H(w);

(2) 假设信道的传输函数 C(w)=1,发送滤波器和接受滤波器具有相同的传输函数，即 G(w)=GR(w),试求这时 GT(w)或 GR(w)的表达式。

解:

(1)由图 5-10 得

$$h(t)=\begin{cases}(1-\dfrac{2}{T_s}\left|t-\dfrac{T_s}{2}\right|),0\le t\le T\\ 0,\text{其它t}\end{cases}$$

基带系统的传输函数 H(w)由发送滤波器 $G_T(w)$，信道 C(w)和接受滤波器 $G_R(w)$ 组成，即

$$H(w)=G_T(w)C(w)G_R(w)$$

若 $C(w)=1$， $G_T(w)=G_R(w)$

则 $H(w)=G_T(w)G_R(w)=G_T^{\,2}(w)=G_R^{\,2}(w)$

所以 $$G_T(w)=G_R(w)=\sqrt{H(w)}=\sqrt{\frac{T_s}{2}}Sa(w\frac{T_s}{4})e^{-jw\frac{T_s}{4}}$$

习题 5.20 设某基带传输系统具有图 5-11 所示的三角形传输函数：

(1) 求该系统接受滤波器输出基本脉冲的时间表示式;

(2) 当数字基带信号的传码率 RB=w0/π时,用奈奎斯特准则验证该系统能否实现

无码间干扰传输?

解:

(1) 由图 5-11 可得

$$H(w)=\begin{cases}(1-\dfrac{1}{w_0}|w|),|w|\le w_0\\ 0,\text{其它的w}\end{cases}$$

该系统输出基本脉冲的时间表示式为

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}H(w)e^{jwt}dw=\frac{w_0}{2\pi}Sa(\frac{w_0 t}{2})$$

(2) 根据奈奎斯特准则,当系统能实现无码间干扰传输时, H (w)应满足

$$H_{eq}(w)=\begin{cases}\sum_i H(w+\frac{2\pi}{T_s})=C,|w|\le\frac{\pi}{T_s}\\ 0,|w|>\frac{\pi}{T_s}\end{cases}$$

容易验证，当 $|w|\le\frac{\pi}{T_s}=w_0$ 时，

$$\sum_i H(w+\frac{2\pi}{T_s}i)=\sum_i H(w+2\pi R_B i)=\sum_i H(w+2W_0 i)\neq C$$

所以当传码率 $R_B=\frac{w_0}{\pi}$ 时，系统不能实现无码间干扰传输

习题 5.21 设基带传输系统的发送器滤波器，信道及接受滤波器组成总特性为 H(w)，若要求以 2/Ts Baud 的速率进行数据传输，试检验图 5-12 各种 H(w)满足消除抽样点上无码间干扰的条件否？

解：

当 RB=2/Ts 时，若满足无码间干扰的条件，根据奈奎斯特准则，基带系统的总特性 H(w)应满足

$$H_{eq}(w)=\begin{cases}\sum_i H(w+2\pi R_B i)=C,|w|\le\pi R_B\\ 0,|w|>\pi R_B\end{cases}$$

或者

$$H_{eq}(w)=\begin{cases}\sum_i H(w+\frac{4\pi i}{T_s})=C,|w|\le\frac{2\pi}{T_s}\\ 0,|w|>\frac{2\pi}{T_s}\end{cases}$$

容易验证，除(c)之外，(a) (b) (d)均不满足无码间干扰传输的条件。

习题 5.22 设某数字基带传输信号的传输特性 H(w)如图 5-13 所示。其中 a 为某个常数(0≤a≤1)。

(1) 试检验该系统能否实现无码间干扰传输?

(2) 试求该系统的最大码元传输速率为多少？这是的系统频带利用率为多大?

解：

(1) 根据奈奎斯特准则，若系统满足无码间干扰传输的条件，基带系统的总特性 H(w)应满足

$$H_{eq}(w)=\begin{cases}\sum_i H(w+2\pi R_B i)=C,|w|\le\pi R_B\\ 0,|w|>\pi R_B\end{cases}$$

可以验证，当 RB=w0/π 时，上式成立。几该系统可以实现无码间干扰传输。

(2) 该系统的最大码元传输速率 Rmax,既满足 Heq(w)的最大码元传输速率

RB，容易得到 Rmax=w0/π

系统带宽 $B=(1+\alpha)w_0 rad=(1+\alpha)w_0/2\pi$ HZ,所以系统的最大频带利用率为：

$$\eta=\frac{R_{\max}}{B}=\frac{w_0/\pi}{\frac{(1+\alpha)w_0}{2\pi}}=\frac{2}{(1+\alpha)}$$

习题 5.23 为了传送码元速率 $R_B=10^3\,Baud$ 的数字基带信号，试问系统采用图 5-14 中所画的哪一种传输特性较好？并简要说明其理由。

解：

根据奈奎斯特准则可以证明(a), (b)和(c)三种传输函数均能满足无码间干扰的要求。下面我们从频带利用率，冲击响应“尾巴”衰减快慢，实现难易程度等三个方面分析对比三种传输函数的好坏。

(1) 频带利用率

三种波形的传输速率均为 $R_B=10^3\,Baud$，传输函数(a)的带宽为 $B_a=10^3$ Hz

其频带利用率 $\eta_a=R_B/B_b=1000/1000=1Baud/Hz$

传输函数(c)的带宽为 $B_c=10^3$ Hz

其频带利用率 $\eta_c=R_B/B_c=1000/1000=1Baud/Hz$

显然 $\eta_a<\eta_b=\eta_c$

所以从频带利用率角度来看，(b)和(c)较好。

(2) 冲击响应“尾巴”衰减快慢程度

(a)，(b)和(c)三种传输函数的时域波形分别为

$$h_a(t)=2*10^3 Sa^2(2*10^3\pi t)$$

$$h_b(t)=2*10^3 Sa(2*10^3\pi t)$$

$$h_c(t)=10^3 Sa^2(10^3\pi t)$$

其中(a)和(c)的尾巴以 $1/t^2$ 的速度衰减，而(b) 尾巴以 1/t 的速度衰减，故从时域波形的尾巴衰减速度来看，传输特性(a)和(c)较好。

(3) 从实现难易程度来看，因为(b)为理想低通特性，物理上不易实现，而(a)和(c)相对较易实现。

综上所述，传输特性(c)较好。

习题 5.24 设二进制基带系统地分析模型如图 5-2 所示，现已知

$$H(w)=\begin{cases}\tau_0(1+\cos w\tau_0),|w|\le\dfrac{\pi}{\tau_0}\\ 0,\text{其它的w}\end{cases}$$

试确定该系统最高的码元传输速率 RB 及相应码元间隔 Ts.

解 ：

传输特性 H(w)为升余弦传输特性。有奈奎斯特准则，可求出系统最高的码元速率 $R_B=\frac{1}{2}\tau_0$ Baud，而 $T_s=2\tau_0$。

习题 5.25 若上题中

$$H(w)=\begin{cases}\frac{T_s}{2}(1+\cos w\frac{T_s}{2}),|w|\le\frac{2\pi}{T_s}\\ 0,\text{其它的w}\end{cases}$$

试证其单位冲击响应为

$$h(t)=\frac{\sin\pi t/T_s}{\pi t/T_s}*\frac{\cos\pi t/T_s}{1-4t^2/T_s^2}$$

并画出 h(t)的示意波形和说明用 $1/T_s$ Baud 速率传送数据时，存在(抽样时刻上)码间干扰否？

解 ：

*H(w)*可以表示为

$$H(w)=\frac{T_s}{2}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)(1+\cos w\frac{T_s}{2})$$

$G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)$ 傅式变换为

$$F^{-1}[G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)]=\frac{T_s}{2}Sa(\frac{2\pi t}{T_s})$$

而

$$H(w)=\frac{T_s}{2}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)(1+\frac{e^{j\frac{wT_s}{2}}+e^{-j\frac{wT_s}{2}}}{2})$$

$$=\frac{T_s}{2}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)+\frac{T_s}{4}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)e^{j\frac{wT_s}{2}}+\frac{T_s}{4}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)e^{-j\frac{wT_s}{2}}$$

所以

$$h(t)=\frac{T_s}{2}*\frac{2}{T_s}Sa(\frac{2\pi t}{T_s})+\frac{T_s}{4}*\frac{2}{T_s}Sa(\frac{2\pi(t+\frac{T_s}{2})}{T_s})+\frac{T_s}{4}*\frac{2}{T_s}Sa(\frac{2\pi(t-\frac{T_s}{2})}{T_s})$$

$$=Sa(\frac{2\pi t}{T_s})+\frac{1}{2}Sa(\frac{2\pi(t+\frac{T_s}{2})}{T_s})+\frac{1}{2}Sa(\frac{2\pi(t-\frac{T_s}{2})}{T_s})$$

$$=Sa(\frac{2\pi t}{T_s})-Sa(\frac{2\pi t}{T_s})*\frac{1}{1-T_s^2/4t^2}$$

$$=Sa(\frac{2\pi t}{T_s})*(1-\frac{1}{1-T_s^2/4t^2})$$

$$=Sa(\frac{2\pi t}{T_s})*(\frac{1}{1-4t^2/T_s^2})$$

$$=\frac{\sin\pi t/T_s}{\pi t/T_s}*\frac{\cos\pi t/T_s}{1-4t^2/T_s^2}$$

当传输速率 $R_B=\frac{1}{T_s}$ Baud 时，将不存在（抽样时刻上的）码间干扰，因为 $h(t)$满足 $h(KTs)=\begin{cases}1, k=0\\0, k\text{为其它的整数}\end{cases}$

习题 5.26 设有一相关编码系统，理想低通滤波器的截止频率为 1/(2Ts)，通带增益为 Ts。试求该系统的单位冲击响应和频率特性。

解：

理想低通滤波器的传递函数为

$$H(w)=\begin{cases}T_s, |w|\le\frac{\pi}{T_s}\\0, \text{其它的w}\end{cases}$$

其对应的单位冲击响应 $h'(t)=sa(\frac{\pi}{T_s}t)$

所以系统单位冲击响应

$$h(t)=[\delta(t)-\delta(t-2T_s)]*h'(t)=h'(t)-h'(t-2T_s)$$

$$=sa(\frac{\pi}{T_s}t)-sa[\frac{\pi}{T_s}(t-2T_s)]$$

系统的频率特性 $H(w)=[1-e^{jwT_s}]H'(w)=\begin{cases}T_s[1-e^{-2jwT_s}], |w|\le\frac{\pi}{T_s}\\0, \text{其它的w}\end{cases}$

$$|H(w)|=\begin{cases}2T_s\sin wT_s, |w|\le\frac{\pi}{T_s}\\0, \text{其它的w}\end{cases}$$

习题 5.27 若上题中输入数据为二进制的，则相关编码电平数为何值？若数据为四进制的，则相关编码电平数为何值？

解 相关编码表示式为 $C_k=b_k+b_{k-2}$

若输入数据为二进制(+1,-1)， 则相关编码电平数为 3；若输入数据为四进制(+3,+1,-1,-3)，则相关编码电平数为 7。 一般地，若部分相应波形为

$$g(t)=R_1\frac{\sin\pi t/T_s}{\pi t/T_s}+R_2\frac{\sin\pi(t-T_s)/T_s}{\pi(t-T_s)/T_s}+\cdots+R_N\frac{\sin\pi(t-(N-1)T_s)/T_s}{\pi(t-(N-1)T_s)/T_s}$$

输入数据为 L 进制，则相关电平数 $Q=(L-1)\sum_{i=1}^{N}|R_i|+1$

习题 5.28 试证明对于单极性基带波形，其最佳门限电平为 $V_d^*=\frac{A}{2}\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln\frac{p(0)}{p(1)}$

最小误码率 $pe=\frac{1}{2}\quad erfc(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n})$ （“1”和“0”等概出现时）

证明

对于单极性基带信号，在一个码元持续时间内，
抽样判决其输入端得到的波形可表示为

$$x(t)=\begin{cases}A+n_R(t)\text{发送“1}\\ n_R(t)\text{发送“0}\end{cases}$$

其中 $n_R(t)$ 为均值为 0，方差为 $\sigma^2{}_n$ 的高斯噪声，当发送“1”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n{}^2}]$$

而发送“0”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp[-\frac{x^2}{2\sigma_n{}^2}]$$

若令判决门限为 Vd,则将“1”错判为“0”的概率为

$$P_{el}=p(x<V_d)=\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n{}^2}]dx$$

将“0”错判为“1”的概率为

$$P_{e0}=p(x>V_d)=\int_{V_d}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\exp[-\frac{x^2}{2\sigma_n{}^2}]dx$$

若设发送“1”和“0”的概率分别为 p(1)和 p(0)，则系统总的误码率为

$$p_e=p(1)P_{e1}+p(0)P_{e2}$$

令 $\frac{dp_e}{dV_d}=0$，得到最佳门限电平 V_d^* 即解的最佳门限电平为

$$V_d^*=\frac{\sigma_n{}^2}{2A}\ln\frac{p(0)}{p(1)}$$

习题 5.29 若二进制基带系统，已知

(1) 若 *n(t)*的双边功率谱密度为 $\frac{n_0}{2}$ (W/Hz)，试确定 $G_R(w)$ 得输出噪声功率；

(2) 若在抽样时刻 *KT*(K 为任意正整数)上，接受滤波器的输出信号以相同概率取 0，*A* 电平，而输出噪声取值 *V* 服从下述概率密度分布的随机变量

试求系统最小误码率 *Pe.*

解 ：

(1) *GR(w)*的输出噪声功率谱密度为

接受滤波器 *GR(w)* 输出噪声功率为

(2) 设系统发送“1”时，接受滤波器的输出信号为 *A* 电平，而发送“0”时，接受滤波器的输出信号为 0 电平。若令判决门限为 *Vd,*则发送“1”错判为“0”的概率为

发送“0”错判为“1”的概率为

设发送“1”和“0”的概率分别为 $p(1)$和 $p(0)$，则总的错误概率为

习题 5.30 某二进制数字基带系统所传送的是单极性基带信号，且数字信息“1”和“0”的出现概率相等。 若数字信息为“1”时，接受滤波器输出信号在抽样判决时刻的值 A=1V，且接受滤波器输出噪声是均值为 0，均方根值为 0.2V 的高斯噪声，试求这时的误码率 Pe;

解：

用 p(1)和 p(0)分别表示数字信息“1”和“0”出现的概率，则 p(1)=p(0)=1/2，等概时，最佳判决门限为 V*d=A/2=0.5V. 已知接受滤波器输出噪声是均值为 0，均方根值为 0.2V 误码率

习题 5.31 若将上题中的单极性基带信号改为双极性基带信号，其他条件不变，重做上题。

解 ： 等概时采用双极性基带信号的几代传输系统的最小误码率

习题 5.32 设有一个三抽头的时域均衡器，x(t)在各抽样点的值依次为 x -2=1/8 x -1=1/8, x 0=1, x +1=1/4, x +2=1/16(在其他抽样点均为零)，试求输入波形 x(t)峰值的畸变值及时雨均衡其输出波形 y(t) 峰值的畸变值。

解

xk 的峰值的畸变值为

$$D_x = \frac{1}{x_0}\sum_{i=-2}^{2}|x_i| = \frac{1}{8}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16} = \frac{37}{48}$$

