

摘 要

利用体全息技术来制作波分复用器件是一种很有前途的方法。但是目前已报导的工作中还存在着衍射效率不高、选择性差等问题,它们分别影响着器件的插入损耗和通道间隔。以往所有工作中采用的理论,均为传统的 Kogelnik 耦合波理论。但由于其理论的一维本质,它原则上只适合于光栅输入输出面尺寸远大于光栅厚度的情况。但在现代体光栅的许多应用中,光栅尺寸趋向于小型化,对这一类体光栅衍射特性的分析,二维理论比 Kogelnik 耦合波理论更为精确。本论文研究了体全息波长滤波器件的基础理论,重点是二维耦合波理论,分析其衍射特性尤其是衍射效率和布拉格选择性,给出光通信用波长滤波器件的设计依据和优化方法。

本论文首先针对完全重叠型的有限尺寸体光栅,在布拉格衍射范畴内给出二维耦合波方程的完整推导,并给出方程组的闭形式解析解,纠正了前人发表的工作的错漏之处。在此基础上,研究了完全重叠型均匀光栅的普遍衍射问题。

在密集波分复用器件中,为了获得最优的插入损耗和通道间隔,利用二维耦合波理论及其闭形式解析解分析了二维受限体光栅的衍射特性,尤其是峰值衍射效率和波长选择性,探讨了这些性质与光栅二维尺寸及光栅强度之间的关系。结果表明,二维耦合波理论的闭形式解能够作为体全息复用、解复用器件优化设计的依据。为了获得最优的峰值衍射效率和波长选择性,给出了体全息波分复用器件的优化设计方案。

实验研究了有限尺寸体光栅的衍射特性。首先,通过实验测量了不同光栅尺寸比下的选择角,测量结果符合二维耦合波方程解析解的理论预期。其次,采用了一种新颖的基于体全息波分复用器件的实验方案,该方案为透射式记录、正交式读出。利用绿光记录、红外光读出体光栅,实现了变波长光栅衍射。研究了红外光读出体光栅时的角度选择性,实验测得变波长衍射时的选择性也与二维耦合波理论模拟计算结果基本一致。

关键词 波分复用; 二维耦合波理论; 黎曼方法; 衍射效率; 布拉格选择性

Abstract

Volume holography is promising for devices such as dense wavelength division multiplexing (DWDM) filters. However, in previously reported work with these holographic devices the diffraction efficiency and wavelength selectivity were not so satisfactory, which affected the insertion loss and channel spacing of the device respectively. The analyses in most of the previous work were based on the well-known Kogelnik's coupled-wave theory. However, due to the one-dimensional (1-D) nature of this theory, it is best suitable for gratings in which the surface size is much larger than the grating thickness. Since most of the holographic devices are of finite size, two-dimensional (2-D) grating theory is more accurate than Kogelnik's coupled-wave theory in investigating the performances for these devices. In this paper, we research the basis theory of volume holographic gratings for wavelength filters, which is mainly 2-D coupled-wave theory. Diffraction properties, especially diffraction efficiency and Bragg selectivity are investigated. Design optimization of volume holographic gratings for wavelength filters is then given based on the 2-D coupled-wave theory.

Firstly, the complete derivation of 2-D coupled wave equations is given for total overlap gratings in the Bragg regime. The analytical solution in closed mathematical form is also given. Mistakes that existed in a previously published similar work are rectified. General diffraction properties of total overlap gratings are researched based on the solution in this paper.

In order to achieve the optimum insertion loss and channel spacing for DWDM filters, diffraction properties, especially effects of the grating strength and grating size ratio on the peak diffraction efficiency and wavelength selectivity are researched based on the 2-D coupled-wave theory and its solution. The results show that this solution is capable of design optimization of volume holographic gratings for various devices, including wavelength filters. And the design optimization is given in order to

gain the optimum peak diffraction efficiency and wavelength selectivity.

Diffraction properties of volume holographic gratings with finite size are researched by experiments. To begin with, some experimental results showing the angular selectivity for different grating size ratio are given. It is shown that the tendency of experimental results coincides well with the calculation based on the 2-D coupled-wave theory. In addition, a new scheme of volume holographic gratings for wavelength filters is adopted, which is transmissive writing and orthogonal readout. We recorded a grating with green light and read out it with infrared. So writing a grating with one short wavelength and diffracting with long wavelength are realized. The angular selectivity of volume gratings read out by infrared is researched, which agrees well with the 2-D coupled-wave theory.

Key words: dense wavelength division multiplexing, two-dimensional coupled-wave theory, Riemann's technique, diffraction efficiency, Bragg selectivity.

独创性声明

本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得北京工业大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

签名：王博 日期：2005.5.25

关于论文使用授权的说明

本人完全了解北京工业大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。

（保密的论文在解密后应遵守此规定）

签名：王博 导师签名：何晓 日期：2005.5.25

第1章 绪论

1.1 课题背景

信息时代随着科学技术的迅猛发展,人类社会正向信息社会演变。信息传送量正以一种加速度的形式膨胀,这就要求传输网络越来越大。现有的以电为基本传输介质的物理层而构筑的网络已到了其极限,带宽匮乏、速度慢、灵活性差。随着“电子通信时代”向“信息通信时代”的转化,人们要求在任何地方、任何时间以任何方式随时都可以获得大量信息。这些要求导致了语音、图像、数据等信息的急剧增长,尤其是 Internet 的迅速发展,使得日前的通信网容量已满足不了人们的需求。扩大通信网传输容量成了当务之急,而一些原有的通信技术,如时分复用(TDM)等已不能满足宽带通信的要求。那么,如何解决这个问题呢?在诸多解决方案中,波分复用(WDM, Wavelength Division Multiplex)光纤通信技术被普遍认为是发掘利用光纤潜在传输容量的最有效的并被广泛应用的技术方案。WDM 是指在一根光纤上不只是传送一个载波,而是同时传送多个波长不同的光载波。这样一来,原来在一根光纤上只能传送一个光载波的单一信道变为可传送多个不同波长光载波的信道,从而使得光纤的传输能力成倍增加。波分复用特别是密集波分复用(DWDM, Dense WDM)技术已成为近年来人们关注的热点,具有以下优点^[1,2]:

- (1) 可以充分利用光纤的巨大带宽资源,使一根光纤的传输容量很容易地扩大几倍乃至几十倍。
- (2) DWDM的使用可以节约大量的光纤,通过把多个波长复用起来在单根光纤中传输,提高了光纤的利用率。
- (3) WDM可以利用不同的频率,实现在单根光纤上的双向传输。由于光波的独立传播特性,同一根光纤中传输的信号彼此独立,故在一根光纤中可以传输特性不同、速率不同的信号。如:PDH信号和SDH信号、数字信号和模拟信号。
- (4) DWDM系统可以方便地增加波长信道,这样既有利于实现网络的光交换,又有利于网络的扩容升级,从而可进一步适应未来需求的、透明的、有高

度生存性的光网络，对于全光网络的实现提供了有利的支持。

WDM 可以充分利用已铺设光纤的巨大宽带资源，迅速提高传输速率，扩大网络容量，而不必对原有系统作较大改动，这在经济上具有无可比拟的优越性。在通信网络中，随着第三通信窗口（1550 nm）的使用，WDM 光通信正在成为主流的技术。并且随着通道的波长间隔越来越小和通道数目日益增加，对波分复用/解复用器件、光分插复用器件、光开关等无源光网络和器件提出了更高的要求。

以波分复用系统的关键器件—复用/解复用器为例，除了传统的介质薄膜干涉型滤波器以外，目前光纤布喇格光栅、阵列波导光栅、光纤方向耦合器等技术都已成为研究的热点。这些技术都有各自的优点，但也都有局限性。介质薄膜干涉型滤波器通道数越高，器件损耗和成本会线性增大。另外，基板上面高低交替折射率薄膜到了百层以上时，总厚度很大，材料附着在基板上的吸附力量可能不足以支撑整个结构，容易造成材料的剥落，形成设计上的限制，使器件难以实现更窄的通道间隔^[3]。干涉仪对机械和温度的稳定性要求很高，而且需要压电装置移动反射镜。但由于压电装置存在滞后，准确选择波长就比较困难。而且一个干涉仪一次只能分离一个信道。光纤布喇格光栅需要环型器或 M-Z 干涉仪的设置，其成本取决于频道数，故它不适合于宽带的应用。阵列波导光栅滤波器非相邻的频道杂讯高，需要温度控制，而且更重要的是，投资成本很高^[4]。光纤方向耦合器只能用作两路解复用器，制作多路密集解复用器难度很大。因此各国研究人员仍在积极发展新型的波长滤波器件。

1.2 体全息 DWDM 器件的国内外研究现状

近来，人们提出一种利用体全息技术，在光折变晶体或聚合物中写入多个体光栅来制作 DWDM 器件的方法^[5-10]。与其它器件技术相比，基于体全息的波长滤波器件结构简单，不需要机械装置、环型器、干涉仪等辅助设备。由于体全息光栅布拉格衍射的高度波长选择性和全息技术在单一介质体积中复用记录多重光栅的能力，利用一个全息器件就可以同时对多个信道进行解复用，这样就极大提高了设备的利用效率。因此基于体全息的光波长滤波器件的潜力使之成为近年来密集波分复用中器件研究的热点之一。

体全息技术有了很大的进步^[11-15]，同时也推动了基于体全息波长滤波器件的

发展,很多国家已经着手进行了研究,并且取得了一些阶段性的成果^[16-19]。比较有代表性的有:

美国 Zhou 等人把杜邦公司的光致聚合物作为写入介质^[16],用 514 nm 的光写入 4 个光栅,实现了 4 个通道的波分复用,但是使用中心波长为 795 nm,与通信用 1550 nm 要求不相符合,而且通道间隔为 30 nm,难以实现密集波分复用。

韩国 An 等人采用了一种 90° 光路^[17],设计了一个 16 通道、波长间隔为 0.5 nm 的解复用器。他们所用的晶体为 45° 切割、各面抛光但未镀膜的 LiNbO₃:Fe(C_{Fe}²⁺/C_{Fe}³⁺ = 0.02),写入光为波长 632.8 nm 的寻常偏振 He-Ne 激光。工作波长范围为 670~677.5 nm,与通信用波长要求也不相符合。

意大利 Boffi 等人采用掺铁 0.015 mol%^[18],0° 切割的 LiNbO₃ 晶体,写入光波长为 488 nm。他们用保持两写入光(物光与参考光)夹角不变,旋转晶体,以角度复用的方式在晶体中写入了 4 个透射式光栅。通过实验,他们实现了 4 个通道的波分复用,并且使用中心波长为 1550 nm。用数字编码的透过率函数对物光进行空间调制重新写入光栅,其通道间隔最小可以达到 0.8 nm。但是,表明通道容量的波长分辨本领($\lambda/\Delta\lambda$)最大约为 2000,尚未达到 DWDM 的要求,即 $\lambda/\Delta\lambda \approx 1600 \text{ nm}/0.4 \text{ nm} = 4000$ (λ 为通信用波长,接近于 1600 nm; $\Delta\lambda$ 为通道间隔,对于密集波分复用器件 $\Delta\lambda$ 大约为 0.4 nm)。

台湾 Chen 等人设计并在理论上证明了 2048 通道波分复用的可行性^[19],拟采用对红外光敏感的光折变 LiNbO₃ 晶体,记录时写入光为红外光,参考光入射角为 0°,记录反射式体光栅,通道间隔为 0.05 nm,使用中心波长为 1550 nm,但未通过实验予以验证。

利用体全息技术制作波分复用器件的方法尚处在研究阶段,到实际应用还有相当的距离,无论在理论还是在实验方面都还很不成熟。前述所有工作中,均采用传统的 Kogelnik 一维耦合波理论^[20]对体光栅的性能进行估算,但 Kogelnik 理论原则上只适合于光栅输入输出面尺寸(及与之相应的入射光束和衍射光束的尺寸)远大于光栅厚度的情况。这种情况下光栅可以分为透射型和反射型两类。其衍射特性与只占据有限空间体积的光栅(我们称之为二维受限的光栅^[21])有显著差别。以上实例绝大多数采用了透射或反射式光路,韩国 An 等人采用了 90° 光路,由于记录材料的折射率较高,这种方式均不易实现短波长记录、红外光

波段读出。另外，这种方式使衍射信号的角度在空间分得很开，给光纤输入输出耦合等带来一定的困难。为了适应 DWDM 技术的需要，体全息材料的性能参数还需要针对波长滤波器件的特定要求进行优化选择，通道间隔有待于进一步缩小，而且衍射效率需要进一步提高。

1.3 本论文的来源和主要工作

本课题来源于国家重点基础研究与发展计划（973 计划）项目“新型超高密度、超快速度光信息存储与处理的基础研究”第一子课题“光学体全息存储机理研究”和北京市自然科学基金项目“密集波分复用器件的研究”。

本课题的研究目的是深入研究体全息波长滤波器件的基础理论，重点是二维耦合波理论，分析其衍射特性尤其是衍射效率和布拉格选择性，从而明确体全息技术应用于波分复用滤波器件的潜力和局限，给出光通信用波长滤波器件的设计依据和优化方法。通过实验，验证二维耦合波理论的正确性，并给出一种基于体全息的波分复用器件的方案及其实现。