有公式

$$y_k = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k=i}$$ 得到

$$y_{-3} = C_{-1}x_{-2} = -\frac{1}{3}*\frac{1}{8} = -\frac{1}{24}$$

$$y_{-2} = C_{-1}x_{-1} + C_0 x_{-2} = -\frac{1}{3}*\frac{1}{3}+1*\frac{1}{8} = \frac{1}{72}$$

$$y_{-1} = C_{-1}x_0 + C_0 x_{-1} + C_0 x_{-2} = -\frac{1}{3}*1+1*\frac{1}{3}+(-\frac{1}{4})*\frac{1}{8} = -\frac{1}{32}$$

$$y_0 = C_{-1}x_1 + C_0 x_0 + C_1 x_{-1} = -\frac{1}{3}*\frac{1}{4}+1*1+(-\frac{1}{4})*\frac{1}{3} = -\frac{5}{6}$$

$$y_1 = C_{-1}x_2 + C_0 x_1 + C_1 x_0 = -\frac{1}{3}*\frac{1}{16}+1*\frac{1}{4}+(-\frac{1}{4})*1 = -\frac{1}{48}$$

$$y_2 = C_0 x_2 + C_1 x_1 = 1*\frac{1}{16}+(-\frac{1}{4})*\frac{1}{4} = 0$$

$$y_2 = C_1 x_2 = -\frac{1}{16}*\frac{1}{4} = -\frac{1}{64}$$

其余 yk 值为 0。

输出波形 yk 峰值的畸变值为

$$D_y = \frac{1}{y_0}\sum_{i=-3}^{3}|y_i| = \frac{6}{5}*(\frac{1}{24}+\frac{1}{32}+\frac{1}{72}+\frac{1}{48}+0+\frac{1}{64}) = \frac{71}{480}$$

第六章习题

习题 6.1 设有两个余弦波：$3\cos\omega t$ 和 $\cos(\omega t+30°)$，试画出它们的矢量图及它们之和的矢量图。

解：如图 6-1 所示。

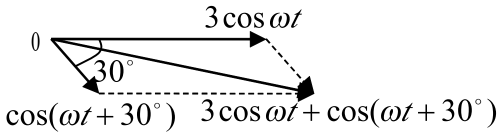


图 6-1 习题 6.1 图

习题 6.2 试画出图 6-2 中各点的波形。

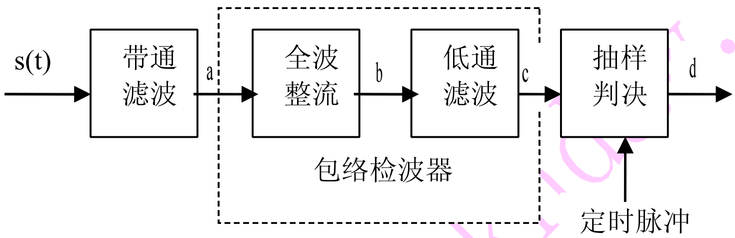


图 6-2 习题 6.2 图

解：各点波形如图 6-3 所示。

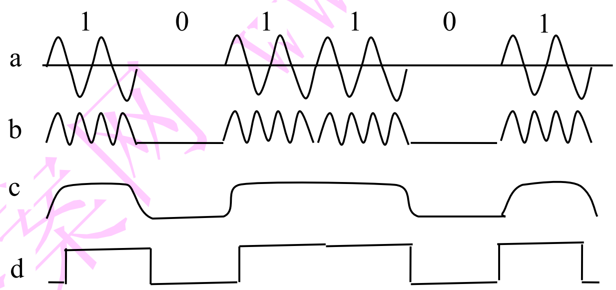


图 6-3 习题 6.2 图

习题 6.3 试画出图 6-4 中各点的波形。

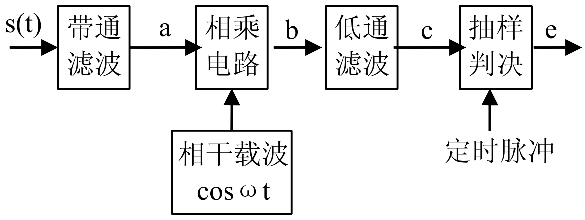


图 6-4 习题 6.3 图

解：各点波形如图 6-5 所示。

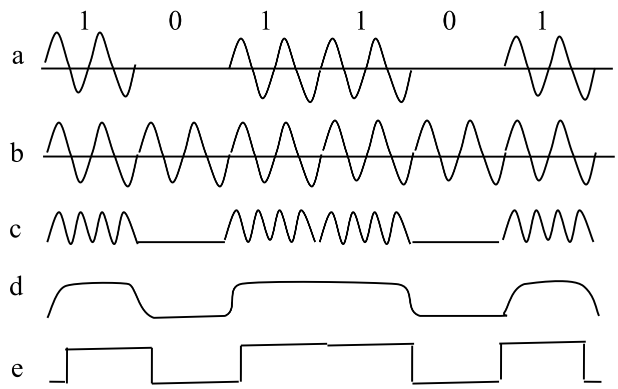


图 6-5

习题 6.4 试证明式 $p_1(V^*)=p_0(V^*)$。

证明：在对 ASK 信号进行包络检波时，整流器输出信号经过低通滤波后得到的包络电压 V(t)满足：当发送"1"时，它服从广义瑞利分布；当发送"0"时，它服从瑞利分布，即概率密度为

$$p(V)=\begin{cases}\dfrac{V}{\sigma_n^2}I_o\left(\dfrac{AV}{\sigma_n^2}\right)e^{(V^2+A^2)/2\sigma_n^2}, & \text{发送“1”时}\\[2mm] \dfrac{V}{\sigma_n^2}e^{-V^2/2\sigma_n^2}, & \text{发送“0”时}\end{cases}$$

当发送码元"1"时，错误接收为"0"的概率是包络 $V\le h$ 的概率，即有

$$P_{e1}=P(V\le h)=\int_0^h\frac{V}{\sigma_n^2}I_0\left(\frac{AV}{\sigma_n^2}\right)e^{-(V^2+A^2)/2\sigma_n^2}dV$$

$$=1-\int_h^\infty\frac{V^2}{\sigma_n^2}I_0\left(\frac{AV}{\sigma_n^2}\right)e^{-(V^2+A^2)/2\sigma_n^2}dV$$

$$=1-Q\left(\sqrt{2r},h_o\right)$$

式中，$r=A^2/2\sigma_n^2$，为信噪比；$h_o=h/\sigma_n$ 为归一化门限值。

同理，当发送码元"0"时，错误接收为"1"的概率是包络 $V\ge h$ 的概率，即有

$$P_{e0}=P(V\ge h)=\int_h^\infty\frac{V}{\sigma_n^2}e^{-V^2/2\sigma_n^2}dV=e^{-h^2/2\sigma_n^2}=e^{-h_0^2/2}$$

因此总误码率为

$$P_e=P(1)P_{e1}+P(0)P_{e0}=P(1)\left[1-Q\left(\sqrt{2r},h_o\right)\right]+P(0)e^{-h_0^2/2}$$

上式表明，包络检波法的误码率决定于信噪比 r 和归一化门限值 h_0。要使误码率最小，即使图 6-6 中两块阴影面积之和最小。由图可见，仅当 h_0 位于两条曲线相交之处，即 $h_0=h_0^*$ 时，阴影面积最小。因此，设此交点处的包络值为 V^*，则满足 $p_1(V^*)=p_0(V^*)$。得证。

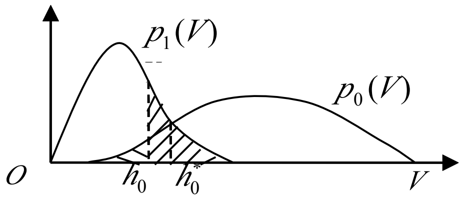


图 6-6 习题 6.4 图

习题 6.5 设有一个 2PSK 信号，其码元传输速率为 1000Bd，载波波形为 $A\cos\left(4\pi\times10^6 t\right)$。

（1） 试问每个码元中包含多少个载波周期？

（2） 若发送“0”和“1”的概率分别是 0.6 和 0.4，试求此信号的功率谱密度的表达式。

解：（1）由载波波形为 $A\cos\left(4\pi\times10^6 t\right)$ 可得，载波频率为 2×10^6 Hz，因此每个码元中包含 2000 个载波周期。

（2）2PSK 信号的功率谱密度为

$$P_{\text{2DPSK}}(f)=\frac{1}{4}\left[P_s(f-f_c)+P_s(f+f_c)\right]$$

式中，$f_c=2\times10^6$ Hz，为载波频率，$f_s=1000$；P_s 为基带信号双极性矩形脉冲的功率谱密度：

$$P_s(f)=4f_sP(1-P)|G(f)|^2+\sum\left|f_s(2P-1)G(mf_s)\right|^2\delta(f-mf_s)$$

$$G(f)=T_s\frac{\sin\pi f T_s}{\pi f T_s}$$

则

$$P_{\text{2DPSK}}(f)=f_sP(1-p)\left[|G(f-f_c)|^2+|G(f+f_c)|^2\right]+$$

$$\frac{1}{4}f_s^2(2P-1)^2|G(0)|^2\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right]$$

$$=\frac{240}{\pi^2}\left\{\left|\frac{\sin\frac{\pi\left(f-2\times10^6\right)}{1000}}{f-2\times10^6}\right|^2+\left|\frac{\sin\frac{\pi\left(f+2\times10^6\right)}{1000}}{f+2\times10^6}\right|^2\right\}+$$

$$10^{-2}\left[\delta\left(f-2\times10^6\right)+\delta\left(f+2\times10^6\right)\right]$$

习题 6.6 设有一个 4DPSK 信号，其信息速率为 2400 b/s，载波频率为 1800 Hz，试问每个码元中包含多少个载波周期？

解：4DPSK 信号的码元速率为

$$R_{\text{B}}=R_{\text{b}}/\log_2 4=2400/2=1200\ \text{Bd}$$

所以每个码元中包含$\frac{1800}{1200}=1.5$个载波周期。

习题 6.7 设有一个 2DPSK 传输系统对信号采用 A 方式编码，其码元速率为 2400 Bd，载波频率为 1800 Hz。若输入码元序列为 011010，试画出此 2DPSK 信号序列的波形图。

解： 如图 6-7 所示。

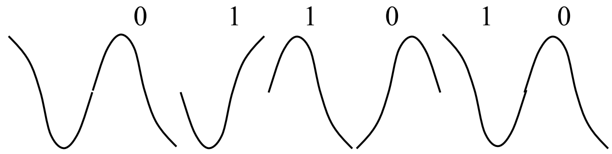


图 6-7 习题 6.7 图

习题 6.8 设一个 2FSK 传输系统的两个载频分别等于 10 MHz 和 10.4 MHz，码元传输速率为2×10^{6} Bd，接收端解调器输入信号的峰值振幅$A=40\ \mu\text{V}$，加性高斯白噪声的单边功率谱密度$n_0=6\times10^{-18}$ W/Hz 。试求：

（1） 采用非相干解调（包络检波）时的误码率；

（2） 采用相干解调时的误码率。

解：（1） 2FSK 信号采用非相干解调时的误码率$P_e=\frac{1}{2}e^{-r/2}$。

信号带宽为 $B=\left|f_1-f_0\right|+2R_B=0.4\times10^6+2\times2\times10^6=4.4\times10^6$ Hz

$$r=\frac{A^2}{2\sigma_n^2}=\frac{\left(40\times10^{-6}\right)^2}{2n_0B}=\frac{1600\times10^{-12}}{2\times6\times10^{-18}\times4.4\times10^6}=3.3$$

因此，$P_e=\frac{1}{2}e^{-r/2}=1.31\times10^{-7}$。

（2） 2FSK 信号采用相干解调时的误码率为

$$P_e=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left[\sqrt{r/2}\right]\overset{r>>1}{=\!=}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,r}e^{-r/2}=0.19\times10^{-7}$$

习题 6.9 设在一个 2DPSK 传输系统中，输入信号码元序列为 0111001101000，试写出其变成相对码后的码元序列，以及采用 A 方式编码时发送载波的相对相位和绝对相位序列。

解：

原 码：	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
相对码：	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0

绝对相位：0 π π π 0 0 π π 0 π 0 0 0

相对相位：0 π 0 π π π 0 π π 0 0 0 0

习题 6.10 试证明用倍频-分频法提取 2PSK 信号的载波时，在经过整流后的信号

频谱中包含离散的载频分量。

证明： 2PSK 信号经过倍频-分频电路后，输出信号频率与载波频率相同，但此时信号中不再仅有交流成分，而是包含直流成分，根据第 5 章的知识可知：包含有直流成分的周期信号（频率与载波相同）的频谱中包含离散的载频分量。

习题 6.11 试画出用正交调幅法产生 16QAM 信号的方框图。

解： 如图 6-8 所示。

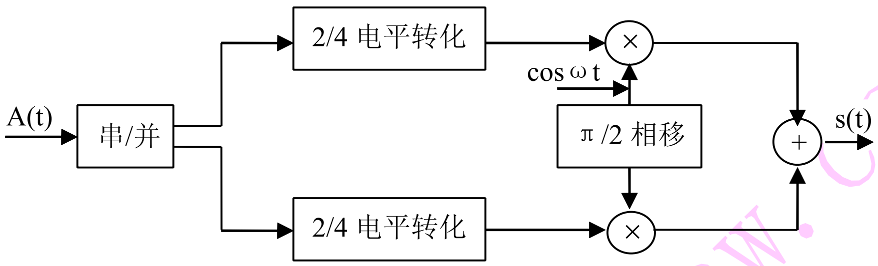


图 6-8 习题 6.11 图

习题 6.12 试证明在等概率出现条件下 16QAM 信号的最大功率和平均功率之比为 1.8；即 2.55 dB。

解： 等概率条件下，QAM 信号的最大功率与平均功率之比为

$$\xi_{\mathrm{QAM}}=\frac{L(L-1)^2}{2\sum_{i=1}^{L/2}(2i-1)^2}$$

对于 16QAM 来说，L=4，因此 $\xi_{16\mathrm{QAM}}=1.8=2.55$ dB。

习题 6.13 试比较多进制信号和二进制信号的优缺点。

解： 当传码率相同时，多进制信号比二进制信号更多地携带信息量，因此，其传信率高于二进制。这样在占用相同信道带宽的情况下，多进制的频带利用率高于二进制。

当传信率相同时，多进制信号的码速低于二进制信号，从而占用较小的信道带宽。

利用多进制信号传输的主要缺点是，其抗噪性能比较差，只有当信道噪声比较小时才能保证有足够小的误比特率。

第七章习题

习题 7.1 在插入导频法提取载频中，若插入的导频相位和调制截频的相位相同，试重新计算接收端低通滤波器的输出，并给出输出中直流分量的值。

解： 接收低通滤波器的输入为：

$$\begin{aligned} s_0(t)\sin\omega_0 t &= (Am(t)\sin\omega_0 t + A\sin\omega_0 t)\sin\omega_0 t \\ &= (Am(t)+A)\sin\omega_0 t\sin\omega_0 t \\ &= \frac{1}{2}(Am(t)+A)(1-\cos 2\omega_0 t) \end{aligned}$$

接收低通滤波器的输出为：

$$S_{\mathrm{LPF}}(t) = \frac{1}{2}(Am(t)+A)$$

可以看出，输出中的直流分量的值为：

$$S_{\mathrm{dc}}(t) = A/2$$

习题 7.2 设载波同步相位误差 $\theta = 10°$，信噪比 $r = 10\,\mathrm{dB}$。试求此时 2PSK 信号的误码率。

解： $P_e = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{r}\cos\theta) = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{10}\cos 10°) \approx \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(3.114) \approx 5\times 10^{-6}$

习题 7.3 试写出存在载波同步相位误差条件下的 2DPSK 信号误码率公式：

解： 非相干 2DPSK

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r\cos^2\theta}$$

相干 2DPSK

$$P_e = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{r}\cos\theta)\left(1-\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{r}\cos\theta\right)\right)$$

习题 7.4 设接收信号的信噪比等于 $10\,\mathrm{dB}$，要求位同步误差不大于 5%。试问应该如何设计窄带滤波器的宽带才能满足上述要求？

解： 由题意得：

同步误差 $\frac{\left|\bar{\varepsilon}\right|}{T} = \frac{0.33}{\sqrt{10KE_b/n_0}} \le 5\%$，信噪比 $\frac{E_b}{n_0} = 10\,\mathrm{dB} = 10$。推得 $\frac{\left|\bar{\varepsilon}\right|}{T} = 0.33/\sqrt{10K} \le 0.05$，则 $K \ge 4.356$。

习题 7.5 设一个 5 位巴克码序列的前、后都是：“+1”码元，试画出其自相关函

数曲线。

解：该巴克码序列为：$+(+++-+)+$，计算可得自相关函数为：

$$R(0)=5, R(1)=2, R(2)=1, R(3)=0, R(4)=1, R(5)=2, R(6)=1$$

由此画出巴克码（$N=5$）的自相关函数曲线如图 7-1 所示。

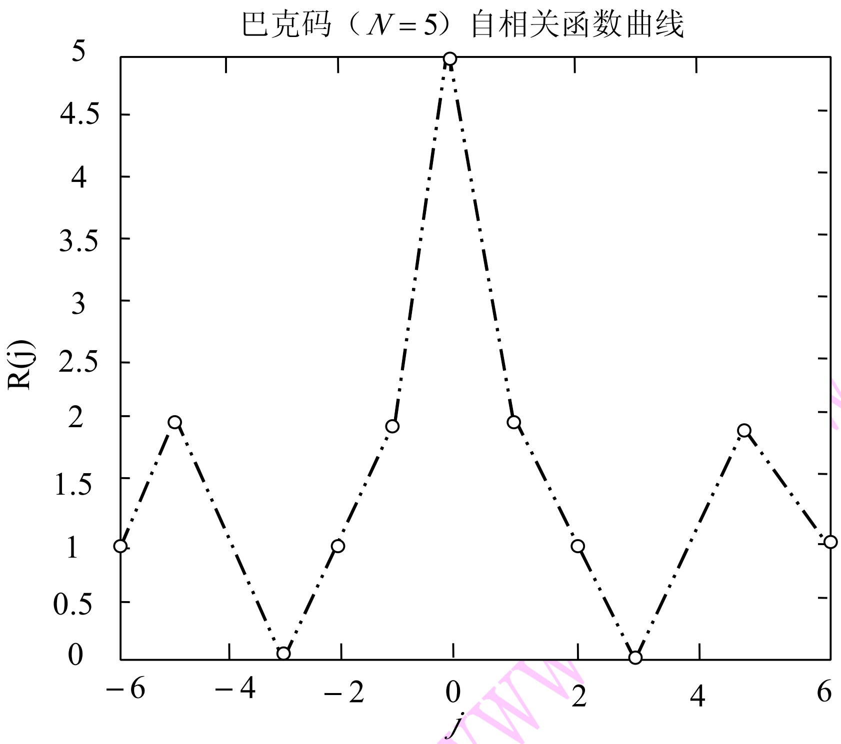


图 7-1 习题 7.5 图

习题 7.6 设用一个 7 位巴克码作为群同步吗，接收误码率为10^{-4}。试分别求出容许错误数为 0 和 1 时的漏同步概率。

解：需检验的同步码元数$n=7$，检验时容许错误的最大码元数$m=0$或 1，接收码元错误概率$p=10^{-4}$。

当$m=0$时，漏同步概率为

$$P_1=1-\sum_{r=0}^{m}C_n^r p^r(1-p)^{n-r}=1-(1-10^{-4})^7\approx 7\times10^{-4}$$

当$m=1$时，漏同步概率为

$$P_1=1-\sum_{r=0}^{m}C_n^r p^r(1-p)^{n-r}=1-(1-10^{-4})^7-7\times10^{-4}\times(1-10^{-4})^6\approx 4.2\times10^{-9}$$

习题 7.7 在上题条件下，试分别求出其假同步概率。

解：条件同上题。

当$m=0$时，假同步概率为：

$$P_f = \frac{\sum_{r=0}^{m} C_n^r}{2^n} = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$$

当 $m=1$ 时，假同步概率为：

$$P_f = \frac{\sum_{r=0}^{m} C_n^r}{2^n} = \frac{C_7^0 + C_7^1}{2^7} = \frac{1+7}{128} = \frac{1}{16}$$

习题 7.8　设一个二进制通信系统传输信息的速率为 $100\ \text{b/s}$，信息码元的先验概率相等，要求假同步每年至多发生一次。试问其群同步码组的长度最小应设计为多少？若信道误码率为 10^{-5}，试问此系统的漏同步率等于多少？

解：（1） $m=0$ 时，令相应式中 $r=0$，得

$$p_1 = 1 - C_n^0 P^0 (1-P^{n-0}) = 1 - P^0 (1-P^{n-0}) = 1-(1-10^{-4})^7 \approx 1-(1-7\times10^{-4}) = 7\times10^{-4}$$

$$P_f = 2^{-n} C_n^0 = 2^{-n} = 2^{-7} = 7.8215\times10^{-3}$$

$$t_s = (1+P_1+P_f)NTs = (1+7\times10^{-4}+7.8125\times10^{-3})\times(153+7)\times1\times10^{-3} \approx 161.3\ \text{ms}$$

（2）m=1 时，可得

$$p_1 = 1 - C_n^0 P^0 (1-P)^{n-0} - C_n^1 P^1 (1-P)^{n-1} = 1-(1-10^{-4})^7 - 7\times10^{-4}(1-10^{-4})^6$$

$$\approx 1-(1-7\times10^{-4}) - 7\times10^{-4}\times(1-6\times10^{-4}) = 4.2\times10^{-7}$$

$$P_f = 2^{-n}(C_n^0 + C_n^1) = 2^{-7}(1+7) = 6.25\times10^{-2}$$

$$t_s = (1+P_1+P_f)NTs = (1+4.2\times10^{-7}+0.0625)\times(153+7)\times1\times10^{-3} \approx 170\ \text{ms}$$

习题 7.9　设一条通信链路工作在标称频率 $10\ \text{GHz}$，它每天只有一次很短的时间工作，其中的接收机锁相环捕捉范围为 $\pm 1\text{kHz}$。若发射机和接收机的频率源相同，试问应选用哪种参考频率源？

解：标称频率 $f_0 = 10\ \text{GHz}$，发射机和接收机参考频率间的误差 $\Delta f = 1\ \text{kHz}$。则每天最大容许误差为

$$\delta = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1\times10^3}{10\times10^9} = 10^{-7}$$

所以参考频率源可以选择高质量的晶体振荡器，其 δ 的取值范围为 $10^{-9} \sim 10^{-11}$。

习题 7.10　设有一个探空探测火箭以 15km/s 的标称速度离开地球，其速度误差为 $\pm 3\ \text{m/s}$，探测器上的参考频率漂移速率不大于 $10^{-9}\ \text{Hz/(Hz·day)}$，标称下行传输频率为 $8\ \text{GHz}$，火箭经过 30 天飞行后才开始向地球终端站发送消息，地球站采用铯原子钟。试求地球站应该应用的中心频率和频率搜索宽带。

解：相对速度 V=−15 km/s（距离增长），发射机的每天最大容许误差 $\delta = 10^{-9}$，标称发送频率为 $f_0 = 8\ \text{GHz}$，时间 $T=30$ 天，初始频率偏移 $\Delta f(0) = 0$，由于地球站应用铯原子钟，所以接收站的每天最大容许误差 $\delta = 10^{-14}$。

地球站应该采用的中心频率为：

$$f \approx (1-\frac{V}{c})f_0 = \left(1-\frac{-15\times10^3}{3\times10^8}\right)\times8\times10^9 = 8.004\times10^9$$

30 天后探测器上发射机的频率偏移为

$$\Delta f_1(t) = f_0\int_0^T \delta dt + \Delta f(0) = f_0\delta T + \Delta f(0) = 8\times10^9\times10^{-9}\times30+0 = 240\text{ Hz}$$

30 天后地球站的接收机的频率偏移为：

$$\Delta f_2(t) = f\int_0^T \delta dt + \Delta f(0) = f\delta T + \Delta f(0) = 8.004\times10^9\times10^{-13}\times30+0 = 0.0240012\text{ Hz}$$

所以地球站应该采用的频率搜索带宽为：

$$B = 2\Delta f_1(30) = 480\text{ Hz}$$

第八章习题

习题 8.1 试证明式 $P(0)f_0(r)-P(1)f_1(r)<0$ 和式 $P(0)f_0(r)<P(1)f_1(r)$。

证明： 由教材知，一个二进制系统的总误码率为

$$P_{\rm e}=P(1)\int_{A_0}f_1(r)dr+P(0)\int_{A_1}f_0(r)dr$$

式中，P(0)和 P(1)分别为发送码元“0”和“1”的先验概率；$f_0(r)$ 和 $f_1(r)$ 分别为出现“0”和“1”码元时 $r(t)$ 的概率密度函数。

对于接受信号 r，假定划分点为 r_0，将接受信号空间划分为 A_0 和 A_1，如图 8-1 所示。

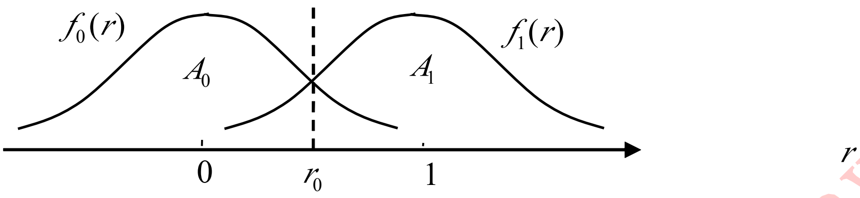


图 8-1　习题 8.1 图

则：

$$P_{\rm e}=P(1)\int_{-\infty}^{r_0}f_1(r)dr+P(0)\int_{r_0}^{+\infty}f_0(r)dr$$

要保证 $P_{\rm e}$ 最小，则最佳划分点 r_0 满足：$\dfrac{\partial P_{\rm e}}{\partial r_0}=0$，

即

$$P(1)f_1(r_0)-P(0)f_0(r_0)=0$$

对于落入 A_1 区间内的 r> r_0，此时

$$P(1)f_1(r)-P(0)f_0(r)>0$$

即
$$P(0)f_0(r)<P(1)f_1(r)$$

习题 8.2 试求出例 8.1 中输出信号波形 $s_0(t)$ 的表达式。

解： 由 $s(t)=\begin{cases}1, & 0\le t\le T\\ 0, & 其他\end{cases}$，可得匹配滤波器的特性为

$$h(t)=s(T-t)=\begin{cases}1, & 0\le t\le T\\ 0, & 其他\end{cases}$$

输出信号波形的表达式为

$$s_0(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}s(t-\tau)h(\tau)d\tau=\begin{cases}t, & 0\le t\le T\\ T-t, & T<t\le 2T\\ 0, & 其他\end{cases}$$

习题 8.3 设一个二进制基带传输系统的传输函数为

$$H(f)=\begin{cases}T(1+\cos 2\pi fT), & |f|=1/2T\\ 0, & 其他\end{cases}$$

式中，$H(f)=G_T(f)C(f)G_R(f)$， $C(f)=1$， $G_T(f)=G_R(f)=\sqrt{H(f)}$。

（1） 若接受滤波器输入输出端的双边噪声功率谱密度为 $n_0/2$（W/Hz）,试求接收滤波器输出噪声功率。

（2） 若系统中传输的是二进制等概率信号，在抽样时刻接受滤波器输出信号电平取值为 0 或 A，而输出噪声电压 N 的概率密度函数为

$$f(N)=\frac{1}{2\lambda}e^{-|N|/\lambda},\quad \lambda>0 \qquad （为常数）、$$

试求用最佳门限时的误码率。

解：（1）由接受滤波器 $G_R(f)$ 输入噪声的双边功率谱密度为 $n_0/2$，可得其输出噪声双边功率谱密度为

$$P_0(f)=\frac{n_0}{2}|G_R(f)|^2$$

由题意得
$$|G_R(f)|^2=H(f)$$

故
$$P_0(f)=\frac{n_0}{2}H(f)=\frac{n_0}{2}T(1+\cos 2\pi fT)$$

接受滤波器输出噪声功率为

$$N_0=\int_{-1/2T}^{1/2T}P_0(f)df=\int_{-1/2T}^{1/2T}\frac{n_0}{2}T(1+\cos 2\pi fT)df=\frac{n_0}{2}$$

（2）对于二进制等概率信号，系统误码率为

$$P_e=P(s_1)P(s_0/s_1)+P(s_0)P(s_1/s_0)=\frac{1}{2}[P(s_0/s_1)+P(s_1/s_0)]$$

设判决门限为 V_d，则此单极性系统的差错概率分别为

$$P(s_0/s_1)=\int_{-\infty}^{V_d}f_1(x)dx,\qquad P(s_1/s_0)=\int_{V_d}^{\infty}f_0(x)dx$$

式中，$f_1(x)$ 和 $f_0(x)$ 分别为“1”码和“0”码所对应的抽样信号的概率密度函

$$f_1(x)=\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x-A|}{\lambda}\right],\qquad f_0(x)=\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x|}{\lambda}\right]$$

他们的图形如图 8-2 所示。

由图 8-2 可以看出，当 $V_d=A/2$ 时，总误码率为最小值，此时

$$P(s_0/s_1)=P(s_1/s_0)$$

$$P_e=P(s_1/s_0)=\int_{A/2}^{\infty}\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{x}{\lambda}\right]dx=\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{A}{2\lambda}\right]$$

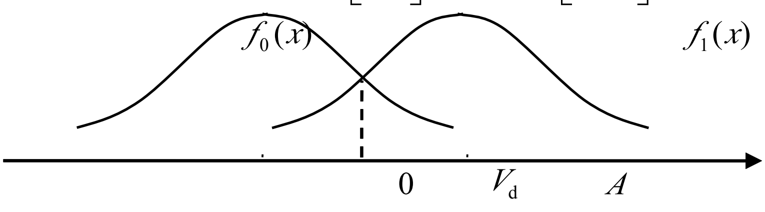


图 8-2 习题 8.3 图

习题 8.4 设二进制单极性信号传输系统中信号“0”和“1”是等概率发送的。

（1） 若接收滤波器在收到“1”时，在抽样时刻的输出信号电压为 1 V，输出的高斯噪声电压平均值为 0 V，均方根值为 0.2 V，试问在最佳判决门限下的误码率等于多少？

（2） 若要求误码率不大于10^{-4}，试问这时的信号电压至少应该多大？

解：（1）由题意，噪声的方差 $\sigma_{\varepsilon}=0.2$ V，则噪声平均功率 $P_n=\sigma_{\varepsilon}^2=0.2^2=0.04$