本论文主要包括以下五部分：

第一章 简述基于体全息的波分复用器件的特点及其发展状况。通过国内外文献，阐述研究体全息波分复用器件的意义和目前存在的问题，给出本论文的主要工作内容。

第二章 简要介绍体光栅与布拉格衍射，描述基于体全息波分复用器件的基本原理。分析和讨论体全息光栅的基础理论，主要是 Kogelnik 耦合波理论和二维耦合波理论，并对其作了简要比较。

第三章 深入再探讨二维耦合波理论，利用黎曼方法给出二维耦合波方程的修正后的闭形式解析解，并对衍射特性进行了全面深入的研究。

第四章 利用二维耦合波方程的闭形式解析解，研究有限尺寸体光栅的峰值衍射效率和波长选择性，作为例子，为了获得最优的峰值衍射效率和波长选择性，给出体全息波分复用、解复用器件的优化设计方案。

第五章 实验研究体光栅的角度选择性与光栅尺寸比的关系，并与二维耦合波理论模拟计算的结果进行了比较。采用了一种新颖的透射式记录、正交式读出基于体全息的波分复用器件的方案，通过实验实现短波长记录、长波长读出，利用二维耦合波理论对实验结果进行讨论。

第2章 体全息光栅的基础理论

全息图记录的是物光波和参考光波的干涉图样，它在记录振幅信息的同时，还记录了物光的相位信息。当用于全息记录的介质较厚（厚度比记录的干涉条纹间距大得多）时，它将物光和参考光干涉形成的明暗相间的三维空间曲面族记录下来，形成记录介质物理性质的相应变化。这种全息图在再现过程中将主要显示出体效应，因而称为体积全息图^[22]。

本章首先简单分析体光栅及布拉格衍射，描述基于体全息的波分复用器件的基本原理。随后，介绍 Kogelnik 耦合波理论和二维耦合波理论。

2.1 体光栅与布拉格衍射

两束在 xz 面内传播的平面光波入射到厚度为 d 的感光介质上，在其内部形成图 2-1 所示的三维光栅^[23]。

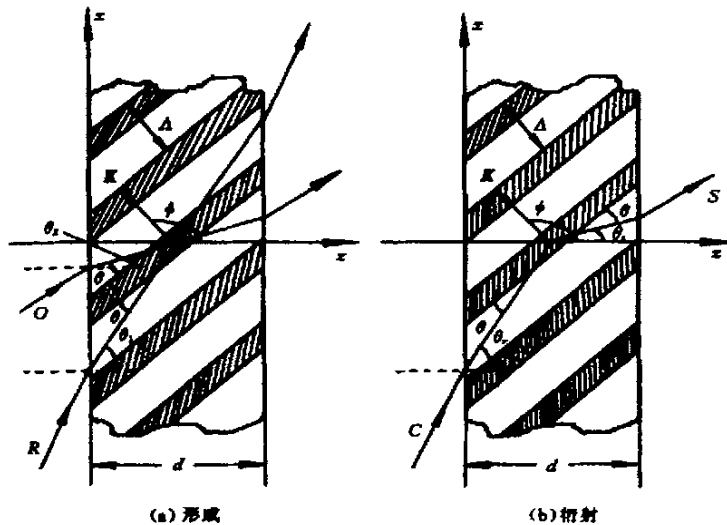


图 2-1: 体光栅的形成 (a) 和衍射 (b)

Fig. 2-1 Formation (a) and diffraction (b) of a volume grating

按照三维光栅的衍射理论，为使总的衍射波振幅达到极大值，三维光栅的衍射应该满足布拉格定律^[21]

$$2 \Lambda \sin \theta = \lambda \quad (2-1)$$

其中 Λ 是条纹面的间距， λ 是介质内的波长， θ 是照明光束与峰值条纹面之间的夹角，称为布拉格角。

从布拉格定律(2-1)式可以看出，再现光波波长和光栅间距一旦被确定，则再现光的入射角就被唯一确定了；或者，如果再现光波的入射角和光栅间距已被确定，则再现光波波长便唯一确定。

2.2 体全息 DWDM 器件基本原理^[24]

以光折变晶体为例，当记录介质被某些波段的光照射后，折射率会随光强的分布而变化，因此可用全息照相的方法写入光栅。设写入光波长为 λ_r ，物光和参考光在晶体中与 z 轴的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 ，所得光栅的光栅矢量为 K 。当将另一波长为 λ_i 的光入射到该晶体中时，其入射光和衍射光在晶体中与 z 轴的夹角分别为 ϕ_1 和 ϕ_2 ，如图 2-2(a)所示。根据布拉格定理应满足

$$\frac{\lambda_r}{\sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}} = \frac{\lambda_i}{\sin \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}} \quad (2-2)$$

在 K 矢量图中即表现为写入光的两波矢 k_r 、 k_s 和读出光的两波矢 k_i 、 k_d 分别与光栅矢量 K 组成等腰三角形，如图 2-2(b)所示。由此可知，对读出光来说，当入射角一定时，给定的光栅只对一个波长的光产生显著的衍射，这种单个体光栅适合于用作波长滤波器件。

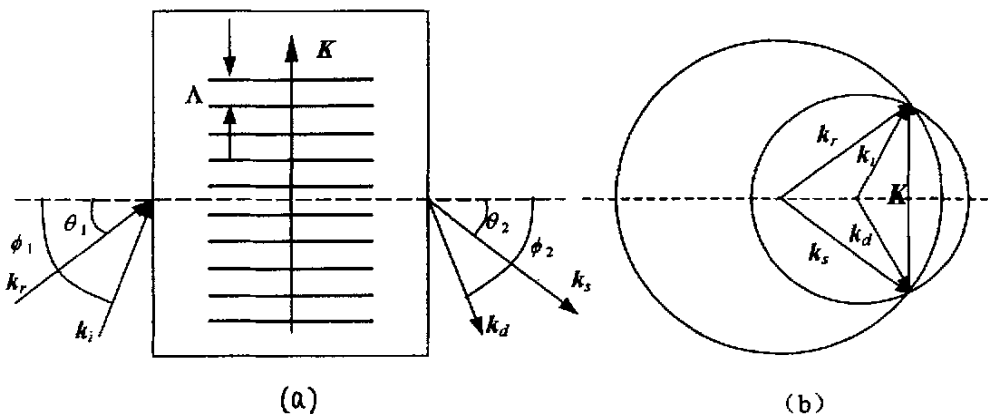


图 2-2: 双波长法的波矢表示: (a) 在晶体中; (b) k 矢量图

Fig. 2-2 The k -vector diagram of two wavelength method: (a) in the crystal; (b) schematic diagram of k

如果在晶体中写入两个合适的光栅，则当一束包含两个特定波长的光沿一定方向入射时，入射光就分别被两个光栅向不同方向衍射（图 2-3），即起到了分波的作用。同理，利用写有多个光栅的晶体就可以对含有多个波长的光进行分波，这就是体全息波分复用器件的基本原理。

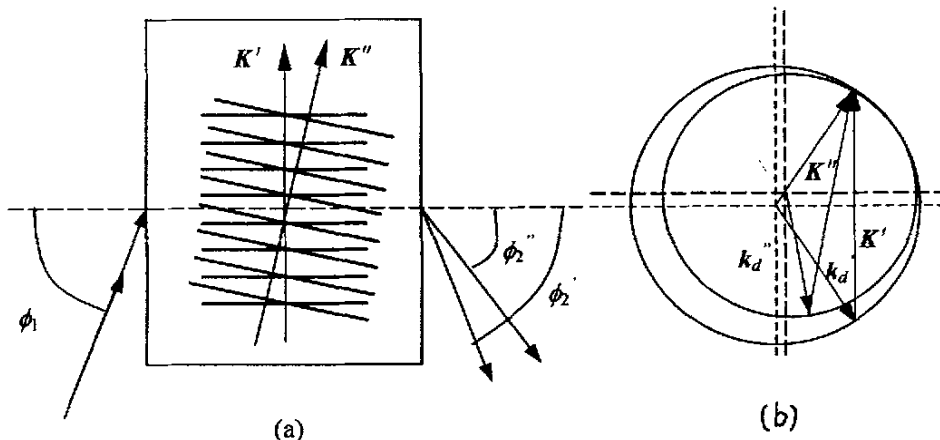


图 2-3：读出叠置全息图的波矢表示：(a) 晶体中；(b) k 矢量图

Fig. 2-3 k -vector Schematic diagram when the multiplexed holographic gratings are read out: (a) in the crystal; (b) schematic diagram of k

2.3 Kogelnik 耦合波理论^[20]

在分析体光栅的衍射时，光通过光栅传播，对这个过程的分析需要采用耦合波理论。本节介绍体全息经典的理论基础即 Kogelnik 耦合波理论。在 2.4 节中，将介绍对于有限尺寸体光栅更为精确的二维耦合波理论。

Kogelnik 首先将耦合波理论用于分析体光栅的衍射，其主要思想是从麦克斯韦方程出发，根据介质的电学和光学常量，直接求解描述照明光波和衍射光波的耦合微分方程组，得到衍射效率。这一理论假定光栅被恒定振幅的平面波形成和再现，亦即记录和再现光波是无限大尺寸、均匀平面波，且在垂直于光栅条纹平面的方向上材料的性质和光波的性质均无变化，参考光和信号光仅在一个方向上进行能量交换，是一种一维理论。

如图 2-1 所示，无限大尺寸、均匀平面波入射到介质中，在其内部干涉形成体光栅。所形成的光栅表示为介质介电常数 ϵ_r 的周期性变化：

$$\epsilon_r = \epsilon_{r,0} + \epsilon_{r,1} \cos[(\vec{\rho}_0 - \vec{\sigma}_0) \cdot \vec{x}] \quad (2-3)$$

其中 ε_{r0} 表示平均介电常数, ε_{r1} 表示变化的幅值, $\bar{\rho}_0$ 为参考光的传播矢量, $\bar{\sigma}_0$ 为信号光的传播矢量, \bar{x} 为矢径。

当一束无限大平面波以接近记录时参考波的方向入射到介质中, 根据体光栅的布拉格衍射特性, 介质中只有入射波 E_r 和衍射波 E_s 这两个光波存在。由于介质吸收和能量交换, 用 $R(z)$ 和 $S(z)$ 表示入射波和衍射波的复振幅, 复振幅仅在一个方向上变化。总的电场是 E_r 和 E_s 之和, 表达为

$$E = E_r + E_s = R(z)e^{-j\bar{\rho}\cdot\bar{x}} + S(z)e^{-j\bar{\sigma}\cdot\bar{x}} \quad (2-4)$$

其中 $\bar{\rho}$ 为入射波的传播矢量, $\bar{\sigma}$ 为衍射波的传播矢量。

光波的电场应满足标量波动方程:

$$\nabla^2 E + \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r - j\omega\mu\sigma \right) E = 0 \quad (2-5)$$

式中, ω 是真空中光波场的圆频率; c 为真空中的光速; μ 为介质的磁导率; σ 为电导率, 反应了介质的吸收特性。

将方程(2-3)、(2-4)代入方程(2-5), 并且两波耦合满足布拉格条件, 数学上允许忽略振幅的二阶导数, 可以得到

$$\frac{dE_r}{dz} + \frac{\alpha}{\cos\theta_r} E_r = -j \frac{\kappa}{\cos\theta_r} E_s \quad (2-6)$$

$$\frac{dE_s}{dz} + \frac{\alpha + j\delta}{\cos\theta_s} E_s = -j \frac{\kappa}{\cos\theta_s} E_r \quad (2-7)$$

式中, α 是记录介质的吸收系数, 表示为

$$\alpha = \mu\sigma\sigma_0 / 2(\varepsilon_{r0})^{\frac{1}{2}} \quad (2-8)$$

θ_r , θ_s 分别为再现光波和衍射光波与 z 轴夹角 (见图 2-1); κ 为耦合常数, 它描述了参考光 R 与信号光 S 的耦合程度, 是耦合波理论中一个重要参数, 其值越大, 耦合越强烈, 表达为

$$\kappa = \frac{\pi\Delta n}{\lambda} - \frac{j\Delta\alpha}{2} \quad (2-9)$$

其中, Δn 和 $\Delta\alpha$ 分别为折射率和吸收常数的空间调制振幅。(2-7)式中的 δ 是由于照明光波不满足布拉格条件而产生的相位失配, 它与角度的偏移量 $\Delta\theta$ 和波长偏移量 $\Delta\lambda$ 成正比, 表达式为:

$$\delta = \Delta\theta K \sin(\phi - \theta_0) - \Delta\lambda K^2 / 4\pi n \quad (2-10)$$

根据 Kogelnik 耦合波理论, 通过求解耦合波方程, 得到透射光场和衍射光场的振幅分布, 进而得到衍射效率的表达式

1) 对于无吸收透射位相光栅, 衍射光波的改变由折射率的空间变化而产生。这时, 它们的衍射效率为

$$\eta = \frac{\sin^2(\nu^2 + \xi^2)^{\frac{1}{2}}}{1 + (\xi/\nu)^2} \quad (2-11)$$

其中 ξ 为光栅读出时的布拉格失配参量

$$\xi = \frac{\delta d}{2 \cos \theta_s} \quad (2-12)$$

ν 为光栅的耦合强度

$$\nu = \frac{\pi \Delta n d}{\lambda (\cos \theta_r \cos \theta_s)^{\frac{1}{2}}} \quad (2-13)$$