信号平均功率 $P_s=0.5$，则

$$\frac{E_b}{n_0}=\frac{P_s}{P_n}=\frac{0.5}{0.04}=12.5$$

对于二进制单极性传输系统，最佳判决门限下的误码率为

$$P_e=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{E_b/4n_0})=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{12.5/4})=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{3.125})=0.0062$$

（2）若要求 $P_e\le 10^{-4}$，假定信号电压为 A，即

$$P_e=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\sqrt{E_b/4n_0}=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\sqrt{A^2\times 12.5/4}\le 10^{-4}$$

可求得 $A\ge 1.49$ V 。即这时的信号电压至少为 1.49 V。

习题 8.5 设二进制双极性信号基带传输系统中，信号“0”和“1”是等概率发送的，在接受匹配滤波器输出端抽样点上输出的信号分量电压为+1V 或-1V，输出的噪声分量电压的方差等于 1。试求其误码率。

解： 由题意，噪声的方差$\sigma_{\varepsilon}=1V$，噪声平均功率 $P_n=\sigma_{\varepsilon}^2=1^2=1$，信号平均功率 $P_s=1$，则

$$\frac{E_b}{n_0}=\frac{P_s}{P_n}=\frac{1}{1}=1$$

对于二进制双极性传输系统，最佳判决门限下的误码率为

$$P_e=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{E_b/n_0})=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{1})\approx 0.079$$

习题 8.6 设二进制双极性信号最佳传输系统中，信号“0” 和“1”是等概率发送的，信号码元的持续时间为 T，波形为幅度等于 1 的矩形脉冲。系统中加性高斯白噪声的双边功率谱密度等于10^{-4} W/Hz 。试问为使误码率不大于10^{-4}，最高传输速率可以达到多高？

解：由题意，$n_0/2=10^{-4}$ W/Hz，因为：$\dfrac{E_b}{n_0}=\dfrac{P_s}{P_n}=\dfrac{1}{n_0 B}$，二进制双极性最佳传输系统的误码率为

$$P_e=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{E_b/n_0})=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{1/n_0 B})\le 10^{-4}$$

查表可得：$\sqrt{1/n_0 B} \geq 2.63$，可求得 $B \leq 732$ Hz。故最高传输速率可达到 $B/2 = 362$ b/s。

习题 8.7 设二进制双极性信号最佳传输系统中，信号“0”和“1”是等概率发送的，信号传输速率为 $56\,\text{kb/s}$，波形为不归零矩形脉冲，系统中加性高斯白噪声的双边功率谱密度为 10^{-4} W/Hz。试问为使误码率不大于 10^{-4}，需要的最小接受信号功率等于多少？

解：由题意，$n_0/2 = 10^{-4}$ W/Hz，信号的传输速率为 $56\,\text{kb/s}$，假设接受滤波器的频率特性为理想矩形，则带宽 B=2×56=112 kHz，此条件下，系统的输入噪声功率为

$$P_{\text{n}} = n_0 B = 2\times10^{-4}\times112\times10^3 = 22.4\ \text{W}$$

设接收信号功率为 P_{s}，则

$$P_{\text{e}} = \frac{1}{2}\text{erfc}\sqrt{E_{\text{b}}/n_0} = \frac{1}{2}\text{erf}c\sqrt{P_{\text{s}}/22.4} \leq 10^{-4}$$

可求得：$P_s \geq 154.9$ W，则需要的最小接收信号功率等于 154.9 W。

第九章习题

习题 9.1 设在一个纯 ALOHA 系统中，分组长度 $\tau = 20$ ms，总业务到达率 $\lambda_t = 10$ pkt/s，试求一个消息成功传输的概率。

解：由题意，$\tau = 20\,\text{ms}$，$\lambda_t = 10\,\text{pkt/s}$，则系统的总业务量为

$$P = \lambda_t \tau = 10 \times 20 \times 10^{-3} = 0.2$$

纯 ALOHA 系统吞吐量满足 $p = P\mathrm{e}^{-2P}$，一个消息成功传输的概率为

$$P_s = p/P = \mathrm{e}^{-2P} = \mathrm{e}^{-2\times 0.2} = \mathrm{e}^{-0.4} = 0.67$$

习题 9.2 若上题中的系统改为 S-ALOHA 系统，试求这时消息成功传输的概率。

解：S-ALOHA 系统的吞吐量满足 $p = P\mathrm{e}^{-P}$，这时消息成功传输的概率为

$$P_s = p/P = \mathrm{e}^{-P} = \mathrm{e}^{-0.2} \approx 0.82$$

习题 9.3 在上题的 S-ALOHA 系统中，试求一个消息分组传输时和另一个分组碰撞的概率。

解：其概率为：$1 - P_s = 1 - 0.82 = 0.18$。

习题 9.4 设一个通信系统共有 10 个站，每个站的平均发送速率等于 2 分组/秒，每个分组包含 1350b，系统的最大传输速率（容量）$R = 50\,\text{kb/s}$，试计算此系统的归一化通过量。

解：由题意，$b = 1350\,\text{b}, \lambda = 10 \times 2 = 20\,\text{pks/s}$，则归一化通过量为

$$p = b\lambda/R = 1350 \times 20/50000 = 0.54$$

习题 9.5 试问在三种 ALOHA 系统（纯 ALOHA，S-ALOHA 和 R-ALOHA）中，哪种 ALOHA 系统能满足上题的归一化通过量要求。

答：R-ALOHA。因为纯 ALOHA 与 S-ALOHA 的最大通过量分别为 0.18 和 0.37。

习题 9.6 在一个纯 ALOHA 系统中，信道容量为 64kb/s，每个站平均每 10s 发送一个分组，即使前一分组尚未发出（因碰撞留在缓存器中），后一分组也照常产生。每个分组包含 3000b。若各站发送的分组按泊松分布到达系统，试问该系统能容纳的最多站数。

解：对于纯的 ALOHA，可用的带宽为：$0.18 \times 64 = 11.52\,\text{kb/s}$。

每个站需要的带宽为：3000/10=300 b/s=0.3kb/s。

故系统能容纳的最多站数为：N=11.52/0.3=38.4≈38。

习题 9.7 一个纯 ALOHA 系统中共有三个站，系统的容量是 64kb/s。3 个站的平均发送速率分别为：7.5 kb/s，10 kb/s 和 20 kb/s。每个分组长 100 b。分组的到达服从

泊松分布。试求出此系统的归一化总业务量、归一化通过量、成功发送概率和分组成功到达率。

解：由题意，b=100b，R=64kb/s，系统的总业务量为

$$P'=7.5+10+20=37.5\ \text{kb/s}$$

则此系统的归一化总业务量为

$$P=P'/R=37.5/64=0.586$$

纯 ALOHA 系统的归一化通过量为

$$p=Pe^{-2P}=0.586\times e^{-2\times 0.586}\approx 0.18$$

故成功发送概率为 $P_s=p/P=0.18/0.586\approx 0.31$

又因为系统的总业务量 $P'=b\lambda_t$，则系统的总业务到达率为

$$\lambda_t=P'/b=37.5/0.1=375\,\text{pks/s}$$

分组成功到达率为 $\lambda=\lambda_t P_s=375\times 0.31\approx 116\,\text{pks/s}$

习题 9.8 试证明纯 ALOHA 系统的归一化通过量的最大值为 1/2e，此最大值发生在归一化总业务量等于 0.5 处。

证明：纯 ALOHA 系统的归一化通过量和归一化总业务量的关系为：$p=Pe^{-2P}$。

当 p 最大时，有：$\dfrac{\partial p}{\partial P}=e^{-2P}-2Pe^{-2P}=0$

可求得 P=0.5，$p_{\max}=0.5\times e^{-2\times 0.5}=1/2e$。

习题 9.9 设在一个 S-ALOHA 系统中有 6000 个站，平均每个站每小时需要发送 30 次，每次发送占一个 500 us 的时隙。试计算该系统的归一化总业务量。

解：由题意，$\lambda_t=6000\times 30/3600=50$ 次/秒，$\tau=500\ \mu s$，则系统的归一化总业务量为

$$P=\lambda_t\tau=50\times 500\times 10^{-6}=0.025$$

习题 9.10 设在一个 S-ALOHA 系统中每秒共发送 120 次，其中包括原始发送和重发。每次发送需占用一个 12.5 ms 的时隙。试问：

（1） 系统的归一化总业务量等于多少？

（2） 第一次发送就成功的概率等于多少？

（3） 在一次成功发送前，刚好有两次碰撞的概率等于多少？

解：由题意，λ_t=120 次/秒， τ=12.5 ms。

（1） $P=\lambda_t\tau=120\times 12.5\times 10^{-3}=1.5$。

（2） $P(0)=e^{-\lambda_t\tau}=e^{-1.5}=0.223$。

（3） $p_3=\left(1-e^{-P}\right)^2 e^{-P}=(1-0.223)^2\times 0.223=0.135$。

习题 9.11 设在一个 S-ALOHA 系统中测量表明有 20%的时隙是空闲的。试问：

（1） 该系统的归一化总业务量等于多少？

（2） 该系统的归一化通过量等于多少？

（3） 该系统有没有过载？

解：根据例 9-11，可得

$$P=-\ln(0.2)=1.61$$

$$p = Pe^{-P} = 1.61\times e^{-1.61} = 1.61\times 0.2 = 0.322$$

因为 P>1，所有系统过载。

习题 9.12 设一个令牌环形网中的令牌由 10 个码元组成，信号发送速率为 10 Mb/s，信号在电缆上的传输速率是 200 m/us。试问使信号延迟 1 码元的电缆长度等于多少米？当网中只有 3 个站工作（其他站都关闭）时，需要的最小的电缆总长度为多少米？

解：信号发送速率为 10 Mb/s，则延迟 1 码元的时间为 1/10 us。

又信号的传输速率是 200 m/us，则使信号延迟 1 码元的电缆长度为

$$L = 200\times\frac{1}{10} = 20 \quad \text{m}$$

10 个码元的令牌持续时间为 1 us，假设工作的 3 个站接口的延迟时间都为 1 码元，则环网的总延迟时间（电缆的延迟时间和各接口的延迟时间之和）不能小于令牌的长度，故需要的最小电缆总长度为

$$10L - 3L = 7L = 7\times 20 = 140 \quad \text{m}$$

习题 9.13 设一条长度为 10 km 的同轴电缆上，接有 1000 个站，信号在电缆上传输速度为 200 m/us，信号发送速率为 10 Mb/s，分组长度为 5000 b。试问：

（1） 若用纯 ALOHA 系统，每个站最大可能发送分组速率等于多少？

（2） 若用 CSMA/CD 系统，每个站最大可能发送分组速率等于多少？

解：（1）纯 ALOHA 中，发送分组不用等待。理想情况下，各站一个接一个发送分组，互不干扰，发送分组的最大速率为

$$10M/(5000\times 1000) = 2 \quad \text{pkt/s}$$

（2）对于 CSMA/CD 系统，信号传输速率为 200 m/s，对于 10 km 电缆，单程传播时间为 $t = 10\times 10^3 / 200 = 50\ \mu\text{s}$

CSMA/CD 系统发送一个分组必须等待的时间为：2t=100 us=0.1 ms。

故每个站的最大可能发送分组速率为：$10M\times 0.1\,\text{ms}/5000 = 0.2\,\text{pkt/s}$。

习题 9.14 设 3 级线性反馈移位寄存器的特征方程为：$f(x) = 1 + x^2 + x^3$。试验证它为本原多项式。

解：由题意 n=3，所以 $m = 2^n - 1 = 7$。

而 $$x^m+1=x^7+1=\left(x^3+x^2+1\right)\left(x^4+x^3+x^2+1\right)$$

上式说明 f(x)可整除 x^7+1，且 f(x)既约，除不尽 x^6+1， x^5+1， x^4+1，所以 f(x)为本原多项式。

习题 9.15 设 4 级线性反馈移存器的特征方程为：$f(x)=1+x+x^2+x^3+x^4$，试证明此移位寄存器产生的不是 m 序列。

证明：方法一。由题意 n=4，得 $m=2^n-1=15$。因为

$$(x+1)\left(x^4+x^3+x^2+x+1\right)=x^5+1$$

f(x)可整除 x^5+1，故 f(x)不是本原多项式，它所产生的序列不是 m 序列。

方法二。由特征多项式 $f(x)=1+x+x^2+x^3+x^4$ 构成的 4 级线性反馈移位寄存器如图 9-1 所示。

假设初始状态为：1 1 1 1

状态转换为： 0 1 1 1

1

1 1

1 1

0 1

1 1 1 0

1 1 1 1

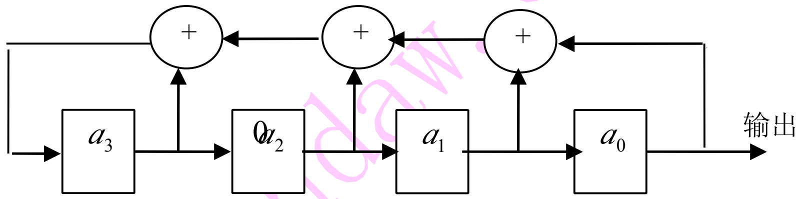


图 9-1 习题 9.15

可见输出序列的周期为 $6\neq 2^4-1=15$，故不是 m 序列。

习题 9.16 设有一个 9 级线性反馈移存器产生的 m 序列，试写出其一个周期内不同长度游程的个数。

解：该 m 序列中共有 $2^8=256$ 个游程。

根据 m 序列游程分布的性质，长度为 k 的游程数目占游程总数的 2^{-k} $1\le k\le(n-1)$

而且在长度为 k 的游程中[其中 $1\le k\le(n-2)$，连“1”和连“0”的游程各占一半。所以：

长度为 1 的游程有 128 个，“1”和“0”各为 64 个；

长度为 2 的游程有 64 个，“11”和“00”各为 32 个；

长度为 3 的游程有 32 个，“111”和“000”各为 16 个；

长度为 4 的游程有 16 个，“1111”和“0000”各为 8 个；

长度为 5 的游程有 8 个，“11111”和“00000”各为 4 个；

长度为 6 的游程有 4 个，“111111”和“000000”各为 2 个；

长度为 7 的游程有 2 个，“1111111”和“0000000”各为 1 个；

长度为 8 的游程有 1 个，即“00000000”；

长度为 9 的游程有 1 个，即“111111111”；

第十章习题

习题 10.1 设有两个码组“0101010”和“1010100”，试给出其检错能力、纠错能力和同时纠错的能力。

解：两个码组的最小码距为：d_o=6

由 $d_o \geq$e+1,得 e=5,即可以检错 5 位。

由 $d_o \geq$2t+1,得 t=2，即可以纠错 2 位。

由 $d_o \geq$e+t+1,得 e=3,t=2,即可以纠错 2 位，同时检错 3 位。

习题 10.2 设一种编码中共有如下 8 个码组：000000，001110，010101，011011，100011，101101，110110，111000 试求出其最小码距，并给出其检错能力、纠错能力和同时纠检错的能力。