θ_r , θ_s 分别为衍射光波和再现光波与 z 轴所夹的角度。

根据式(2-11)可以给出在不同调制参量下无吸收透射位相全息光栅归一化的衍射效率 η/η_0 随布拉格失配参量 ξ 的变化曲线, η_0 为满足布拉格条件时的衍射效率, 如图 2-4。由图看出, 当 $\xi=0$ 时, 衍射效率最大, 随着 $|\xi|$ 值的增大, η 迅速下降。当 $|\xi|$ 增大到一定程度时, η 下降至零。由于参量 ξ 的改变量与角度的偏移量 $\Delta\theta$ 以及波长的偏移量 $\Delta\lambda$ 成正比, 因此, 入射光只要偏离布拉格角一个很小的角度, 或波长超出 $\lambda \pm \Delta\lambda$ 的范围, 衍射效率即降低为 0, 体积全息图这一特性称之为角度选择性和波长选择性。

再者, 从相位失配因子 δ 可以看出, 波长偏离和角度偏离对衍射效率的影响是等效的, 可以用角度偏离来弥补波长偏离。在读出一个已经记录好的全息光栅时, 即使参考光的波长偏离了记录光的波长, 通过选择合适的读出角, 光栅仍能给出最强的衍射。

当读出光满足布拉格条件时, 失配参量 $\xi=0$, 此时衍射效率为

$$\eta = \sin^2 \nu \quad (2-14)$$

图 2-5 为此时衍射效率 η 关于调制参量 ν 的曲线。从图 2-5 可以看出, 在布拉格

角入射时，无吸收透射型光栅衍射效率将随光栅的耦合强度增加而剧烈振荡。

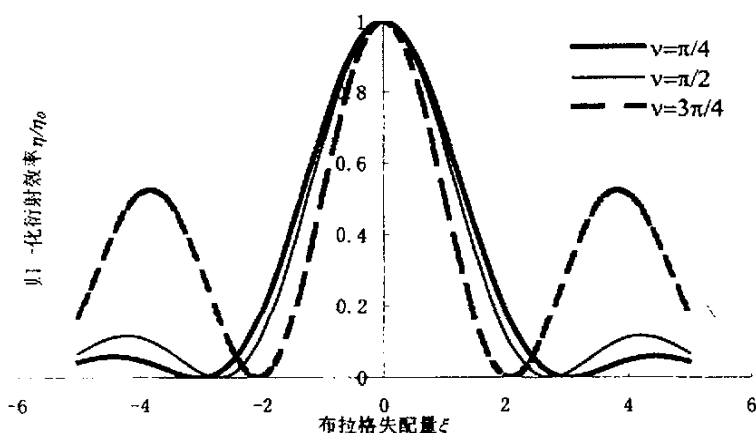


图 2-4: 无吸收透射光栅的归一化衍射效率 η/η_0 随布拉格失配量 ξ 的变化曲线

Fig. 2-4 Without absorption diffraction efficiencies of transmission gratings (normalized to their values when $\xi=0$) versus ξ

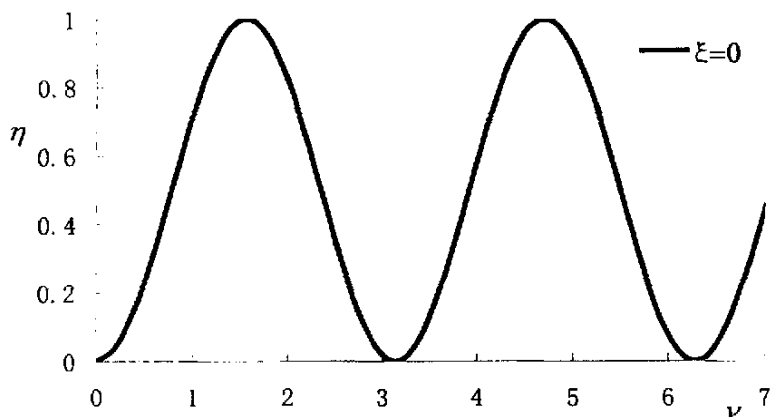


图 2-5: $\xi=0$ 时，无吸收透射型光栅衍射效率 η 关于调制参量 ν 的变化曲线

Fig. 2-5 Diffraction efficiency η versus parameter of modulation ν ($\xi=0$)

当再现光束的角度等于记录时参考光的角度并保持不变时，改变其波长，对于透射光栅，使衍射效率降低到零时的波长偏移量为

$$\Delta\lambda = \frac{(\pi^2 - \nu^2)^{1/2} \lambda \lambda_a}{2\pi d \operatorname{tg} \theta_r \sin \theta_r} \quad (2-15)$$

其中 λ_a 为空气中的波长。

根据式(2-15), 波长分辨本领表示为

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{2\pi d \operatorname{tg} \theta_r \sin \theta_r}{(\pi^2 - \nu^2)^{1/2} \lambda_0} \quad (2-16)$$

利用式(2-16)可以给出透射光栅的波长分辨本领随记录介质厚度 d 的变化曲线, 如图 2-6 所示, 其中 $\theta_r = 45 \text{ deg}$, $\nu = \pi/4$, $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ 。从图 2-6 可以看出, 波长分辨本领随介质厚度的增大而增大, 当介质厚度 $d \geq 1.46 \text{ mm}$ 时, 光栅的波长分辨本领可以达到 4000。

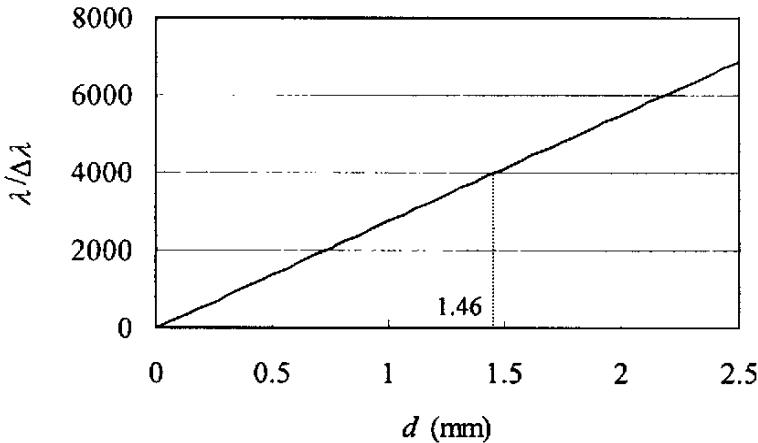


图 2-6: 无吸收透射光栅的波长分辨本领 $\lambda/\Delta\lambda$ 随介质厚度 d 的变化曲线

Fig. 2-6 Without absorption resolution power of transmission gratings versus d

2) 对于无吸收反射位相光栅, 其衍射效率为

$$\eta = \frac{sh^2(\nu^2 - \xi^2)^{1/2}}{sh^2(\nu^2 - \xi^2)^{1/2} + [1 - (\xi/\nu)^2]} \quad (2-17)$$

根据式(2-17)可以给出在不同调制参量下无吸收反射位相全息光栅归一化的衍射效率 η/η_0 随布拉格失配参量 ξ 的变化曲线, 如图2-7。由图看出, 与透射光栅类似当 $\xi = 0$ 时, 衍射效率最大, 随着 $|\xi|$ 值的增大, η 迅速下降。

当读出光满足布拉格条件时, 失配参量 $\xi = 0$, 此时衍射效率为

$$\eta = \frac{sh^2\nu}{sh^2\nu + 1} \quad (2-18)$$

图 2-8 为 $\xi = 0$, 无吸收反射型位相光栅的峰值衍射效率 η 关于调制参量 ν 的曲线。

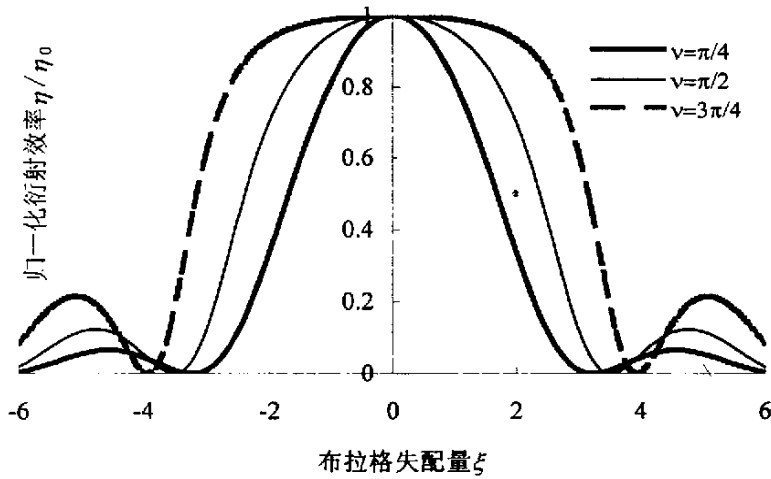


图 2-7: 无吸收反射光栅的归一化衍射效率 η/η_0 随布拉格失配量 ξ 的变化曲线

Fig. 2-7 Without absorption diffraction efficiencies of reflection gratings (normalized to their values when $\xi=0$) versus ξ

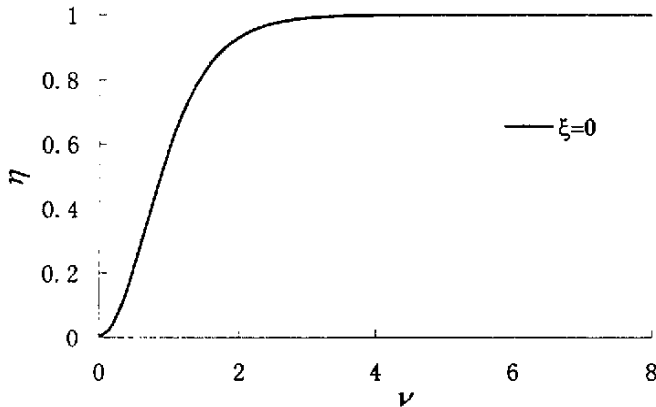


图 2-8: $\xi=0$ 时, 无吸收反射型光栅衍射效率 η 关于调制参量 ν 的变化曲线

Fig. 2-8 Diffraction efficiency η versus parameter of modulation ν ($\xi=0$)

从图 2-8 可以看出, 在布拉格角入射时, 无吸收反射型光栅衍射效率将随光栅耦合强度 ν 的增加而增加, 不会出现无吸收透射型光栅衍射效率将随光栅的耦合强度剧烈振荡的情况。

对于反射光栅, 使衍射效率降低到零时的波长偏移量为

$$\Delta\lambda = \frac{(\pi^2 + \nu^2)^{1/2} \lambda \lambda_a}{2\pi d \cos \theta_r} \quad (2-19)$$

根据式(2-19)，波长分辨本领表示为

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{2\pi d \cos\theta_r}{(\pi^2 + \nu^2)^{1/2} \lambda_a} \quad (2-20)$$

利用式(2-20)可以给出反射光栅的波长分辨本领随记录介质厚度 d 的变化曲线，如图 2-9 所示，其中 $\theta_r = 45 \text{ deg.}$ ， $\nu = \pi/4$ ， $\lambda_a = 532 \text{ nm}$ 。从图 2-9 可以看出，波长分辨本领随着介质厚度的增大而增大，当介质厚度 $d \geq 1.55 \text{ mm}$ 时，光栅的波长分辨本领可以达到 4000。

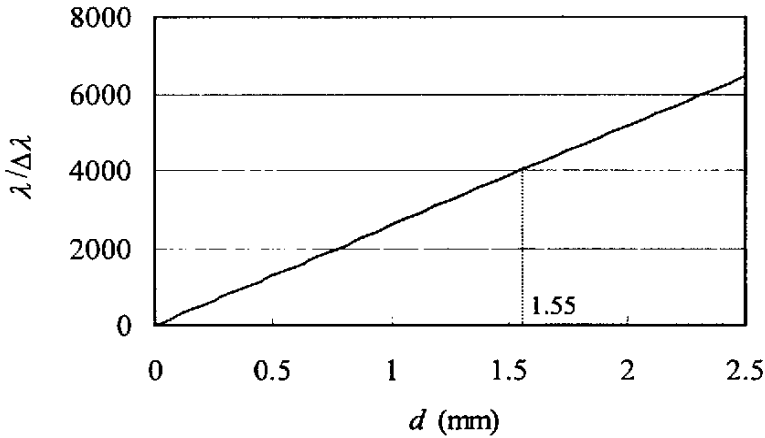


图 2-9: 无吸收反射光栅的波长分辨本领 $\lambda/\Delta\lambda$ 随介质厚度 d 的变化曲线

Fig. 2-9 Without absorption resolution power of reflection gratings versus d

根据 Kogelnik 理论可以预期，选择合适的耦合强度和记录介质厚度等，基于体全息的波长滤波器能够实现多通道的波分复用，并且可以获得较低的插入损耗。但是，已经报道的体全息波分复用/解复用技术所实现的容量和性能与理论预期相去甚远。以往的工作表明，器件的插入损耗、通道间隔仍较大，而且串扰严重。表征通道容量的波长分辨本领 ($\lambda/\Delta\lambda$) 远远尚未达到 DWDM 的要求，即 $\lambda/\Delta\lambda \approx 4000$ ，而且衍射效率有待于进一步提高。

2.4 二维耦合波理论

以往所有工作中采用的理论，均为传统的 Kogelnik 耦合波理论。但由于其理论的一维本质，它原则上只适合于光栅输入输出面尺寸（与之相应的是入射光束和衍射光束的尺寸）远大于光栅厚度的情况，这种情况下光栅可以分为透射型

和反射型两类。但在现代体光栅的许多应用中，光栅尺寸趋向于小型化，使用方式也有了邻面入射式即所谓 90° 光路^[25]。对这一类体光栅衍射特性（例如衍射效率和波长选择性）的分析需要更为精确的衍射理论，二维理论即受到极大的关注^[21,26,27]。

严格的说，光波在二维介质中的传播应当采用三维理论。如图 2-10 所示，Kogelnik 耦合波理论假定记录和再现光波是无限大尺寸、均匀平面波 ($y-z$ 平面)，参考光和信号光仅在一个方向 (x) 上进行能量交换，因此是一种一维理论。所谓二维理论，是假定在垂直于光栅条纹平面 ($x-y$ 平面) 的方向上 (z) 材料的性质和光波的性质均无变化，通常这一方向也被指定为光波电场矢量的方向。因此只需要考察沿 x 和 y 两个方向的变化情况。在 Solyman 等人发展的二维耦合波理论^[21,26]的基础上，Russell 和 Solyman 研究了“完全重叠光栅”的衍射特性^[27]。所谓完全重叠光栅是指有限宽度的两光束在记录介质中相交，在相交的全部区域中形成的全息光栅，见图 2-10 所示。下面我们介绍二维耦合波理论的要点。

2.4.1 折射率光栅的形成

如图 2-10 所示，宽度分别为 W_R 和 W_S 的参考光和信号光入射到介质中，在其内部干涉形成体光栅。选定坐标系使得两束光分别相对于 x 轴以角度 ϕ_0 和 $-\phi_0$ 入射。记录光场可以表示为

$$E_{i0} = a_{i0} A_{i0} \exp(-\gamma_0 p_{i0}) \quad (2-21)$$

其中 $i = 1, 2$ ，分别代表参考光和信号光， $\gamma_0 = \alpha_0 + j\beta_0$ ， α_0 为记录介质对光振幅的吸收系数， β_0 为光在介质中的传播常数， a_{i0} 为沿波阵面的归一化振幅分布， A_{i0} 为一常数，相应于两束记录光的光强， p_{i0} 为光的波前位相函数，它可以记为

$$p_{i0} = x \cos \phi_0 - (-1)^i y \sin \phi_0 \quad (2-22)$$

所形成的光栅表示为介质介电常数 ϵ_r 的周期性变化：

$$\epsilon_r = \epsilon_{r0} + \epsilon_{r1} a_{10} a_{20} \cos[\beta_0(p_{10} - p_{20})] \quad (2-23)$$

其中 ϵ_{r0} 表示平均介电常数， ϵ_{r1} 表示介电常数变化的幅值。 ϵ_{r0} 和 ϵ_{r1} 也可以是复值，其虚部分别代表平均吸收率的改变和吸收光栅的形成。

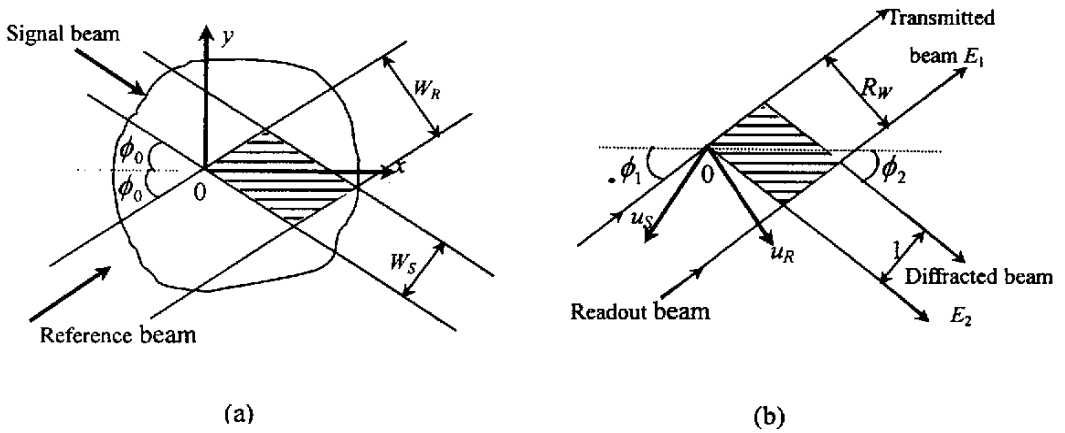


图 2-10 二维有限尺寸体光栅的形成(a)和读出(b)

Fig. 2-10 Formation (a) and readout (b) of a 2-D restricted volume grating

2.4.2 光栅的衍射—布拉格衍射范畴

当一束平面波以接近记录时参考波的方向入射到介质中，由于体光栅的布拉格衍射特性，介质中只有入射波 E_1 和衍射波 E_2 这两个光波存在，总的电场是 E_1 和 E_2 之和，表达为

$$E = E_1 + E_2 = a_1 A_1 \exp(-\gamma p_1) + a_2 A_2 \exp(-\gamma p_2) \quad (2-24)$$

其中 $\gamma = \alpha + j\beta$ ， α 是显影后介质的吸收系数， β 是读出光波的传播常数。 p_1 、 p_2 分别为入射波和衍射波的波前位相函数，令 ϕ_1 为读出角、 ϕ_2 为衍射角，波前位相函数可以记为

$$p_1 = x \cos \phi_1 + y \sin \phi_1 \quad (2-25)$$

$$p_2 = x \cos \phi_2 - y \sin \phi_2 \quad (2-26)$$

注意(2-24)中光电场振幅 A_i 本身不含介质吸收引起的衰减，这不同于文献[27]给出的表述。

光波的电场 E 应满足标量波动方程：

$$\nabla^2 E + \omega^2 \mu \epsilon_0 \epsilon_r E = 0 \quad (2-27)$$

其中 ϵ_0 表示真空中的介电常数。

当光栅被读出时，由入射波 E_1 和衍射波 E_2 的表达式(2-24)可以得到

$$\begin{aligned}
& \nabla^2 E_i \\
& = \exp(-\gamma p_i) \left\{ A_i \left[\nabla^2 a_i - (\alpha + j\beta) a_i \nabla^2 p_i - 2(\alpha + j\beta) \nabla p_i \cdot \nabla a_i + (\alpha + j\beta)^2 a_i (\nabla p_i)^2 \right] \right. \\
& \left. + a_i \nabla^2 A_i + 2\nabla A_i \cdot \nabla a_i - 2(\alpha + j\beta) a_i \nabla A_i \cdot \nabla p_i \right\}
\end{aligned} \tag{2-28}$$

把式(2-23)、(2-28)代入(2-27)，则标量波动方程变为

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 \exp(-\gamma p_i) \left\{ A_i \left[\nabla^2 a_i - (\alpha + j\beta) a_i \nabla^2 p_i - 2(\alpha + j\beta) \nabla p_i \cdot \nabla a_i + (\alpha + j\beta)^2 a_i (\nabla p_i)^2 \right] \right. \\
& \left. + a_i \nabla^2 A_i + 2\nabla A_i \cdot \nabla a_i - 2(\alpha + j\beta) a_i \nabla A_i \cdot \nabla p_i \right. \\
& \left. + \beta_0^2 \left[1 + \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \left[\exp j\beta_0 (p_{10} - p_{20}) + \exp j\beta_0 (p_{20} - p_{10}) \right] \right] A_i a_i \right\} = 0
\end{aligned} \tag{2-29}$$

现在，对式(2-29)可以作一些简化^[21]。首先，在折射率无调制时（即介电常数变化的幅值 $\varepsilon_{r1}=0$ ），如果 A_i 为一个常数，此方程仍然满足。则

$$\nabla^2 a_i - (\alpha + j\beta) a_i \nabla^2 p_i - 2(\alpha + j\beta) \nabla p_i \cdot \nabla a_i + (\alpha + j\beta)^2 a_i (\nabla p_i)^2 + \beta_0^2 a_i = 0 \tag{2-30}$$

把式(2-30)代入方程(2-29)，可得

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 \exp(-\gamma p_i) \left\{ a_i \nabla^2 A_i + 2\nabla A_i \cdot \nabla a_i - 2(\alpha + j\beta) a_i \nabla A_i \cdot \nabla p_i \right. \\
& \left. + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \left[\exp j\beta_0 (p_{10} - p_{20}) + \exp j\beta_0 (p_{20} - p_{10}) \right] A_i a_i \right\} = 0
\end{aligned} \tag{2-31}$$

接着，考虑到 A_i 和 a_i 是缓慢变化的函数，可以进一步忽略 $a_i \nabla^2 A_i$ 和 $2\nabla A_i \cdot \nabla a_i$ 项，

则方程(2-31)变为

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 \exp(-\gamma p_i) \left\{ -2(\alpha + j\beta) a_i \nabla A_i \cdot \nabla p_i \right. \\
& \left. + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \left[\exp j\beta_0 (p_{10} - p_{20}) + \exp j\beta_0 (p_{20} - p_{10}) \right] A_i a_i \right\} = 0
\end{aligned} \tag{2-32}$$

最后，由于照明光波以满足布拉格条件或在其附近入射（布拉格衍射范畴），介质中只有入射波 E_1 和衍射波 E_2 这两个光波存在。而方程(2-32)中的位相因子 $\exp(-j\beta_0 p_{10} + j\beta_0 p_{20} - j\beta p_2)$ 、 $\exp(-j\beta_0 p_{20} + j\beta_0 p_{10} - j\beta p_1)$ 、 $\exp(-j\beta_0 p_{10} - j\beta p_1 + j\beta_0 p_{20})$ 、 $\exp(-j\beta_0 p_{20} - j\beta p_2 + j\beta_0 p_{10})$ 分别代表了0级、-1级、+1级和-2级。由于体光栅的布拉格衍射特性，可仅仅保留0级和-1级，对方程(2-32)简化后得到

$$\begin{aligned} & \exp(-\gamma p_1) \left\{ -2(\alpha + j\beta)a_1 \nabla A_1 \cdot \nabla p_1 + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \exp j\beta_0(p_{10} - p_{20}) A_1 a_1 \right\} \\ & + \exp(-\gamma p_2) \left\{ -2(\alpha + j\beta)a_2 \nabla A_2 \cdot \nabla p_2 + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \exp j\beta_0(p_{20} - p_{10}) A_2 a_2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2-33)$$

令 $G = \alpha(p_2 - p_1)$, $K = \beta_0(p_{10} - p_{20}) - \beta(p_1 - p_2)$, 式(2-33)可以记做

$$\begin{aligned} & \exp(-\gamma p_1) \left\{ -2(\alpha + j\beta)a_1 \nabla A_1 \cdot \nabla p_1 + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \exp[-(G + jK)] A_2 a_2 \right\} \\ & + \exp(-\gamma p_2) \left\{ -2(\alpha + j\beta)a_2 \nabla A_2 \cdot \nabla p_2 + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \exp(G + jK) A_1 a_1 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2-34)$$

比较方程(2-34)两端的指数项 $\exp(-\gamma p_1)$ 和 $\exp(-\gamma p_2)$ 可得

$$-2(\alpha + j\beta)a_1 \nabla A_1 \cdot \nabla p_1 + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \exp[-(G + jK)] A_2 a_2 = 0 \quad (2-35)$$

$$-2(\alpha + j\beta)a_2 \nabla A_2 \cdot \nabla p_2 + \beta_0^2 \frac{\varepsilon_{r1} a_{10} a_{20}}{2\varepsilon_{r0}} \exp(G + jK) A_1 a_1 = 0 \quad (2-36)$$

注意到 $\alpha \ll \beta$, 令 $\kappa = \varepsilon_{r1} \beta_0 / (4\varepsilon_r)$, 方程(2-35)、(2-36)变为

$$\left. \begin{aligned} \nabla A_1 \cdot \nabla p_1 + j\kappa \frac{a_{20} a_2 a_{10}}{a_1} \exp[-(G + jK)] A_2 &= 0 \\ \nabla A_2 \cdot \nabla p_2 + j\kappa \frac{a_{20} a_{10} a_1}{a_2} \exp(G + jK) A_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-37)$$

方程(2-37)即为基本的二维耦合波方程。光栅衍射时, 入射光和衍射光在 x - y 平面上进行能量交换, 同时介质中存在着吸收。参考光的能量在传播中变小, 而信号光的能量在衍射中变大。

为了求解方程(2-37), 可以利用坐标变换, 即新坐标系 (u_R, u_S) 的基矢分别垂直于光波传播矢量, 见图 2-10 (b)。

$$\begin{pmatrix} u_R \\ u_S \end{pmatrix} = \frac{1}{W_s} \begin{pmatrix} \sin \phi_0 & -\cos \phi_0 \\ -\sin \phi_0 & -\cos \phi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2-38)$$

在新的坐标系中, 振幅分布函数 a_i 成为单变量的函数 $a_1(u_R)$ 和 $a_2(u_S)$ 。调制区域 (即图 2-10 (b) 中的阴影部分) 在范围 $-1 < u_S < 0$, $0 < u_R < W_R / W_S = R_W$ 内, 其中 R_W 为参考光和信号光的光束宽度比, 即光栅尺寸比。

由于仅考虑布拉格衍射范畴, 故除了在位相失配因子 K 中以外, 通常可取 $\phi_1 = \phi_0$, $\phi_2 = \phi_0$, 则方程(2-37)变为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial u_S} &= j\kappa' W_S \frac{a_{20} a_2 a_{10}}{a_1} \exp[-(G + jK)] A_2 \\ \frac{\partial A_2}{\partial u_R} &= -j\kappa' W_S \frac{a_{20} a_{10} a_1}{a_2} \exp[(G + jK)] A_1 \end{aligned} \right\} \quad (2-39)$$