解：此 8 个码组的最小码距为：d_o=3。

由 $d_o \geq$e+1,得 e=2,即可以检错 2 位。

由 $d_o \geq$2t+1,得 t=1，即可以纠错 1 位。

由 $d_o \geq$e+t+1,得 e=1,t=1,即可以纠错 1 位，同时检错 1 位。

习题 10.3 设有一个长度为 n=15 的汉明码，试问其监督位 r 应该等于多少？其码率等于多少？其最小码距等于多少？试写出其监督位和信息位之间的关系。

解：由 $n=2^r-1$，n=15，得 r=4，即监督位 4 位。

码率为：$\dfrac{k}{n}=\dfrac{n-r}{n}=\dfrac{15-4}{15}=\dfrac{11}{15}$。

用 $S_1S_2S_3S_4$ 表示校正子，正好可以指明 15 个错码的位置，其关系如表 10-1 所示。

表 10-1 习题 10.3 表

$S_1S_2S_3S_4$	错码位置
0000	无错码
0001	a_0
0010	a_1
0100	a_2
1000	a_3
0011	a_4
0101	a_5
0110	a_6
0111	a_7
1001	a_8
1010	a_9
1011	a_{10}
1100	a_{11}
1101	a_{12}
1110	a_{13}
1111	a_{14}

可得监督位和信息位之间的关系式为

$$\begin{cases} a_3 = a_{14}+a_{13}+a_{12}+a_{11}+a_{10}+a_9+a_8 \\ a_2 = a_{14}+a_{13}+a_{12}+a_{11}+a_7+a_6+a_5 \\ a_1 = a_{14}+a_{13}+a_{10}+a_9+a_7+a_6+a_4 \\ a_0 = a_{14}+a_{12}+a_{10}+a_8+a_7+a_5+a_4 \end{cases}$$

最小码距为：d_o=3。

习题 10.4 设上题中的汉明码是系统码。试计算出对应于信息位为全“1”的码组。

解：上题的监督矩阵为

$$H=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&1&0&0&0\\1&1&1&1&0&0&0&1&1&1&0&0&1&0&0\\1&1&0&0&1&1&0&1&1&0&1&0&0&1&0\\1&0&1&0&1&0&1&1&0&1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

则生成矩阵为

$$H=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1\\0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1\\0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1\\0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&1\end{bmatrix}$$

当信息位全为“1”时，码组为 111111111111111。

习题 10.5 设在上题给定信息位的码组中，第 3 位码元出错。试求出这时的校正子。

解：第三位码元出错，则校正子为 0100。

说明：题目指明该分组码为循环码，但所得结果并不循环，其他资料上曾有同样的题目，但只是说普通线性分组码，而非循环码，现将原循环码的监督矩阵改为

$$H=\begin{bmatrix}1&1&1&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&1&0\\1&1&0&1&0&0&1\end{bmatrix}$$

习题 10.6 已知一循环码的监督矩阵如下：

$$H=\begin{bmatrix}1&1&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&1&0\\0&1&1&1&0&0&1\end{bmatrix}$$

试求出其生成矩阵，并写出所有可能的码组。

解：由该线性分组码的监督矩阵可知，该码长度 n=7,信息位 k=4,监督位 r=3.

$$P=\begin{bmatrix}1&1&1&0\\0&1&1&1\\1&1&0&1\end{bmatrix}，\ Q=P^T=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&1&1\\1&1&0\\0&1&1\end{bmatrix}，\text{则生成矩阵 } G=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&0&1\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&1&1&0\\0&0&0&1&0&1&1\end{bmatrix}。$$

整个码组：$A=[a_6\quad a_5\quad a_4\quad a_3]G$，于是可得所有可能的码组为

0000000，0001011，0010110，0011101，0100111，0101100，0110001，0111010，1000101，1001110，1010011，1011000，1100010，1101001，1110100，1111111

习题 10.7 对于上题中给定的循环码，若输入信息位为“0110”和“1110”，试分别求出这两个码组，并利用这两个码组说明此码的循环性。

解：对于信息位“0110”，码组为：0110001，此码向左循环可得

1100010，1000101，0001011，0010110，0101100，1011000

依然为许用码组。

对于信息位“1110”，码组为：1110100，此码向左循环可得

1101001，1010011，0100111，1001110，0011101，0111010

依然为许用码组。

习题 10.8 设一个（7，3）循环码的生成矩阵为

$$G=\begin{bmatrix}1&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&0&1\end{bmatrix}$$

试求出其监督矩阵，并列出所有许用码组。

解：由 $G=\begin{bmatrix}1&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&0&1\end{bmatrix}$，得 $H=\begin{bmatrix}1&0&1&1&0&0&0\\1&1&1&0&1&0&0\\1&1&0&0&0&1&0\\0&1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}$。

则所有许用码组为

0000000，0011101，0100111，0111010，1001110，1010011，1101001，1110100

习题 10.9 已知一个循环（7，4）循环码的全部码组为

0000000，1000101，0001011，1001110，0010110，1010011，0011101，1011000

0100111，1100010，0101100，1101001，0110001，1110100，0111010，1111111

试给出此循环码的生成多项式 $g(z)$ 和生成矩阵 $G(x)$，并将 $G(z)$ 化成典型矩阵

解：由全部码组得：唯一的一个 n-k=3 次码多项式所代表的码组为 0001011，则生成多项式 $g(x)=x^3+x+1$，从而生成矩阵为

$$G(x)=\begin{bmatrix}x^3g(x)\\x^2g(x)\\xg(x)\\g(x)\end{bmatrix}，\text{或 } G=\begin{bmatrix}1&0&0&1&0&0\\0&1&0&1&0&0\\0&0&1&0&1&0\\0&0&0&1&1&1\end{bmatrix},$$

化成典型矩阵为：

$$G=\begin{bmatrix}1&0&0&1&1&0&1\\0&1&0&1&1&1&1\\0&0&1&0&1&1&0\\0&0&0&1&0&1&1\end{bmatrix}。$$

习题 10.10 试写出上题中循环码的监督矩阵 H 和其典型矩阵形式。

解:监督多项式 $h(x)=\dfrac{x^7+1}{g(x)}=x^4+x^2+x+1$，则 $h^{\bullet}(x)=x^4+x^3+x^2+1$。

$$H(x)=\begin{bmatrix}x^2h^{\bullet}(x)\\xh^{\bullet}(x)\\h^{\bullet}(x)\end{bmatrix}，或 H=\begin{bmatrix}1&1&1&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&1&0\\0&0&1&1&1&0&1\end{bmatrix}，$$

化成典型矩阵为：

$$H=\begin{bmatrix}1&1&1&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&1&0\\1&1&0&1&0&0&1\end{bmatrix}。$$

习题 10.11 已知一个（15，11）汉明码的生成多项式为

$$g(x)=x^4+x^3+1$$

试求出其生成矩阵和监督矩阵。

解：由 $g(x)=x^4+x^3+1$ 得

$$G(x)=\begin{bmatrix}x^{10}g(x)\\x^9g(x)\\x^8g(x)\\x^7g(x)\\x^6g(x)\\x^5g(x)\\x^4g(x)\\x^3g(x)\\x^2g(x)\\xg(x)\\g(x)\end{bmatrix}，或 G=\begin{bmatrix}1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1\end{bmatrix}$$

因为监督多项式为　$h(x)=\dfrac{x^{15}+1}{g(x)}=x^{11}+x^{10}+x^9+x^8+x^6+x^4+x^3+1$

所以　$h^*(x)=x^{11}+x^8+x^7+x^5+x^3+x^2+x+1$

则 $H(x)=\begin{bmatrix} x^3h^*(x) \\ x^2h^*(x) \\ xh^*(x) \\ h^*(x) \end{bmatrix}$，或 $H=\begin{bmatrix} 1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1&1&0&0&0 \\ 0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1&1&0&0 \\ 0&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1&1&0 \\ 0&0&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&1&1&1 \end{bmatrix}$

习题 10.12 已知

$x^{15}+1=(x+1)(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)$

试问由它可以构成多少种码长为 15 的循环码？并列出它们的生成多项式。

解： 因为 $2^r-1\geq n$，而 n=15，所以 $4\leq r\leq 13$。因为

$$x^{15}+1=(x+1)(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)$$

有 5 个因子，所以由它可以构成的码长为 15 的循环码的数量为 24 种。

当 r=4 时，生成多项式有

$$g(x)=(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)\ (x^2+x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x+1)\ (x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)$$

当 r=5 时，生成多项式有

$$g(x)=(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)\ (x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x+1)\ (x^4+x^3+x^2+x+1)\ (x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)\ (x+1)$$

当 r=6 时，生成多项式有

$$g(x)=(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)$$
$$g(x)=(x^4+x+1)\ (x^4+x^3+x^2+x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$$

当 r=7 时，生成多项式有

$$g(x)=(x^4+x+1)\ (x^2+x+1)\ (x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+1)\ (x^2+x+1)\ (x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+x^2+x+1)\ (x^2+x+1)\ (x+1)$$

当 r=8 时，生成多项式有

$$g(x)=(x^4+x+1)\ (x^2+x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+1)\ (x^2+x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+x^2+x+1)\ (x^2+x+1)$$

当 r=9 时，生成多项式有

$$g(x)=(x^4+x+1)\ (x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+1)\ (x+1)$$
$$g(x)=(x^4+x^3+x^2+x+1)\ (x+1)$$

当 r=10 时，生成多项式有

$$g(x)=x^4+x+1$$

$$g(x)=x^4+x^3+1$$

$$g(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$$

当 r=11 时，生成多项式为 $g(x)=(x^2+x+1)\,(x+1)$。

当 r=12 时，生成多项式为 $g(x)=x^2+x+1$。

当 r=13 时，生成多项式为 $g(x)=x+1$。

习题 10.13 已知一个（7，3）循环码的监督关系式为

$x_6\oplus x_3\oplus x_2\oplus x_1=0$，$x_5\oplus x_2\oplus x_1\oplus x_0=0$，$x_6\oplus x_5\oplus x_1=0$，$x_5\oplus x_4\oplus x_0=0$

试求出该循环码的监督矩阵和生成矩阵。

解： 由题目条件得

监督矩阵为 $H=\begin{bmatrix}1&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\1&1&0&0&0&1&0\\0&1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}$，化成典型矩阵为 $H=\begin{bmatrix}1&0&1&1&0&0&0\\1&1&1&0&1&0&0\\1&1&0&0&0&1&0\\0&1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}$。

则生成矩阵为 $G=\begin{bmatrix}1&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&0&1\end{bmatrix}$。

习题 10.14 试证明：$x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$ 为（15，5）循环码的生成多项式。并求出此循环码的生成矩阵和信息位为 10011 时的码多项式。

解： 因为 $$\frac{x^{15}+1}{x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2+x+1}=x^5+x^3+x+1$$

即 $x^{15}+1$ 可以被 $x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2+x+1$ 整除，则可以证明该多项式为（15, 5）循环码的生成多项式。

由生成多项式 $g(x)=x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2+x+1$，可得

$$G(x)=\begin{bmatrix}x^4g(x)\\x^3g(x)\\x^2g(x)\\xg(x)\\g(x)\end{bmatrix}，或\ G=\begin{bmatrix}1&0&1&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&0\\0&1&0&1&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0\\0&0&1&0&1&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0\\0&0&0&1&0&1&0&0&1&1&0&1&1&1&0\\0&0&0&0&1&0&1&0&0&1&1&0&1&1&1\end{bmatrix}$$

当信息位为“10011”时，码多项式为：$T(x)=x^{14}+x^{11}+x^{10}+x^8+x^7+x^6+x$。

习题 10.15 设一个（15，7）循环码的生成多项式为：$g(x)=x^8+x^7+x^6+x^4+1$。若接收码组为：$T(x)=x^{14}+x^5+x+1$。试问其中有无错码。

解：因为 $\dfrac{T(x)}{g(x)}=x^6+x^5+x^3+\dfrac{x^7+x^3+x+1}{x^8+x^7+x^6+x^4+1}$

即码组多项式 $T(x)$ 不能被生成多项式 $g(x)$ 整除，所以其中必有错码。

习题 10.16 试画出图 10-1 中（2，1，2）卷积码编码器的状态图和网络图。

解：由该（2，1，2）卷积码编码器方框图可得输入和输出关系为

$$c_1=b_1\oplus b_3，\quad c_2=b_1\oplus b_3\oplus b_3$$

移存器状态和输入/输出码元的关系如表 10-2 所示。

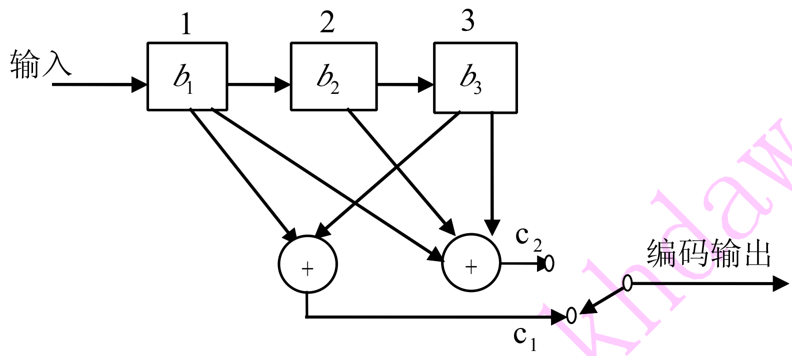
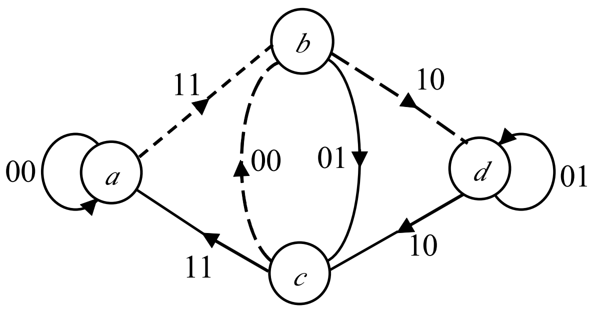


图 10-1　习题 10.16 图

表 10-2 习题 10.16 表

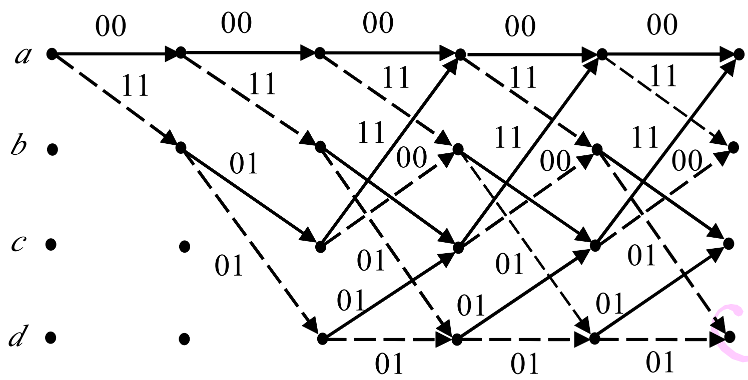
前 一 状 态 b_3b_2	当前输入 b_1	输出 c_1c_2	下 一 状 态 b_3b_2
$a(00)$	0	00	$a(00)$
	1	11	$b(01)$
$b(01)$	0	01	$c(10)$
	1	10	$d(11)$
$c(10)$	0	11	$a(00)$
	1	00	$b(01)$
$d(11)$	0	10	$c(10)$
	1	01	$d(11)$