其中 $\alpha' = \alpha / \sin 2\phi_0$, $\kappa' = \kappa / \sin 2\phi_0$, $G = 2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 (u_R + u_S)$, $K = \delta W_S (u_R + u_S)$,
 $\delta = \frac{1}{2} \beta \Delta \phi \sec^2 \phi_0 + \Delta \beta \tan \phi_0$ 。

在新坐标系中, 二维光栅衍射的边界条件可以表述为

$$u_R = 0 \text{ 时 } A_2 = 0, u_S = 0 \text{ 时 } A_1 = 1$$

从方程组(2-39)中消去 A_1 得到关于 A_2 的微分方程, 边界条件意味着在一条直线上给出 A_2 , 并且在另一条直线上给出它的微分。可以根据黎曼方法^[28]来求解。文献[27]给出两光波电场的闭形式解析解为

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \exp(\alpha' W_S u_S) \times \left\{ a_1(u_R) - \kappa' W_S \exp[-(\alpha' W_S + j\delta W_S) u_R] a_{10}(u_R) \right. \\ &\quad \left. \times \int_0^s a_1(v) \sqrt{\frac{L}{M}} J_1(2\kappa' W_S \sqrt{LM}) \exp[v(\alpha' W_S + j\delta W_S)] dv \right\} \\ E_2 &= j\kappa' W_S a_{20}(u_S) \exp[-\alpha' W_S (u_R + u_S) - j\delta W_S u_S] \\ &\quad \times \int_0^s a_1(v) J_0(2\kappa' W_S \sqrt{LM}) \exp[v(\alpha' W_S + j\delta W_S)] dv \end{aligned} \right\} \quad (2-40)$$

2.5 本章小节

本章首先介绍了体全息的基本概念, 在布拉格衍射范畴讨论了其再现过程, 体全息光栅总是在满足布拉格条件时才能给出最强的衍射。否则, 任何违反布拉格条件的角度或波长改变都将导致衍射效率的明显下降。波长偏离和角度偏离对衍射效率的影响是等效的, 可以用角度偏离来弥补波长偏离。描述了基于体全息波分复用器件的基本原理, 并介绍了多通道波分复用的方法。其次, 采用 Kogelnik 一维耦合波理论对体光栅的衍射性质进行了讨论。在布拉格角入射时, 对于无吸收透射型位相光栅, 衍射效率随光栅耦合强度剧烈震荡; 对于无吸收反射型位相光栅, 衍射效率将随光栅耦合强度的增加而增加。再者, 对二维耦合波理论作了介绍, 针对完全重叠型的体光栅, 在布拉格衍射范畴内给出二维耦合波方程的完整推导, 并给出了[27]关于二维耦合波方程的闭形式解析解。以上结果是本论文工作的基础, 在后面的章节中将逐一介绍本论文的创新性工作。

第3章 二维耦合波理论的再探讨

在第2章中给出了文献[27]关于二维耦合波方程的闭形式解析解,其给出的闭形式的解析解包含了非均匀的写入光振幅分布、介质吸收、位相光栅和振幅光栅以及非布拉格入射等相当普遍的情况,应当可以成为研究有限尺寸体光栅衍射特性的重要依据。例如,可以利用他们的简化解(无吸收的平面波光栅且在布拉格匹配条件下读出)设计高保真度的全息有限光束转换器^[29]。但是,正如文献[30]和[31]所指出,[27]的解析解存在错漏,致使难于被其他学者所使用。遗憾的是,[30]和[31]也没有对此闭形式解给予更正。

本章首先尝试利用[27]的解(2-40)式来研究有限尺寸体光栅的衍射特性,发现其解析解的错误之处。接着针对完全重叠型的光栅,利用黎曼方法,在布拉格衍射范畴内给出二维耦合波方程的闭形式修正解。并且在此基础上,广泛研究光栅的衍射特性。

3.1 引言

对于二维有限尺寸体光栅,利用在图 2-10 给出的新坐标系统,可以给出光栅衍射效率为

$$\eta_{diff} = \frac{\int_0^0 |E_2(R_w, u_s)|^2 du_s}{\int_0^{R_w} |E_1(u_R, 0)|^2 du_R} \quad (3-1)$$

利用透射波 E_1 、衍射波 E_2 的表达式和衍射效率的定义(3-1)式,可以研究有限尺寸体光栅的衍射特性。

图 3-1 给出满足布拉格条件入射,利用[27]的解析解(2-40)式计算的光栅衍射效率与光栅强度的关系曲线,其中 $\alpha W_S = 0.1$, $R_w = 0.1$, $\phi_0 = 45 \text{ deg}$ 。图 3-2 给出光栅峰值衍射效率与光栅尺寸比的关系曲线,其中 $\alpha W_S = 0.1$, $\kappa W_S = 1$, $\phi_0 = 45 \text{ deg}$ 。

从图 3-1 和图 3-2 可以看出,当光栅强度或者光栅尺寸比取特定值时,可以使得有限尺寸体光栅的衍射效率远大于 1。这违反了基本物理定律,可以肯定(2-40)式的解存在错漏之处,丧失了可用性。下面我们采用黎曼方法,在布拉格衍射范畴内再次求解二维耦合波方程。

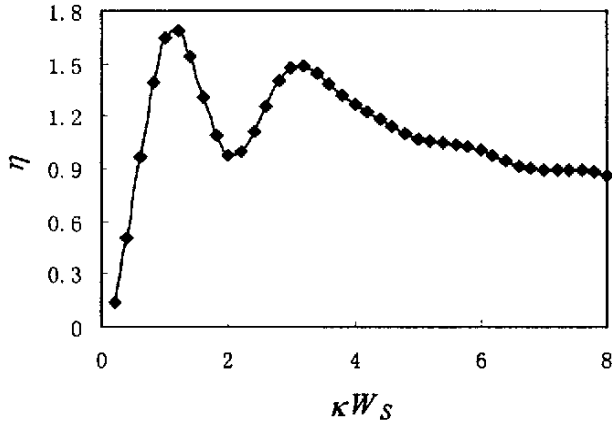


图 3-1: 在布拉格角入射下, 基于文献[27]解析解衍射效率随光栅强度的变化曲线

Fig. 3-1 Bragg-matched diffraction efficiency versus grating strength based on solution of

[27] ($\alpha W_S=0.1, R_W=0.1$)

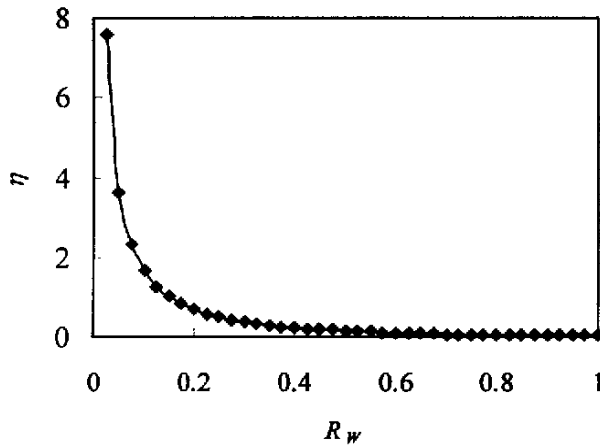


图 3-2: 在布拉格角入射下, 基于文献[27]解析解衍射效率随光栅尺寸比的变化曲线

Fig. 3-2 Bragg-matched diffraction efficiency versus grating size ratio based on solution of

[27] ($\alpha W_S=0.1, \kappa W_S=1$)

3.2 二维耦合波微分方程的解

为了求解耦合波方程(2-39), 我们首先在 $a_{20} = a_2$ 的条件下, 从方程(2-39)消去 A_1 , 并且引入变换:

$$A = A_2 \exp[-(2\alpha W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S)u_S] \quad (3-2)$$

得到方程

$$\frac{\partial^2 A}{\partial u_R \partial u_S} - \kappa^2 W_S^2 a_{20}^2 a_{10}^2 A = 0 \quad (3-3)$$

这是函数 A 关于变量 u_R 和 u_S 的标准双曲型二阶偏微分方程, 采用黎曼 (Riemann) 方法^[28,32,33], 在本问题中坐标为 (u_R, u_S) 的任意点 P 处的函数值 $A(P)$ 可以用边界 QOR 上的函数的初值及其一阶偏导数的值求出 (参见图 3-3)。

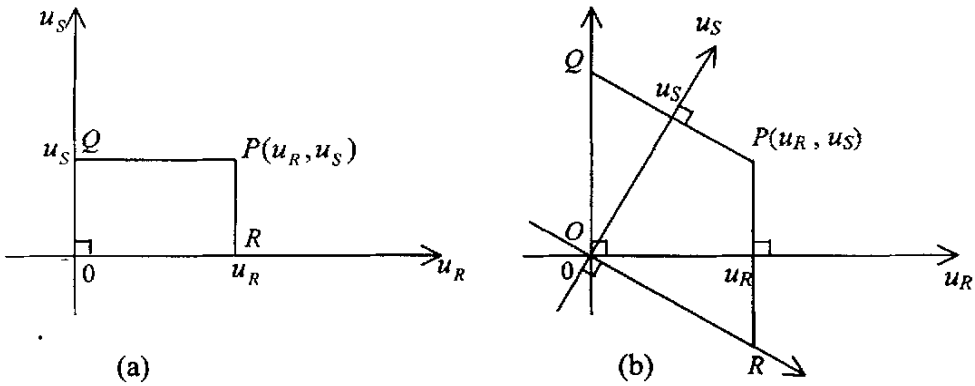


图 3-3 黎曼 (Riemann) 方法的图示(1): (a) u_R 与 u_S 垂直; (b) u_R 与 u_S 不垂直

Fig. 3-3 Schematic diagram of Riemann method (1): (a) u_R is perpendicular to u_S ; (b) u_R is not perpendicular to u_S

下面简要说明一下黎曼方法, 如图 3-4 所示。

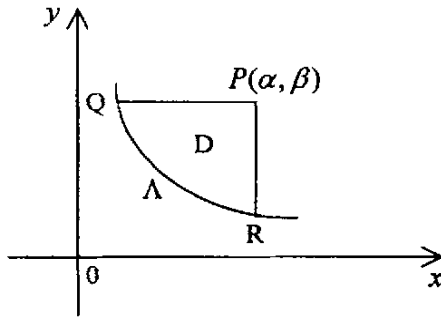


图 3-4 黎曼 (Riemann) 方法的图示(2)

Fig. 3-4 Schematic diagram of Riemann method (2)

对于线性双曲型方程 $u_{xy} + au_x + bu_y + cu = f(x, y)$, 黎曼函数为 $v(x, y; \alpha, \beta)$ (标准双曲型二阶偏微分方程的黎曼函数所满足的条件见附录 1)。令 Λ 是一光滑初始

曲线, $P(\alpha, \beta)$ 是我们在其上要寻求的解的那一点, 直线 PQ 平行于 x 轴交初始曲线 Λ 于 Q 点, 直线 PR 平行于 y 轴交曲线 Λ 于 R 点。我们假定 u 和一阶偏导数 u_x 或 u_y 沿 Λ 是给定的。则 u 在点 P 的值为

$$\begin{aligned} [u]_P &= \frac{1}{2} ([uv]_Q + [uv]_R) - \int_Q^R uv(ady - bdx) - \\ &\frac{1}{2} \int_Q^R u(v_x dx - v_y dy) + \frac{1}{2} \int_Q^R v(u_x dx - u_y dy) + \iint_D v f dx dy \end{aligned} \quad (3-4)$$

我们可以根据此物理问题的初始条件 ($u_R = 0$ 时 $A_2 = 0$, $u_S = 0$ 时 $A_1 = 1$) 以及方程(2-39)和(3-2)求出所有必要的边界条件如下:

当 $u_R = 0$ 时, $A = 0$, 且同时有

$$\left. \frac{\partial A}{\partial u_S} \right|_{u_R=0} = 0$$

当 $u_S = 0$ 时, $A = A_2(u_R, 0)$, 且同时有

$$\left. \frac{\partial A}{\partial u_R} \right|_{u_S=0} = -j\kappa' W_S a_{10} a_1 \exp[(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S) \mu_R]$$

可以证明方程(3-3)的黎曼函数为 $v(u_R, u_S; \alpha, \beta) = J_0(2\kappa' W_S \sqrt{L_0 M_0})$ (见附录一), 其中 J_0 为零阶贝塞耳函数,

$$L_0 = \int_R^a a_{10}^2(\xi) d\xi, \quad M_0 = \int_b^s a_{20}^2(\xi) d\xi.$$

因为 $A(Q) = 0$, $A(R) = A_2(u_R, 0)$, 所以根据式(3-4)可得

$$A(P) = A(u_R, u_S) = -j\kappa' W_S \int_0^{\mu_R} a_{10} a_1 J_0(2\kappa' W_S \sqrt{LM}) \exp[\tau(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S)] d\tau \quad (3-5)$$

其中 $L = \int_R^a a_{10}^2(\xi) d\xi$, $M = \int_b^s a_{20}^2(\xi) d\xi$ 。进而根据(3-2)可求出方程(3-3)的解为

$$\begin{aligned} A_2(u_R, u_S) &= -j\kappa' W_S \exp[(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S) \mu_S] \int_0^{\mu_R} a_{10} a_1 J_0(2\kappa' W_S \sqrt{LM}) \\ &\times \exp[\tau(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S)] d\tau \end{aligned} \quad (3-6)$$

根据(2-39)中第2式, 微分 $\frac{\partial A_2}{\partial u_R}$ 可得出 A_1 的解为

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 - \frac{a_{10}(u_R)}{a_1(u_R)} \kappa' W_S \exp[-(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S) \mu_R] \\ &\times \int_0^{\mu_R} a_{10}(\tau) a_1(\tau) \sqrt{\frac{M}{L}} J_1(2\kappa' W_S \sqrt{LM}) \exp[\tau(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S)] d\tau \end{aligned} \quad (3-7)$$

其中 J_1 为一阶贝塞耳函数。

再根据(2-24)式, 二光波电场的解分别为

$$E_1 = \exp(\alpha' W_S u_S) \left\{ a_1(u_R) \exp(-\alpha' W_S \cos 2\phi_0 u_R) - \kappa' W_S \exp[-(\alpha' W_S + j\delta W_S) u_R] a_{10}(u_R) \right. \\ \left. \times \int_0^{u_R} a_{10}(\tau) a_1(\tau) \sqrt{\frac{M}{L}} J_1(2\kappa' W_S \sqrt{LM}) \exp[\tau(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S)] d\tau \right\} \quad (3-8)$$

和

$$E_2 = -j\kappa' W_S a_2(u_S) \exp[-\alpha' W_S (u_R - u_S) + j\delta W_S u_S] \\ \times \int_0^{u_R} a_{10}(\tau) a_1(\tau) J_0(2\kappa' W_S \sqrt{LM}) \exp[\tau(2\alpha' W_S \sin^2 \phi_0 + j\delta W_S)] d\tau \quad (3-9)$$

将(2-40)式中的 E_1 、 E_2 的表达式分别与(3-8)、(3-9)式相比, 除了积分式中指数函数的表达略有不同外, (2-40)还有两个显著的错误: 一是吸收衰减指数项中 u_S 的符号, 二是参量积分的上限。这些错误使之丧失了可用性, 例如光栅强度或者光栅尺寸比取特定值时, 可以使得有限尺寸体光栅的衍射效率远大于1, 如图3-1、图3-2所示。

3.3 Kogelnik 耦合波理论与二维耦合波理论的简要比较

在上一节中给出了关于二维耦合波方程的闭形式修正解析解。本节通过研究完全重叠型体光栅的衍射特性, 对 Kogelnik 耦合波理论与二维耦合波理论作简要比较。

如图3-5所示, 记录介质仅在两光束重叠区域形成完全重叠型二维有限尺寸体光栅, 参考光和信号光均为有限宽度。这样的体光栅既不是透射型的光栅也不是反射型的光栅, 其衍射特性必须用二维理论来分析。

图3-6给出了图3-5所示有限尺寸体光栅的角度选择性, 其中阴影区域的光栅强度 $\kappa = 3.7 \text{ cm}^{-1}$ 。从图3-6可以看出, 对于有限宽度的光束 ($W_S/d = 0.707$), 利用二维耦合波理论(3-1)、(3-8)、(3-9)得到的模拟计算结果与利用 Kogelnik 的一维理论计算的结果有很大的差别。利用二维耦合波理论计算的角度选择性远比利用 Kogelnik 一维理论计算的角度选择性差, 而且前者的衍射效率也比较低。因此, 当记录和读出光栅的宽度为有限尺寸时, Kogelnik 一维理论与二维理论所预期的光栅衍射特性差别较大。对这一类体光栅衍射特性(例如衍射效率和波长

选择性)的分析,二维理论比一维理论更精确。

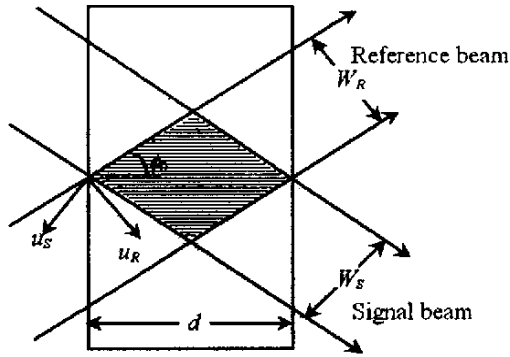


图 3-5 记录介质仅在两光束重叠区域形成的二维有限尺寸体光栅

Fig. 3-5 A "2-D restricted" volume grating exists only in the overlap between two near-plane-wave recording beams

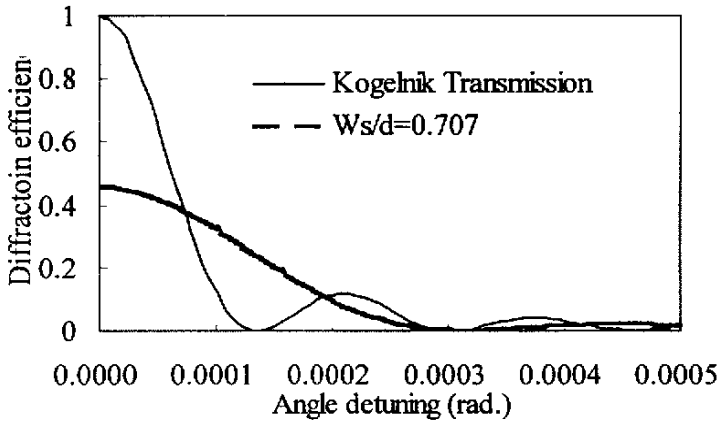


图 3-6 利用二维耦合波理论计算的 $W_S/d=0.707$ 下衍射效率随偏离布拉格角度的变化曲线与基于 Kogelnik 理论的结果

Fig. 3-6 Angle detuning curves calculated by using 2-D numerical simulation for $W_S/d=0.707$. A curve calculated by using Kogelnik's theory is also shown.

$$(\alpha = 0, \phi_0 = 45^\circ, d = 3 \text{ mm}, \lambda_0 = 1.55 \mu\text{m})$$

3.4 基于二维耦合波理论的衍射特性的再研究

利用(3-1)、(3-8)、(3-9)式,我们可以研究完全重叠型的均匀光栅($\kappa =$ 常数)的普遍衍射问题,即任意光栅写入角 ϕ_0 、非均匀的写入光振幅分布 a_{i0} 、非零介质吸收、位相和振幅光栅、非布拉格入射等。下面针对一些典型问题进行讨论。而对于非完全重叠型和非均匀的光栅,需要采用数值计算方法^[34]。

3.4.1 无吸收的平面波光栅在布拉格匹配条件下的衍射效率

此时式(3-8)、(3-9)中的 $\alpha = \delta = 0$,并且不失一般性可令 $a_{i0} = a_i = 1$,于是 E_1 和 E_2 简化为

$$\left. \begin{aligned} E_1(u_R, u_S) &= J_0(2\kappa'W_S\sqrt{-u_R u_S}) \\ E_2(u_R, u_S) &= -j\sqrt{\frac{u_R}{u_S}}J_1(2\kappa'W_S\sqrt{-u_R u_S}) \end{aligned} \right\} \quad (3-10)$$

注意,由于 u_R 恒为正值而 u_S 恒为负值,故 E_2 与 E_1 有 $\pi/2$ 的位相差。经过一定的数学运算(见附录二),可得

$$\eta_{diff} = 1 - J_0^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_w}) - J_1^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_w}) \quad (3-11)$$

此衍射效率表达式与文献[35]中的结果完全一致。

在(3-11)式中,宗量 $\kappa'W_S\sqrt{R_w}$ 可视为光栅的等效耦合强度。对于无吸收光栅,衍射效率被光栅等效耦合强度唯一确定。图3-7示出了用(3-11)式计算出的衍射效率与光栅的等效耦合强度的关系。可以看出,对于无吸收平面波光栅,峰值衍射效率随等效耦合强度的增大而增大。另一方面,我们也可以将 $\kappa'W_S$ 看作光栅强度,对于给定的 $\kappa'W_S$ 值,衍射效率将随光栅尺寸比 R_w 而变化,可见 R_w 是二维受限体光栅的重要系数,而Kogelnik一维耦合波理论仅仅适合于入射光束和衍射光束的尺寸远大于光栅厚度的情况,无法讨论有限尺寸体光栅的衍射特性与光栅尺寸(不仅是厚度)的关系。

图3-8示出了对于几个不同的 R_w 值,用(3-11)式计算出的衍射效率与光栅强度的关系。可见,在一定的光栅尺寸下,衍射效率基本上随光栅强度而单调上升,与一维理论预期的无吸收反射型光栅衍射效率随光栅强度的变化类似,而不会出现一维理论预期的无吸收透射型光栅衍射效率随光栅强度剧烈震荡^[20]的情况。此外,对于无吸收的光栅,在一定的光栅强度 $\kappa'W_S$ 下,参考光束相对物光束

越宽，衍射效率将越高。

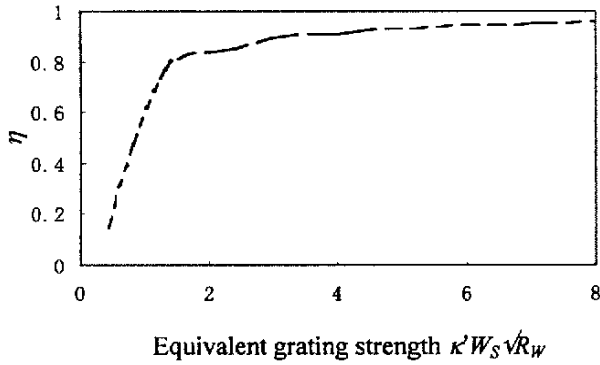


图 3-7 在无吸收和布拉格角入射下，衍射效率随等效光栅强度的变化曲线

Fig. 3-7 Bragg-matched diffraction efficiency versus equivalent grating strength ($\alpha = 0$)

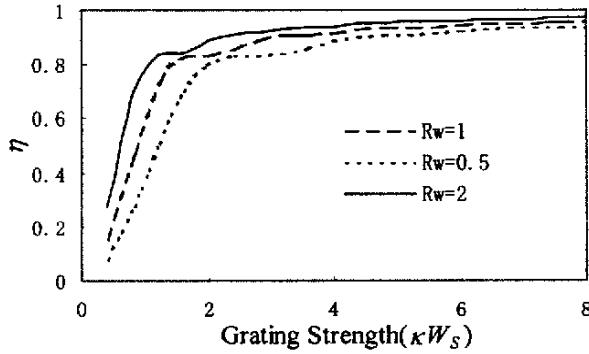


图 3-8: 对于几个不同的 R_W 值在无吸收和布拉格角入射下，衍射效率随光栅强度的变化曲线

Fig. 3-8 Without absorption and Bragg-matched diffraction efficiency versus grating strength for different R_W

3.4.2 有吸收光栅的衍射效率与光栅强度的关系

当介质的吸收不可以忽略时，解析式(3-11)失效，但仍可以使用衍射效率的定义式(3-1)、闭形式解(3-8)和(3-9)式来计算衍射效率。图 3-9 给出 $\alpha W_S = 0.5$ 和 $\alpha W_S = 1$ 两种情况下光栅衍射效率与光栅强度的关系曲线 ($\phi_0 = 45 \text{ deg.}$)。我们看到尽管衍射效率随 αW_S 的增大迅速下降，但是对于耦合较强的光栅仍能获得较高的衍射效率。

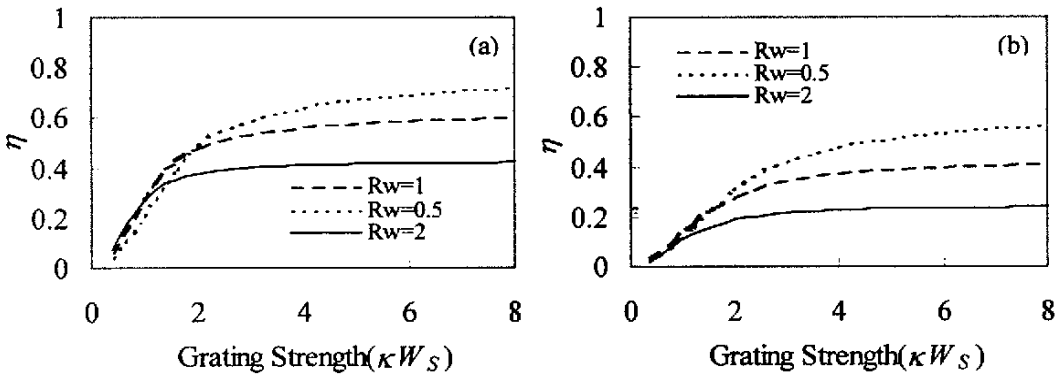


图 3-9: 在有吸收和布拉格角入射下, 衍射效率随光栅强度的变化曲线

Fig. 3-9 With absorption and Bragg-matched diffraction efficiency versus grating strength.

(a) $\alpha W_S = 0.5$, (b) $\alpha W_S = 1$.