所以该卷积码的状态图（图中实线表示输入信息位为“0”，虚线表示输入信息位为“1”）和网格图分别如下。



状态图：

网格图：



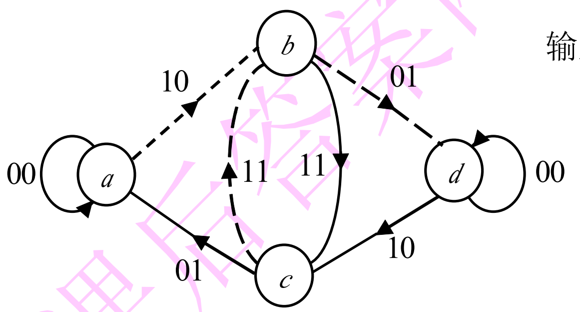
习题 10.17 已知一个（2，1，2）卷积码编码器输出和输入的关系为

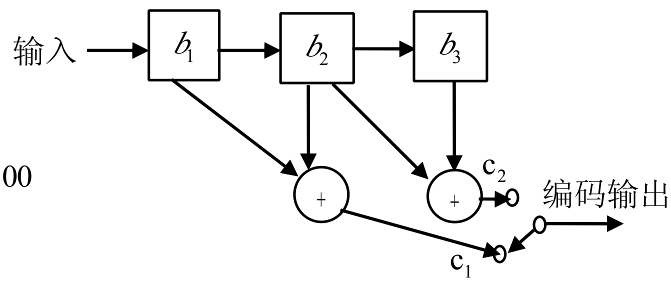
$$c_1 = b_1 \oplus b_2, \quad c_2 = b_2 \oplus b_3$$

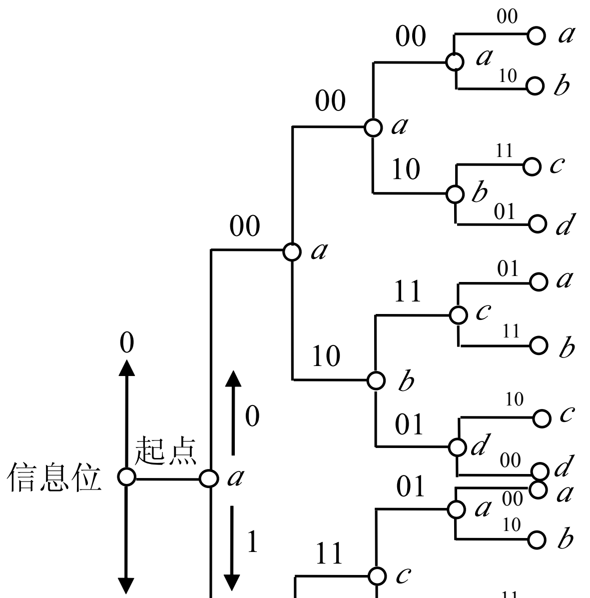
试画出该编码器的方框图、码树图和网络图。

解： 由输入和输出关系可得移存器状态和输入/输出码元的关系如表 10-12 所示。

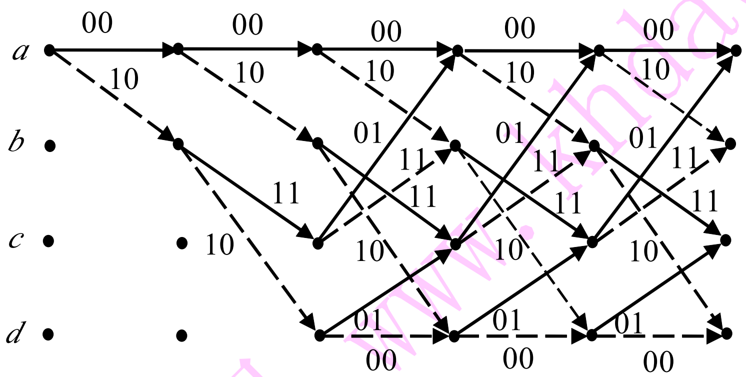
所以该卷积码的状态图（图中实线表示输入信息位为“0”，虚线表示输入信息位为“1”）、方框图、码树图，以及网格图分别如下：







状态	b_3b_2
a	00
b	01
c	10
d	11



习题 10.18　已知一个（3，1，4）卷积码编码器的输出和输入关系为

$$c_1 = b_1，\ c_2 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4，\ c_3 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$$

试画出该编码器的方框图和和状态图。当输入信息序列为 10110 时，试求出其输出序列。

解： 由输入和输出关系可得移存器状态和输入/输出码元的关系如表 10-3 所示。所以该卷积码的方框图如下。

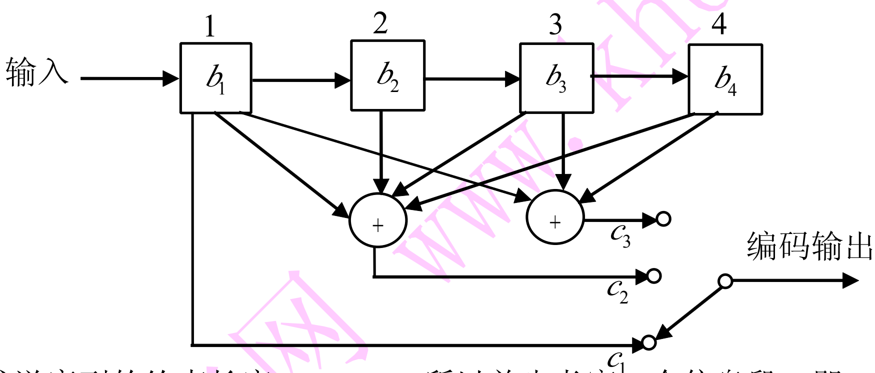
表 10-3　习题 10.18 表

前一状态 $b_4b_3b_2$	当前输入 b_1	输出 $c_1c_2c_3$	下一状态 $b_4b_3b_2$
a(000)	0	000	a(000)
	1	111	b(001)
b(001)	0	010	c(010)
	1	101	d(011)
c(010)	0	011	e(100)
	1	100	f(101)

$d(011)$	0 1	001 110	$g(110)$ $h(111)$
$e(100)$	0 1	011 100	$a(000)$ $b(001)$
$f(101)$	0 1	001 110	$c(010)$ $d(011)$
$g(110)$	0 1	000 111	$e(100)$ $f(101)$
$h(111)$	0 1	010 101	$g(110)$ $h(111)$

习题 10.19　已知发送序列是一个（2，1，2）卷积码，其编码器的输出和输入关系为　$c_1 = b_1 \oplus b_2$，$c_2 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3$　当接收序列为 1000100000 时，试用维特比算法求出发送信息序列。

解：由输入和输出关系可得移存器状态和输入/输出码元的关系如表 10-4 所示。



由于发送序列的约束长度 N=m+1=3,所以首先考察 3 个信息段，即 3n=6 个比特“100010”，维特比算法解码第一步计算结果如表 10-5 所示。

维特比算法解码第二步计算结果如表 10-6 所示。

维特比算法解码第三步计算结果如表 10-7 所示。

表 10-4　习题 10.19 表 1

前一状态：b_3b_2	当前输入 b_1	输出 c_1c_2	下一状态 b_3b_2
a（00）	0 1	00 11	a（00） b（01）
b（01）	0 1	11 00	c（10） d（11）
c（10）	0 1	01 10	a（00） b（01）
d（11）	0 1	10 01	c（10） d（11）

表 10-5 习题 10.19 表 2

序号	路径	对应序列	汉明距离	幸存否？
1	*aaaa*	00 00 00	2	是
2	*abcd*	11 11 01	5	否
3	*aaab*	00 00 11	2	是
4	*abcb*	11 11 10	3	否
5	*aabc*	00 11 11	4	否
6	*abdc*	11 00 10	1	是
7	*aabd*	00 11 00	4	否
8	*abdd*	11 00 01	3	是

表 10-6 习题 10.19 表 3

序号	路径	原幸存路径的距离	新增路径段	新增距离	总距离	幸存否？
1	*aaaa+a*	2	*aa*	0	2	是
2	*abcd+a*	1	*ca*	1	2	是
3	*aaaa+b*	2	*ab*	2	4	否
4	*abdc+b*	1	*cd*	1	2	是
5	*aaab+c*	2	*bc*	2	4	是
6	*abdd+c*	3	*dc*	1	4	是
7	*aaab+d*	2	*bd*	0	2	是
8	*abdd+d*	3	*dd*	1	4	否

表 10-7 习题 10.19 表 3

序号	路径	原幸存路径的距离	新增路径段	新增距离	总距离	幸存否？
1	*aaaaa+a*	2	*aa*	0	2	是
2	*abdca+a*	2	*aa*	0	2	是
3	*aaabc+a*	4	*ca*	1	5	否
4	*abddc+a*	4	*ca*	1	5	否

5	*aaaaa+b*	2	*ab*	2	4	是
6	*abdca+b*	2	*ab*	2	4	是
7	*aaabc+b*	4	*cb*	1	5	否
8	*abddc+b*	4	*cb*	1	5	否
5	*abdcb+c*	2	*bc*	2	4	否
6	*aaabd+c*	2	*dc*	1	3	是
7	*abdcb+d*	2	*bd*	0	2	是
8	*aaabd+d*	2	*dd*	1	3	否

但由于最后移存器将恢复到状态 *a*，所以只有路径 *aaaaa* 和 *abdcaa* 符合，对应的发送信息序列分别为：00000 和 11000。

第十一章习题

习题 11.1 设发送数字序列为：+1，-1，-1，-1，-1，-1，+1。试画出用其调制后的 MSK 信号的相位变化图。若码元速率为 1000Bd，载频为 3000Hz，试画出此 MSK 信号的波形。

解： MSK 信号附加相位函数路径图如图 11-1 所示。

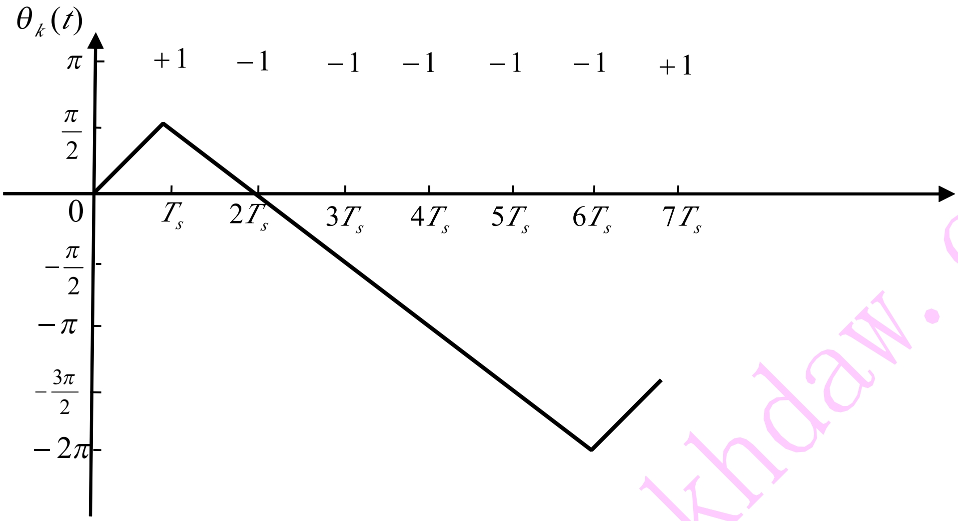


图 11-1 习题 11.1 图 1

由于载波频率 $f_c = 3000\,\text{Hz}$，传输速率 $f_s = 1/T_s = 1000\,\text{Bd}$ 因此，“-1”符号对应的频率为

$$f_0 = f_c - \frac{1}{4T_s} = 3000 - 250 = 2750\,\text{Hz} = \frac{11}{4} f_s$$

“+1”符号对应的频率为

$$f_1 = f_c + \frac{1}{4T_s} = 3000\,\text{Hz} + 250\,\text{Hz} = \frac{13}{4} f_s$$

因而 MSK 信号的时间波形如图 11-2 所示。

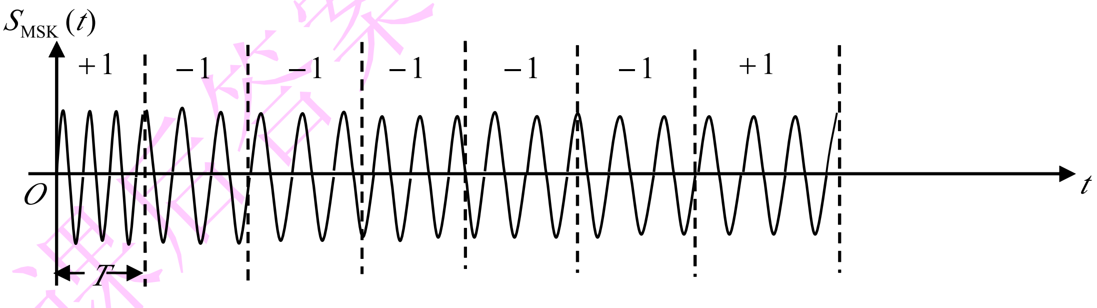


图11－2　习题11.1图2

习题 11.2 设有一个 MSK 信号，其码元速率为 1000 Bb，分别用频率 f_1 和 f_0 表示码元“1”和“0”。若 f_1 等于 1250 Hz，试求 f_0，并画出三个码元“101”的波形。

解： 设载波频率为 f_c，已知码元速率为 $f_s = 1000\,\text{Bd}$，

由于

$$f_1 = f_c + \frac{1}{4T_s} = f_c + \frac{f_s}{4} = 1250\,\text{Hz}$$

因此 $f_c = 1000\text{ Hz}$。 所以 $f_0 = f_c - \frac{f_s}{4} = 1000 - \frac{1000}{4} = 750\text{ Hz}$。
三个码元“101”的波形如图 11-3 所示。

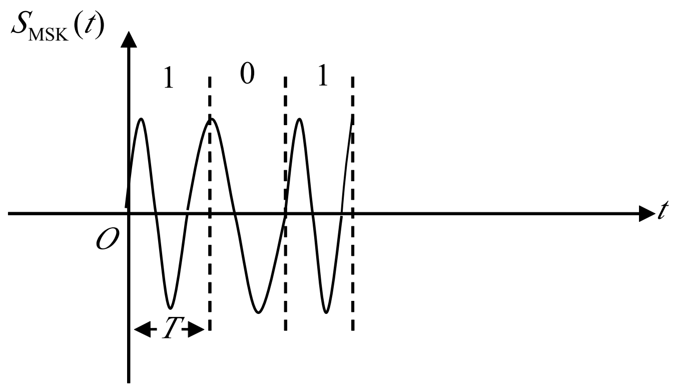


图11-3 习题11.2图

习题 11.3 试证明（11.3-24）的傅里叶变换式（11.3-25）。即证明高斯型滤波器的冲激响应 $h(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}\exp(-\frac{\pi}{\alpha}t)^2$ 的傅里叶变换式为： $H(f) = \exp\left[-\alpha^2 f^2\right]$。

解：根据傅里叶变换的定义及相关性质即可证明。

习题 11.4 试证明式（11.4-6）。即证明 OFDM 信号在码元持续时间 T 内任意两个子载波都是正交的，即有

$$\int_0^T \cos(2\pi f_k t + \varphi_k)\cos(2\pi f_i t + \varphi_i)dt = 0$$

式中，$f_k = \frac{k+m}{2T}$， m=0,1,2,…， 且 $|f_k - f_i| = n/T$， n=1,2,…。

证明： $\int_0^T \cos(2\pi f_k t + \varphi_k)\cos(2\pi f_i t + \varphi_i)dt$

$$= \frac{1}{2}\int_0^T \cos[2\pi(f_k - f_i)t + \varphi_k - \varphi_i]dt + \frac{1}{2}\int_0^T \cos[2\pi(f_k + f_i)t + \varphi_k + \varphi_i]dt$$

$$= G/2 + H/2$$

式中 $G = \int_0^T \cos[2\pi(f_k - f_i)t + \varphi_k - \varphi_i]dt = \int_0^T \cos\left[\frac{2n\pi}{T}t + \varphi_q\right]dt$

$$H = \int_0^T \cos[2\pi(f_k + f_i)t + \varphi_k + \varphi_i]dt = \int_0^T \cos\left[2\pi(2f_i + \frac{n}{T})t + \varphi_p\right]dt$$

令 $\varphi_q = \varphi_k - \varphi_i$ ， $\varphi_p = \varphi_k + \varphi_i$ ； 并令 $q = \frac{2n\pi}{T}t + \varphi_q$， 则有 $dq = \frac{2n\pi}{T}dt$，

$dt = \frac{T}{2n\pi}dq$， 代入 G 中得到

$$G = \int_0^T \cos q dt = \frac{T}{2n\pi}\int_{\varphi_q}^{2n\pi+\varphi_q}\cos q dq = \frac{T}{2n\pi}\sin q\Big|_{\varphi_q}^{2n\pi+\varphi_q} = \frac{T}{2n\pi}\times 0 = 0$$

另 $p=2\pi(2f_i+\frac{n}{T})t+\varphi_p$，则有 $dp=2\pi(2f_i+\frac{n}{T})dt$，$dt=\frac{1}{2\pi(2f_i+\frac{n}{T})}dp$，

代入 H 中得到

$$H=\frac{1}{2\pi(2f_i+\frac{n}{T})}\int_0^T\cos p dt=\frac{1}{2\pi(2f_i+\frac{n}{T})}\int_{\varphi_p}^{2\pi(2f_iT+n)+\varphi_p}\cos p dp$$

$$=\frac{1}{2\pi(2f_i+\frac{n}{T})}\sin p\Big|_{\varphi_p}^{2\pi(2f_iT+n)+\varphi_p}=\frac{1}{2\pi(2f_i+\frac{n}{T})}\times 0=0$$

上式等于 0 的条件是：$2f_iT=0$，1，2，…,即要求：$f_i=m/2T$，　m=0,1,2…。

因此，式（11.4-6）得证。

习题 11.5 试证明式（11.4-14）。即证明抽样信号 $s(n)$ 的 K 点 DFT 值 $S(k)$ 一定满足对称性条件：$S(K-k)\ =S^*(k)$，k=0，1，2，…，K-1。

证明：由于 $S(k)=\sum_{n=0}^{K-1}s(n)e^{-j(2\pi/K)nk}$，因此

$$S(K-k)=\sum_{n=0}^{K-1}s(n)e^{-j(2\pi/K)n(K-k)}=\sum_{n=0}^{K-1}s(n)e^{-j(2\pi/K)nK}e^{j(2\pi/K)nk}$$

由于 $e^{-j(2\pi/K)nK}=e^{-j2n\pi}=1$，$\sum_{n=0}^{K-1}s(n)e^{j(2\pi/K)nk}=S^*(k)$，代入上式，则得证。

习题 11.6 设有一个 TCM 通信系统，其编码器如图 11-4 所示，且初始状态 b_1b_2 为“00”。若发送序列是等概率的，接收端收到的序列为：…111001101011…（前后其他码元皆为 0），试用网格图寻找并确定译码出的前 6 个比特。

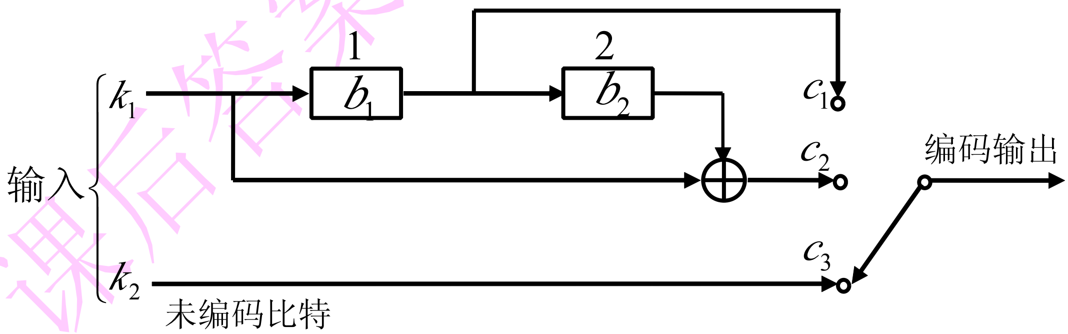
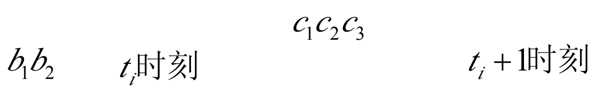


图 11-4　TCM 编码器

解：网格图如图 11-5 所示。图中，用实线表示输入信息位 k_1 为“0”，用虚线表示输入信息位 k_1 为“1”。



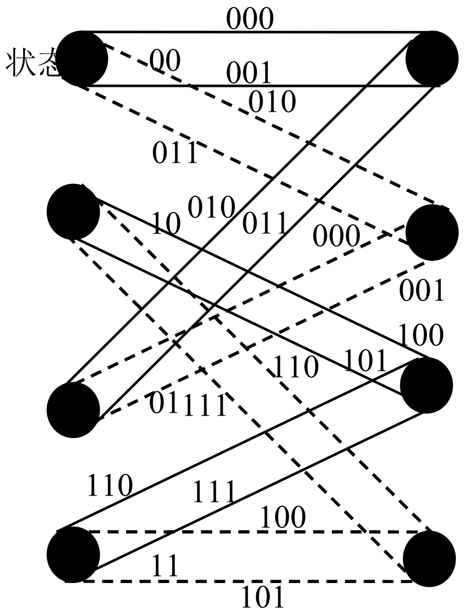


图 11-5　习题 11.6 图

接收序列前 6 位为“111001”，序列之前为全“0”，因此根据网格图可知，系统第一步译码状态应为 b，即 10，此时 $b_1=1$，然后沿着 111 向下一时刻转移，所以 $k_1=1$，$k_2=1$；系统第二步译码状态应为 c，即 01，此时 $b_1=0$，然后沿着 001 向下一时刻转移，所以 $k_1=1$，$k_2=1$，因此可得译码输出为 111011。

习题 11.7 设有一个 DS-SS 通信系统，采用 BPSK 调制，系统中共有 25 个同类发射机共用一个发送频段，每个发射机的发送信息速率是10 kb/s。若暂不考虑接收噪声的影响，试问扩频码片的最低速率为多少才能保证解扩后的信号干扰比不小于 20 dB？这时的误比特率约为多少？

解：由已知条件得：处理增益 $G_{\mathrm{p}}=\dfrac{R_{\mathrm{c}}}{R\mathrm{a}}=\dfrac{R_{\mathrm{c}}}{10}=100=20\,\mathrm{dB}$，因此，$R_{\mathrm{c}}=1000\,\mathrm{kb/s}=1\,\mathrm{Mb/s}$。此时的误比特率为 $P_{\mathrm{b}}=\dfrac{1}{2}\mathrm{erfc}(\sqrt{r})\approx\dfrac{1}{2r\sqrt{\pi}}e^{-r}$。

习题 11.8 设有一个 DS-SS 通信系统，采用 BPSK 调制，发送信息的基带带宽是 10kHz，扩谱后的基带带宽为 10MHz。在只有一个用户发送的情况下，接收信噪比 E_b/n_0 为 16dB。若要求接收信号干扰（噪声加其他拥护干扰）比最低为 10dB，试问此系统可以容纳多少个用户（假设这时各用户的发送功率相等）？

解：由已知条件可得

$$\text{处理增益}G_{\mathrm{P}}=\frac{\text{输出信噪比}}{\text{输入信噪比}}=\frac{R_{\mathrm{c}}}{R_{\mathrm{a}}}=\frac{10000}{10}=1000=30\,\mathrm{dB}$$

$$(P_{\mathrm{N}}/P_{\mathrm{S}})_{\mathrm{dB}}=G_{\mathrm{p}}-E_{\mathrm{b}}/n_0=30-16=14dB=25.11$$

由 $N_{\mathrm{u}}-1=P_{\mathrm{N}}/P_{\mathrm{S}}=25.11$，得 $N_{\mathrm{u}}=26$。

习题 11.9 在上题中，若系统中的噪声可以忽略不计，试问可以容纳多少个用户？

解：若系统噪声忽略不计，则 $N_u - 1 = P_N / P_S = G_p = 1000$，因此最多可以容纳 $N_u = 1001$ 个用户。

习题 11.10 设在一个快跳频系统中，每个二进制输入信息码元以不同频率被发送 4 次，并采用码率为1/2 的纠错编码，码片速率为 32 kb/s，跳频带宽为 1.2 MHz。试求系统输入信息码元速率。

解：根据已知条件得码片速率为码元速率的 4 倍，因此码元速率 $f_s = \frac{1}{4} \times 32 = 8\ \text{kb/s}$。又由于采用码率为1/2 的纠错编码，因此输入信息码元速率 $R_B = 4\ \text{kBd}$。

第十二章习题

习题 12.1 已知英文字母中“e”的出现概率为 0.105，“c”的出现概率为 0.023，“o”的出现概率为 0.001。试分别求出他们的信息量 I。

解：e 出现的概率 $P(\mathrm{e})=0.105$，其信息量为

$$I_{\mathrm{e}}=\log_2\frac{1}{\mathrm{P(e)}}=\log_2\frac{1}{0.105}=3.25\ \mathrm{b}$$

同理 $P(\mathrm{o})=0.001$，所以

$$I_{\mathrm{o}}=\log_2\frac{1}{\mathrm{P(o)}}=\log_2\frac{1}{0.001}=9.97\ \mathrm{b}$$

$P(\mathrm{c})=0.023$，所以

$$I_{\mathrm{c}}=\log\frac{1}{\mathrm{P(c)}}=\log_2\frac{1}{0.023}=5.44\,\mathrm{b}$$

习题 12.2 设信源有 n 种可能出现的消息。试求次信源熵的最大值。

解：当 n 种可能的消息等概率出现时，次信源熵达到最大值，为

$$H(X)_{\max}=\log_2 n\ \ 比特/符号。$$

习题 12.3 设有一个二进制信道，其转移矩阵为 $P(Y/X)=\begin{bmatrix}0.8 & 0.2\\ 0.4 & 0.6\end{bmatrix}$ 若信道输入的概率为：$P(x_1)=0.6$，$P(x_2)=0.4$。试求输出概率矩阵 $P(Y)$ 和联合概率矩阵 $P(X,Y)$。

解：由题意得输入概率矩阵 $P(Y)=\begin{bmatrix}0.6 & 0.4\end{bmatrix}$，输出概率矩阵为

$$P(Y)=P(X)P(Y\,|\,X)=\begin{bmatrix}0.6 & 0.4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.8 & 0.2\\ 0.4 & 0.6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.64 & 0.36\end{bmatrix}$$

联合概率矩阵为 $P(X,Y)=\begin{bmatrix}P(x_1) & 0\\ 0 & P(x_2)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P(x_1\,|\,y_1) & P(y_2\,|\,x_1)\\ P(y_1\,|\,x_2) & P(y_2\,|\,x_2)\end{bmatrix}$

$$=\begin{bmatrix}0.6 & 0\\ 0 & 0.4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.8 & 0.2\\ 0.4 & 0.6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.48 & 0.12\\ 0.16 & 0.24\end{bmatrix}$$

习题 12.4 设一个二进制对称信道的转移概率 p=1/4，且信源是等概率的。试求此无噪声信道容量 C。

解：对于二进制对称信道，有

$$H(Y\,|\,X)=-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}p(x_i,y_j)\log_2 p(y_j\,|\,x_i)=-p\log_2 p-(1-p)\log_2(1-p)$$

由于 p=1/4，所以 $H(Y\,|\,X)=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4}=0.81$ 比特/符号

当对称信道输入等概率时，$H(Y)$ 达到最大，即 $H(Y)$=1 比特/符号，则信道容量

为 $C=I(X,Y)=H(Y)-H(Y\mid X)=1-0.81=0.19$ 比特/符号

习题 12.5 在上题中，若信源概率 $P(x_1)=1/8$，试求此无噪声信道容量 C。

解：由题意得　　$P(x_1)=\dfrac{1}{8}$，$P(y_i\mid x_i)=\dfrac{1}{4}$，$i$=1，2

$$P(y_1)=P(x_1)P(y_1\mid x_1)+P(x_2)P(y_1\mid x_2)=\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}+(1-\frac{1}{8})\times（1-\frac{1}{4}）=\frac{11}{16}$$

$$P(y_2)=P(x_1)P(y_2\mid x_1)+P(x_2)P(y_2\mid x_2)=\frac{1}{8}\times(1-\frac{1}{4})+(1-\frac{1}{8})\times\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$$

$$H(Y)=\frac{11}{16}\log_2\frac{16}{11}+\frac{5}{16}\log_2\frac{16}{5}=0.89\quad \text{比特/符号}$$

$$\text{H（Y|X）}=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4}=0.81\quad \text{比特/符号}$$

信道容量为 $C=I(X,Y)=H(Y)-H(Y\mid X)$=0.89-0.81=0.08　比特/符号

习题 12.6 设一个二进制对称信道中，平均每传输 100 个码元产生一个错码。试求该无噪声信道的容量。

解：对于二进制对称信道，误码率为

$$P_e=\sum_{i=1}^{2}P(e\mid x_i)P(x_i)=qP(x_1)+qP(x_2)=q$$

由题意得 $P_e=0.01$，所以 q=0.01.设 $P(x_1)=\alpha$，则 $P(x_2)=1-\alpha$。由上述条件可得　$P(y_1)=P(x_1)P(y_1\mid x_1)+P(x_2)P(y_1\mid x_2)=\alpha(1-q)+(1-\alpha)q$

$$P(y_2)=P(x_1)P(y_2\mid x_1)+P(x_2)P(y_2\mid x_2)=\alpha q+(1-\alpha)(1-q)$$

$$H(Y)=\left[0.99\alpha+0.01(1-\alpha)\right]\log_2\frac{1}{0.99\alpha+0.01(1-\alpha)}+$$

$$\left[0.01\alpha+0.99(1-\alpha)\right]\log_2\frac{1}{0.01\alpha+0.99(1-\alpha)}$$

$$H(Y\mid X)=-(1-q)\log_2(1-q)-q\log_2 q\approx 0.08\ \text{比特/符号}$$

则该无噪声信道的容量为

$$C=\left[0.99\alpha+0.01(1-\alpha)\right]\log_2\frac{1}{0.99\alpha+0.01(1-\alpha)}+$$

$$\left[0.01\alpha+0.99(1-\alpha)\right]\log_2\frac{1}{0.01\alpha+0.99(1-\alpha)}\text{-0.08}$$

习题 12.7 设有 4 种可能的气象状态：晴、云、雨和雾，它们出现的概率分别是 $\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{2}$。试对其进行霍夫曼编码，并求出此信息源的熵。

解：对此信息源进行霍夫曼编码，如表 12-2 所示

表 12-2　　　习题 12-7 表

信源符号	出现概率	码字	码长
晴	1/4	0	1
云	1/8	10	2
雨	1/8	110	3
雾	1/2	111	3

此信息源的熵为

$$H(X)=-\sum_{i=1}^{4}P(x_i)\log_2 P(x_i)=\frac{1}{4}\log_2 4+2\times\frac{1}{8}\log_2 8+\frac{1}{2}\log_2 2$$