3.4.3 有吸收光栅的衍射效率与光栅尺寸比的关系

图 3-10 给出 $\alpha W_S = 0.5$ 和 $\alpha W_S = 1$ 两种情况下光栅衍射效率与光栅尺寸比的关系曲线 ($\phi_0 = 45 \text{ deg.}$)。与图 3-9 衍射效率随光栅强度的变化曲线相比较, 衍射效率和光栅尺寸比之间的关系不再是单调的。存在介质吸收的情况下, 对于耦合较强的光栅, 参考光尺寸的增大反而会引起衍射效率的下降。这提示我们, 为了获得最优的衍射效率, 应当根据材料的吸收合理地设计光栅的几何尺寸。

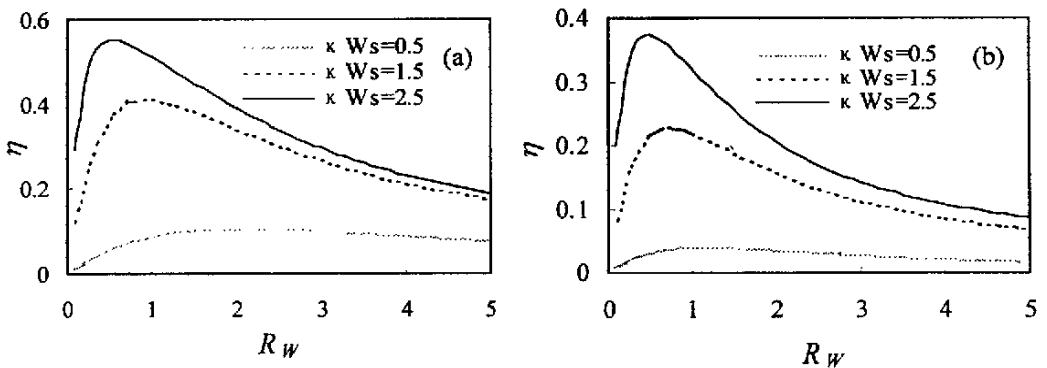


图 3-10: 在有吸收和布拉格角入射下, 衍射效率随光栅尺寸比的变化曲线

Fig. 3-10 With absorption and Bragg-matched diffraction efficiency versus grating strength.

(a) $\alpha W_S = 0.5$, (b) $\alpha W_S = 1$.

3.4.4 光栅布拉格选择性

光栅读出时的角度偏离 $\Delta\phi$ 和波长偏离 $\Delta\beta$ 所引起的布拉格失配量为 $\delta = \frac{1}{2}\beta\Delta\phi \sec^2\phi_0 + \Delta\beta \tan\phi_0$ 。利用(3-1)、(3-8)、(3-9)，可以计算在许多复杂条件下光栅的布拉格选择性。作为例子，图3-11给出 $\alpha W_S = 0$ 和 $\alpha W_S = 1$ 两种情况下光栅归一化衍射效率(η_{diff} 与 $\delta = 0$ 时的峰值衍射效率之比)与布拉格失配量 δW_S 的关系曲线，其中 $\phi_0 = 45 \text{ deg}$ ， $\kappa W_S \sqrt{R_W} = 2 + j0$ ， $R_W = 1$ 。从图中可以看到，介质吸收在使布拉格选择性略有提高的同时，趾部引起的光栅间串扰将更不可忽略。

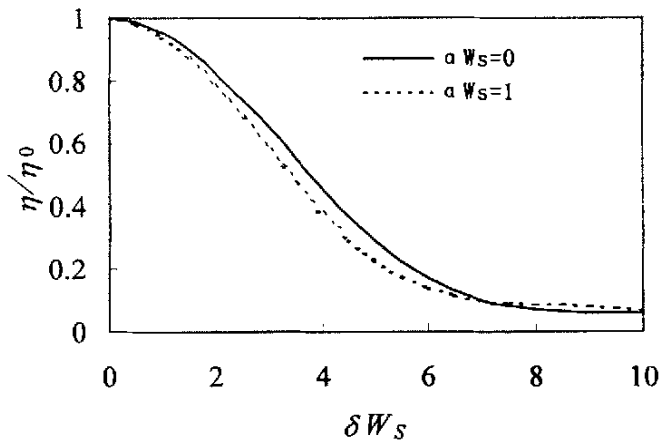


图 3-11 归一化衍射效率随布拉格失配量的变化曲线

Fig. 3-11 Diffraction efficiencies (normalized to their values when $\delta W_S = 0$) vs. δW_S

当入射角偏离布拉格角读出光栅时，尽管入射光的波长仍然为记录光栅时的波长，但由于读出角度不满足布拉格定律而会导致衍射效率的下降。此时得到的衍射效率随偏离布拉格角度的变化曲线称为角度选择性曲线，从此曲线可以得到读出光栅时的选择角。

作为例子，根据(3-1)、(3-8)、(3-9)式计算了归一化衍射效率与偏离布拉格角度的关系曲线，示于图3-12。在图3-12中，我们将衍射效率下降到峰值衍射效率的1/2时，对应的 $2\Delta\phi$ 定义为3 dB选择角；下降到1/10时，对应的 $2\Delta\phi$ 定义为10 dB选择角；下降到1/20时，对应的 $2\Delta\phi$ 定义为13 dB选择角。

当光栅被读出时，光栅强度、光栅尺寸比不但影响衍射效率，还会影响选择角。图3-13给出一定吸收系数 αW_S 、不同光栅尺寸比 R_W 下，10 dB选择角 $\Delta\phi_{10dB}$

随光栅强度 κW_S 的变化曲线，其中 $W_S/\lambda = 3200$ ， $\phi_0 = 45 \text{ deg.}$ 。从图 3-13 可以看出，在相同的光栅强度下，参考光尺寸的增大会引起光栅选择角的变小。

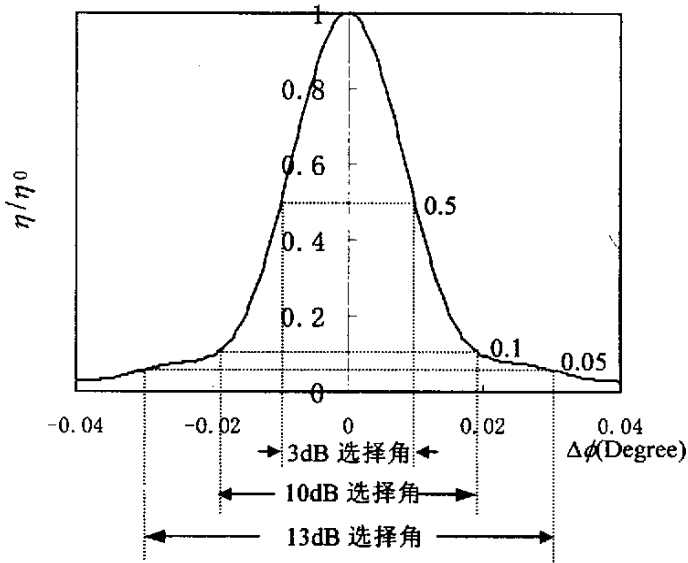


图 3-12 归一化衍射效率 η/η_0 随偏离布拉格角度 $\Delta\phi$ 的变化曲线

Fig. 3-12 Diffraction efficiencies (normalized to their values when $\Delta\phi = 0$) vs. $\Delta\phi$

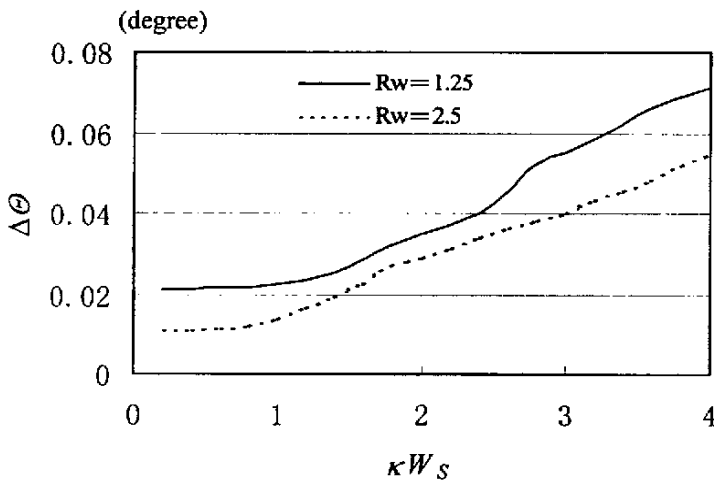


图 3-13 R_w 取不同值时， $\Delta\theta_{10\text{dB}}$ 随 κW_S 的变化曲线， $\alpha W_S = 0.25$ 。（ $\phi_0 = 45 \text{ deg.}$ ）

Fig. 3-13 $\Delta\theta_{10\text{dB}}$ as a function of grating strength κW_S with different grating size ratio

R_w , $\alpha W_S = 0.25$. ($\phi_0 = 45 \text{ deg.}$)

图3-14 给出在一定吸收系数 αW_S 、不同光栅强度 κW_S 下，10 dB 选择角 $\Delta\theta_{10\text{dB}}$

随光栅尺寸比 R_W 的变化曲线, 其中 $W_S/\lambda = 3200$, $\phi_0 = 45 \text{ deg.}$ 。由图 3-14 可知, 在相同的光栅尺寸比下, 光栅选择角随着光栅强度的增大而增大。可见, 为了实现大容量体全息记录光栅或者密集波分复用, 应适当选择光栅尺寸比和光栅强度。记录光栅时, 选择合适的曝光时间, 可以得到适当的光栅强度。

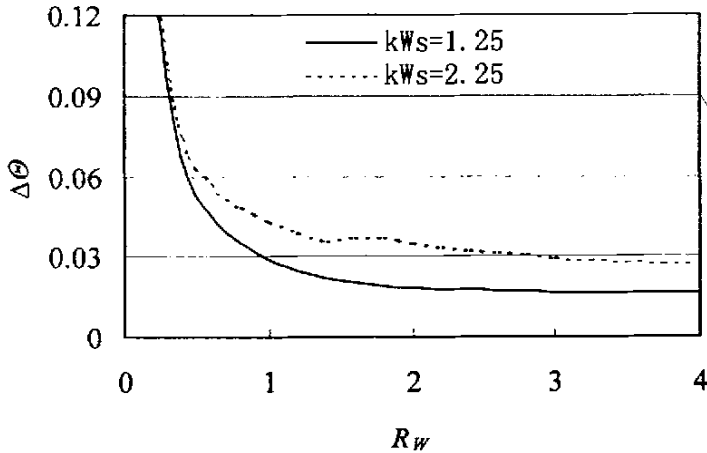


图 3-14 κW_S 取不同值时, $\Delta\theta_{10\text{dB}}$ 随 R_W 的变化曲线, $\alpha W_S = 0.5$. ($\phi_0 = 45 \text{ deg.}$)

Fig. 3-14 $\Delta\theta_{10\text{dB}}$ as a function of grating size ratio R_W with different grating strength κW_S ,

$\alpha W_S = 0.5$. ($\phi_0 = 45 \text{ deg.}$)

3.5 本章小节

本章利用黎曼方法, 在布拉格衍射范畴内给出二维耦合波方程的闭形式修正解, 纠正了前人发表的工作的错漏之处。得到的闭形式解析解能够解决完全重叠型的均匀光栅 ($\kappa = \text{常数}$) 的普遍衍射问题, 即任意光栅写入角 ϕ_0 、非均匀的写入光振幅分布 a_{i0} 、非零介质吸收、位相和振幅光栅、非布拉格入射等。

接着, 根据二维耦合波理论及其修正解析解广泛研究了有限尺寸体光栅的衍射特性。作为例子, 首先研究了无吸收的平面波光栅在布拉格匹配条件下的衍射效率。在一定的光栅尺寸下, 衍射效率基本上随光栅强度而单调上升, 而一维理论却预期无吸收透射型光栅衍射效率随光栅强度剧烈震荡、无吸收反射型光栅衍射效率随光栅强度的增大而增大。此外, 对于无吸收的光栅, 在一定的光栅强度 κW_S 下, 参考光束相对物光束越宽, 有限尺寸体光栅的衍射效率将越高。当有介质吸收时, 对于耦合较强的光栅, 参考光尺寸的增大反而会引起衍射效率的下降。而一维理论原则上只适合于光栅输入输出面尺寸 (与之相应的是入射光束和

衍射光束的尺寸)远大于光栅厚度的情况,无法讨论光栅的衍射特性与光栅尺寸(不仅是厚度)的关系。最后,研究了光栅的布拉格选择性尤其是角度选择性。虽然介质吸收可以引起衍射效率的下降,但可以使布拉格选择性略有提高的,同时,趾部引起的光栅间串扰将更不可忽略。对于角度选择性,参考光尺寸的增大会引起光栅选择角的变小,光栅强度的增大也可以使得选择角增大。这提示,为了实现大容量体全息记录或者密集波分复用,应适当优化选择光栅尺寸比和光栅强度。

第4章 体全息波分复用、解复用器件的衍射特性的优化设计

在信息存储^[36,37]、处理^[38,39]、显示^[40]等许多领域以及波导^[41,42]、滤波器^[43-45]等许多光电子器件中,已经越来越广泛地应用了作为衍射元件的体光栅和体积全息图。近来,人们提出一种利用体全息技术,在光折变晶体、聚合物中写入多个体光栅来制作 DWDM 器件的方法。由于体全息光栅布拉格衍射的高度波长选择性和全息技术在单一介质体积中复用记录多重光栅的能力,利用一个全息元件就可以同时对多个信道进行解复用,这样就极大提高了设备的利用效率。因此,基于体全息的光波长滤波器件引起广泛的注意。但是以往的工作表明,器件的插入损耗、通道间隔仍较大,而且串扰严重^[5,8,16]。表明通道容量的波长分辨本领($\lambda/\Delta\lambda$)远远尚未达到 DWDM 的要求,即 $\lambda/\Delta\lambda \approx 1600 \text{ nm}/0.4 \text{ nm} = 4000$,而且衍射效率有待于进一步提高。

本章针对完全重叠型的体光栅,利用二维耦合波方程的闭形式解,研究特定条件下光栅的衍射特性尤其是峰值衍射效率和波长选择性,以及这些性质与光栅尺寸比及光栅强度之间的关系。为了获得最优的峰值衍射效率和波长选择性,给出基于体全息复用、解复用器件的优化设计方案。最后,给出了优化设计结论。