=1.75 比特/符号

习题 12.8 若用 $x_0y_0=00$， $x_0y_1=01, x_1y_0=10$和$x_1y_1=11$表示上题中的 4 种气象状态。试分别求：（1） $P(x_1)$；（2） $P(y_0\mid x_1)$；（3） $P(y_0\mid x_0)$。

解： X,Y的联合概率矩阵为： $P(X,Y)=\begin{bmatrix}1/4 & 1/8\\ 1/8 & 1/2\end{bmatrix}$。

（1）　$P(x_1)=P(x_1y_0)+P(x_1y_1)=1/8+1/2=5/8$

（2）　$P(y_0\mid x_1)=\dfrac{P(x_1y_0)}{P(x_1)}=\dfrac{1/8}{5/8}=1/5$

（3）　$P(y_0\mid x_0)=\dfrac{P(x_0y_0)}{P(x_0)}=\dfrac{1/4}{1/4+1/8}=2/3$

习题 12.9 试计算习题 12.7 中霍夫曼编码的效率。

解： 平均码长为 $L=\frac{1}{2}\times 1+\frac{1}{4}\times 2+2\times 3\times\frac{1}{8}=1.75$

最小平均字长为 $L_{\min}=H(X)/\log_2 D=\dfrac{1.75}{\log_2 2}=1.75$

则　　效率= $L_{\min}/L=1.75/1.75+100\%$

习题 12.10 设一个信源中包含 6 个消息符号，它们的出现概率分别为 0.3，0.2，0.15，0.15，0.1，0.1。试对其进行霍夫曼编码，并求出编码的平均长度 L 和效率。

解： 对 6 个消息符号进行霍夫曼编码，如表 12-3 所示。

平均长度为　$L=(0.3+0.2)\times 2+(0.15+0.1)\times 2\times 3+2.5$

$$H(X)=0.3\log_2\frac{1}{0.3}+0.2\log_2\frac{1}{0.2}+2\times(0.15\log_2\frac{1}{0.15}+0.11\log_2\frac{1}{0.1})$$

=2.471 比特/符号

对于二进制编码，效率= $H(X)/L=2.47/12.5=98.84\%$

表 12-3　习题 12.10

信源	出现概	码字	码

符号	率		长
x_1	0.3	00	2
x_2	0.2	10	2
x_3	0.15	010	3
x_4	0.15	011	3
x_5	0.1	110	3
x 6	0.1	111	3

习题 12.11 设一个信源中包含 8 个消息符号，它们的出现概率分别为 0.1，0.18，0.4，0.05，0.06，0.1，0.07，0.04。试对其进行霍夫曼编码，并求出编码的平均长度L和效率。

解： 对 8 个消息符号进行霍夫曼编码，如表 12-14 所示

表 12-4　习题 12.11 表

信源符号	出现概率	码字	码长
X_1	0.1	011	3
X_2	0.18	001	3
X_3	0.4	1	1
X_4	0.05	00010	5
X_5	0.06	0101	4
X_6	0.1	0000	4
X_7	0.07	0100	4
X_8	0.04	00011	5

平均长度为

$L = 0.4\times1 + (0.18+0.1)\times3 + (0.1+0.07+0.06)\times4 + (0.05+0.04)\times5 = 2.16$

信源熵为 $H(X) = 2\times0.1\log_2\dfrac{1}{0.1} + 0.18\log_2\dfrac{1}{0.18} + 0.4\log_2\dfrac{1}{0.4} + 0.05\log_2\dfrac{1}{0.05} +$

$0.06\log_2\dfrac{1}{0.06} + 0.07\log_2\dfrac{1}{0.07} + 0.04\log_2\dfrac{1}{0.04}$

=2.553 比特/符号

效率= $H(X)/L = 2.553/2.61$=97.8%

习题 12.12 设一幅图片约有 2.5×10^6 个像素，每个像素以后 2 个以等概率出现的亮电平。若要求用 3 分钟传输这张图片，并且信噪比等于 30dB，试求所需的信道带宽。

解： 由于每个像素有 12 个等概率出现的亮度电平，所以每个像素的信息量为

$$I_p = \log_2 12 = 3.585 \text{ b}$$

每幅图像的信息量为 $I_f = 2.5\times10^6\times I_p = 8.963\times10^6$ b

信息传输速率，即信道容量为

$$C = I_f / t = 8.963\times10^6/(3\times60) \approx 4.98\times10^4 \quad \text{b/s}$$

信噪比为 $S/N = 30\ \text{dB} = 1000$

由于信道容量 $C = B\log_2(1+S/N)$，所以所需信道带宽为

$$B = \frac{C}{\log_2(1+S/N)} = \frac{4.98\times10^4}{\log_2(1+1000)} \approx 5\ \text{kHz}$$

习题 12.13 设一幅黑白电视画面由 24 万个像素组成，每个像素有 12 个以等概率出现的亮度电平，每秒发送 25 帧画面。若要求接收信噪比为 30 dB，试求所需传输带宽。

解： 每个像素的信息量为 $I_p = \log_2 12 = 3.585\ \text{b}$

每帧图像的信息量为 $I_f = 24\times10^4\times I_p = 8.6\times10^5\ \text{b}$

信息传输速率为 $C = 25 I_f = 2.15\times10^7\ \text{b/s}$

所需传输带宽为 $$B = \frac{C}{\log_2(1+S/N)} = \frac{2.15\times10^7}{\log_2(1+1000)} = 2.16\ \text{MHz}$$

习题 12.14 设一幅彩色电视画面由 30 万个像素组成，每个像素有 64 种颜色和 16 个亮度电平，且所有颜色和亮度的组合均以等概率出现，并且各种组合的出现互相独立。若每秒发送 25 帧画面，试求所需的信道容量；若要求接收信噪比为 30dB，试求所需的信道带宽。

解： 由于每个像素有 64 种颜色和 16 个亮度电平，切所有组合均以等概率出现，所以每个像素的信息量为

$$I_p = \log_2(64\times16) = 10\ \text{b}$$

每帧图象的信息量为 $I_f = 30\times10^4 I_p = 3\times10^6\ \text{b}$

信息传输速率为 $C = 25 I_p = 7.5\times10^7\ \text{b/s}$

所需信道带宽为 $$B = \frac{C}{\log_2(1+S/N)} = \frac{7.5\times10^7}{\log_2(1+1000)} \approx 7.5\ \text{MHz}$$

习题 12.15 设一恒参信道的幅频特性和相频特性分别为 $|H(w)| = K_0$，$\phi(w) = -wt_d$，其中 K_0，t_d 都是常数。试确定信号 $s(t)$ 通过该信道后输出信号的时域表示式，并讨论之。

解：

$$H(w) = K_0 e^{-iwt_d}$$

$$S_0(w) = H(w)S(w) = K_0 e^{-iwt_d} S(w) \Leftrightarrow s_0(t) = K_0 s(t - t_d)$$

确定信号 $s(t)$ 通过该信道后，没有失真，只是信号发生了延时。

习题 12.16 设某恒参信道的幅频特性为 $H(w)=[1+\cos T_0]e^{-iwt_d}$，其中，$t_d$ 都是常数。试确定信号 $s(t)$ 通过该信道后输出信号的时域表示式，并讨论之。

解：

$$H(w)=[1+\cos T_0]e^{-jwt_d}$$

$$S_0(w)=H(w)S(w)=[1+\cos T_0]e^{-jwt_d}S(w)$$

$$=[e^{-jwt_d}+\frac{1}{2}e^{-jw(T_0+t_d)}+\frac{1}{2}e^{-jw(T_0-t_d)}]S(w)$$

$$\Leftrightarrow s(t-t_d)+\frac{1}{2}s(t-t_d-T_0)+\frac{1}{2}s(t-t_d+T_0)$$

信号经过三条延时不同的路径传播，同时会产生频率选择性衰落，见教材。

习题 12.17 设某恒参信道可用线形二端对网络来等效。试求它的传递函数，并说明信号通过该信道时会产生哪些失真？

解：

$$H(w)=\frac{R}{R+\dfrac{1}{jwc}}=\frac{jwRC}{1+jwRC}$$

$$H(w)=\frac{jwRC}{1+jwRC}=|H(w)|e^{j\phi(w)}$$

其中：

$$|H(w)|=\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{(wRC)^2}}}\qquad \phi(w)=\frac{\pi}{2}-arctg(wRC)$$

则群迟延 $\tau(w)=\dfrac{d\phi(w)}{dw}=\dfrac{RC}{1+(wRC)^2}$

可见，信号通过该信道时会频率失真和群迟延畸变。

习题 12.18 今有两个恒参信道,其等效模型分别如图 P3-12(a)、(b)所示，试求这两个信道的群迟延特性，并画出它们的群迟延曲线，同时说明信号通过它们时有无群迟延失真？

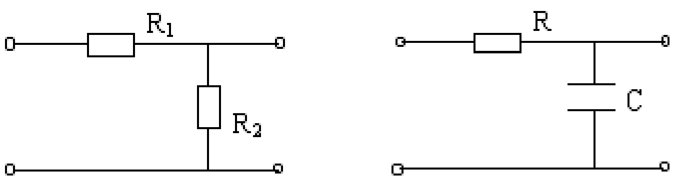


图 P3-12 恒参信道等效模型(a)、(b)

解： 图 a

$$H(w)=\frac{R_2}{R_1+R_2}=|H(w)|e^{j\phi(w)}$$

其中$|H(w)|=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$，$\phi(w)=0$

故$\tau(w)=\dfrac{d\phi(w)}{dw}=0$

没有群延迟；

图 b

$$H(w)=\frac{\frac{1}{jwC}}{R+\frac{1}{jwC}}=|H(w)|e^{-j\phi(w)}$$

其中：$|H(w)|=\dfrac{1}{\sqrt{1+(wRC)^2}}$ $\phi(w)=-arctg(wRC)$

则群迟延 $\tau(w)=\dfrac{d\phi(w)}{dw}=\dfrac{RC}{1+(wRC)^2}$,有群延迟失真

习题 12.19 一信号波形$s(t)=A\cos\Omega t\cos w_0 t$，通过衰减为固定常数值、存在相移的网络。试证明：若$w_0>>\Omega$、且$w_0\pm\Omega$附近的相频特性可近似为线形，则该网络对$s(t)$的迟延等于它的包络的迟延。

证明： 令该网络的传递函数为$H(w)$， 则$H(w)=Ke^{-j\phi(w)}$ $w_0\pm\Omega$附近，$\phi(w)=wt_0$

即$H(w)=Ke^{-j\phi(w)}\Leftrightarrow h(t)=K\delta(t-t_0)$

输出信号为$y(t)=s(t)*h(t)=AK\cos\Omega(t-t_0)\cos w_0(t-t_0)$

对包络的迟延为$A\cos\Omega t*K\delta(t-t_0)=AK\cos\Omega(t-t_0)$

证毕。

习题 12.20 瑞利衰落的包络值 V 为何值时，V 的一维概率密度函数有最大值？

解：

瑞利衰落的包络值 V 的一维概率密度函数为$f(V)=\dfrac{V}{\sigma^2}\exp(-\dfrac{V^2}{2\sigma^2})$

一维概率密度函数有最大值，则 $\frac{df(V)}{dV}=0 \Leftrightarrow \frac{\exp(-\frac{V^2}{2\sigma^2})}{\sigma^2}-\frac{V^2}{\sigma^4}\exp(-\frac{V^2}{2\sigma^2})=0$

可得 $V=\sigma$

习题 12.21 试根据瑞利衰落的包络值 V 的一维概率密度函数求包络 V 的数学期望和方差。

解：

$$E(V)=\int_{-\infty}^{\infty}Vf(V)dV=2\int_{0}^{\infty}\frac{V^2}{\sigma^2}\exp(-\frac{V^2}{2\sigma^2})dV=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$$

$$D(V)=(2-\frac{\pi}{2})\sigma^2$$

习题 12.22 假设某随参信道的两径时延差τ为 1ms ，试求该信道在哪些频率上传输衰耗最大？选用哪些频率传输信号最有利？

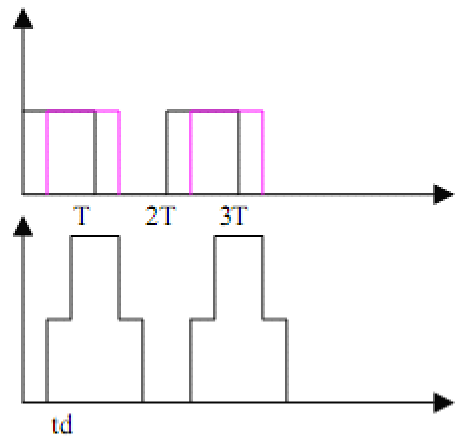
解： 该网络的幅频特性为 $2\left|\cos\frac{w\tau}{2}\right|=2\left|\cos(\pi f)\right|$

当 $f=n+\frac{1}{2}(KHz)$ 时，出现传输零点，传输衰耗最大

当 $f=(n+\frac{1}{2})KHz$ 时，出现传输极点，传输信号最有利。

习题 12.23 题图 3.3 所示的传号和空号相间的数字信号通过某随参信道。已知接收信号是通过该信道两条路径的信号之和。设两径的传输衰减相等（均为 d），且时延差τ=T/4。试画出接收信号的波形示意图。

解：



接收信号的波形

习题 12.24 设某随参信道的最大多径时延差等于 3ms，为了避免发生频率选择性衰落，试估算在该信道上传输的数字信号的占用频带范围。

解：

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{3*10^{-3}} = 333Hz$$

工程上的一般公式为 $\Delta f_s = (\frac{1}{3} \sim \frac{1}{5})\Delta f = 66.7 \sim 111Hz$

习题 12.25 若两个电阻的阻值都为 1000Ω，它们的温度分别为 300K 和 400K，试求这两个电阻串联后两端的噪声功率谱密度。

解：

$$S_1(w) = 2KTR = 2*1.38*10^{-23}*300*1000 = 8.28*10^{-18}V^2/Hz$$

$$S_2(w) = 2*1.38*10^{-23}*400*1000 = 11.04*10^{-18}V^2/Hz$$

$$S(w) = S_1(w) + S_2(w) = 19.32*10^{-18}V^2/Hz$$

习题 12.26 具有 6.5MHZ 带宽的某高斯信道，若信道功率与噪声功率谱密度之比为 45.5MHZ ，试求其信道容量。

解：

$$C = B\log_2(1+\frac{S}{N}) = 6.5*\log_2(1+\frac{45.5}{6.5}) = 19.5MHz$$

习题 12.27 设高斯信道的带宽为 4 KHz，信号与噪声功率之比为 63，试确定利用这种信道的理想通信系统的传信率与差错率。

解：

信道容量为 $C = B\log_2(1+\frac{S}{N}) = 4*\log_2(64) = 24kHz$

理想通信系统的传信率为 24kbit/s ，差错率为 0。

习题 12.28 某一待传输的图片约含 2.25×10^6 个像元。为了很好地重现图片需要 12 个亮度电平。假若所有这些亮度电平等概率出现，试计算用 3min 传送一张图片时所需的信道带宽 (设信道中信噪功率比为 30dB)。

解：

每像元信息量=-log 2（1/12）≈3.58 bit

图片包含信息量=3.58×2.25×106≈8.06×106 bit

要在 3min 内传送一张图片时，C=8.06×106/180≈4.48×104 bit/s

S/N=30dB=1030/10=1000

$B=C/\log_2(1+S/N)\approx 4.49\times 103\text{Hz}$