4.1 体光栅的峰值衍射效率和波长选择性

峰值衍射效率与波长选择性是评价体全息 DWDM 器件性能的两个重要指标,它们分别对应着器件的插入损耗和通道间隔。为了实现密集波分复用,应尽可能使体全息器件兼具良好的选择性和高的峰值衍射效率。在本节首先讨论一下体光栅的波长选择性。当读出光偏离布拉格波长读出光栅时,衍射效率会下降。得到的衍射效率随着偏离布拉格波长的变化曲线称为波长选择性曲线,从此曲线可以得到光栅的带宽。

根据(3-1)、(3-8)、(3-9)式计算了典型的归一化衍射效率随相对波长偏移量的变化曲线,如图 4-1 所示。其中 λ 是读出光的波长, $\Delta\lambda$ 是选择波长的一半。在图 4-1 中,我们将衍射效率下降到峰值衍射效率的 1/2 时,对应的 $2\Delta\lambda/\lambda$ 定义为 3 dB 带宽;下降到 1/10 时,对应的 $2\Delta\lambda/\lambda$ 定义为 10 dB 带宽;下降到 1/20 时,

对应的 $2\Delta\lambda/\lambda$ 定义为 13 dB 带宽。根据二维耦合波理论及其解析解，可以找出影响峰值衍射效率和波长选择性的主要性能参数。

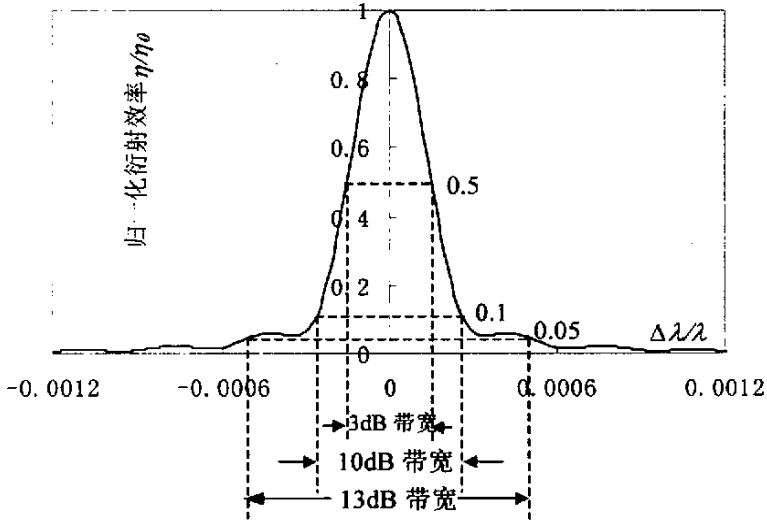


图 4-1 归一化衍射效率 η/η_0 随相对偏离布拉格波长 $\Delta\lambda/\lambda$ 的变化曲线

Fig. 4-1 Diffraction efficiencies (normalized to their values when $\Delta\lambda/\lambda = 0$) vs. $\Delta\lambda/\lambda$

4.1.1 峰值衍射效率

峰值衍射效率的大小是评价体全息 DWDM 器件性能优劣的重要指标，它和器件的插入损耗相对应。光栅强度 κW_S 、吸收系数 αW_S 、光栅尺寸比 R_W 影响着峰值衍射效率的高低。由于晶体一经制成，其吸收系数基本保持不变，可以假定在某一吸收介质中存在着纯位相光栅。下面详细讨论光栅强度和光栅尺寸比对衍射特性的影响。

图 4-2 给出在吸收系数 αW_S 为 0.25、光栅尺寸比 R_W 为 1.25 和 2.5 时峰值衍射效率随光栅强度 κW_S 的变化曲线 $\eta - \kappa W_S$ 。由此可以看出，在吸收系数和光束宽度比不变时，峰值衍射效率随光栅强度单调增大。这些特性和 Kogelnik 理论预言的反射式体光栅衍射效率基本相符，不会出现一维理论预期的无吸收透射型光栅衍射效率随光栅强度剧烈震荡^[1]的情况。

但是衍射效率还会受到光栅尺寸比的影响，图 4-3 给出一定吸收系数 αW_S 、不同光栅强度 κW_S 下，光栅的峰值衍射效率与光栅尺寸比的关系曲线。从图中可以看出，峰值衍射效率和光栅尺寸比之间的关系不再是单调的。对于吸收系数

$\alpha W_S = 0.25$, 当光栅强度 $\kappa W_S = 1.25$, R_W 取 0.6 时光栅有最大的峰值衍射效率 $\eta_{\max} = 0.66$; 而当 $\kappa W_S = 2.25$, R_W 取为 1.4 时, 光栅达到最大的峰值衍射效率 $\eta_{\max} = 0.53$ 。因此, 在吸收系数和光栅强度一定的条件下, 光束宽度比取某一最优值 $R_{W_{\text{opt}}}$ 时, 体光栅有最高的峰值衍射效率。当 R_W 偏离最优值 $R_{W_{\text{opt}}}$ 时, 则会导致衍射效率的下降。为了获得最优的峰值衍射效率, 光束宽度比应取在 $R_{W_{\text{opt}}}$ 附近。随着光栅强度增大 $R_{W_{\text{opt}}}$ 有减小的趋势。

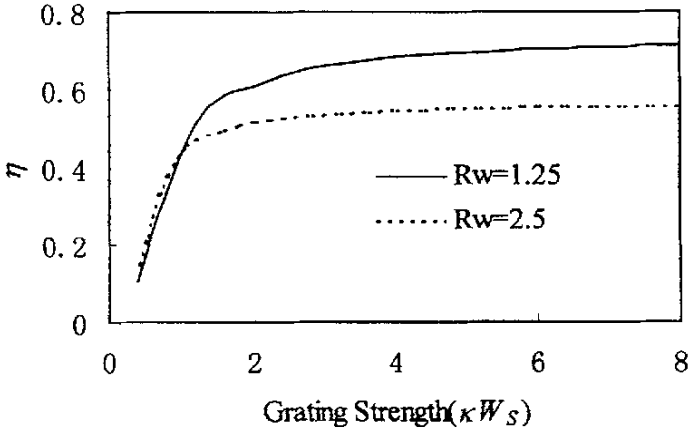


图 4-2 R_W 取不同值时, 峰值衍射效率随光栅强度 κW_S 的变化曲线

Fig. 4-2 Diffraction efficiency vs. grating strength with different grating size ratio

($\phi_0 = 45 \text{ deg.}$, $\alpha W_S = 0.25$, $\delta W_S = 0$)

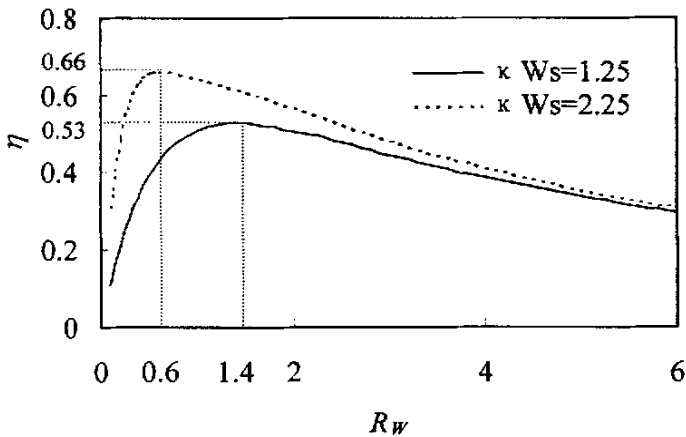


图 4-3 κW_S 取不同值时, 峰值衍射效率随 R_W 的变化曲线

Fig. 4-3 Diffraction efficiency vs. grating size ratio with different grating strength

($\phi_0 = 45 \text{ deg.}$, $\alpha W_S = 0.25$, $\delta W_S = 0$)

4.1.2 波长选择性

波长选择性是评价体全息 DWDM 器件性能的另一个重要的指标，它和器件的通道间隔相对应。依照 DWDM 的要求，表征通道容量的波长分辨本领 ($\lambda/\Delta\lambda$) 应达到 $\lambda/\Delta\lambda \approx 1600/0.4=4000$ ，即 $\Delta\lambda/\lambda=0.00025$ 。同样，光栅强度 κW_S 、吸收系数 αW_S 、光栅尺寸比 R_w 影响着波长选择性。一般说来，波长选择性曲线（归一化衍射效率随偏离布拉格波长的变化曲线）的 3 dB 宽度主要表征的是通道的带宽，13 dB 宽度主要用来评价相邻通道间串扰，而 10 dB 带宽主要用来表征波长分辨本领，所以本文中重点讨论 10 dB 带宽曲线。

图 4-4 给出一定吸收系数 αW_S 、不同光栅尺寸比 R_w 下， $\Delta\lambda_{10dB}/\lambda$ 随光栅强度 κW_S 的变化曲线，其中 $W_S/\lambda = 3200$ 。

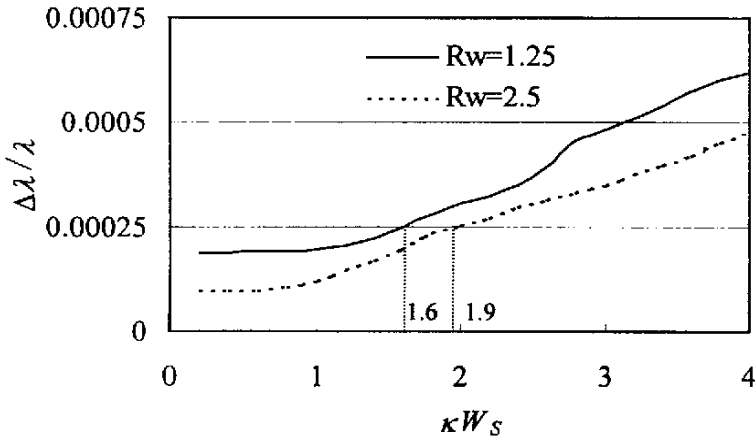


图 4-4 R_w 取不同值时， $\Delta\lambda_{10dB}/\lambda$ 随 κW_S 的变化曲线

Fig. 4-4 $\Delta\lambda_{10dB}/\lambda$ as a function of grating strength κW_S with different grating size ratio R_w

($\alpha W_S = 0.25, \phi_0 = 45 \text{ deg.}$)

从图 4-4 可以看出，当 $R_w = 1.25$ 、 $\kappa W_S \leq 1.6$ 和 $R_w = 2.5$ 、 $\kappa W_S \leq 1.9$ 时，光栅的波长分辨本领可以达到 4000。并且随着光束宽度比的增大，为了达到 DWDM 器件所要求的波长分辨本领，放宽了对光栅强度的要求。

图 4-5 给出在一定吸收系数 αW_S 、不同光栅强度 κW_S 下， $\Delta\lambda_{10dB}/\lambda$ 随光栅尺寸比 R_w 的变化曲线，其中 $W_S/\lambda = 3200$ 。由图 4-5 可知，当 $\kappa W_S = 1.25$ 、 $R_w \geq 1.0$ 和 $\kappa W_S = 2.25$ 、 $R_w \geq 3.3$ 时，光栅的波长分辨本领可以达到 4000。并且随着光栅

强度的增大, 应增大光栅尺寸比以达到 DWDM 器件所要求的波长分辨本领。

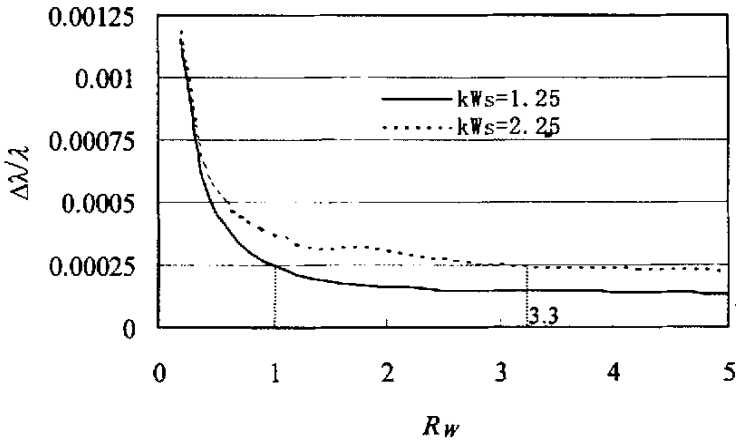


图 4-5 κW_S 取不同值时, $\Delta\lambda_{10dB}/\lambda$ 随 R_W 的变化曲线

Fig. 4-5 $\Delta\lambda_{10dB}/\lambda$ as a function of grating size ratio R_W with different grating strength κW_S ,
($\alpha W_S = 0.25$, $\phi_0 = 45$ deg.)

4.2 体全息波分复用、解复用器件的衍射特性的优化设计方案

在 4.1.1 节和 4.1.2 节中, 给出了影响体全息波分复用器件性能的主要参数。在给定吸收系数下, 利用二维耦合波理论的闭形式解析解研究了衍射效率和波长选择性与光栅强度和光栅尺寸比之间的关系。根据这些衍射特性, 在波长分辨本领满足 DWDM 器件要求的情况下, 可以设计光栅强度和光栅尺寸比以获得高衍射效率。一定吸收系数、不同光栅尺寸比或者光栅强度下体全息光栅的优化设计方案及所对应的波分复用器件的性能, 即峰值衍射效率和波长分辨本领, 见表 4-1。在应用中, 可以根据实际条件和需要, 利用二维耦合波理论的闭形式解析解优化设计体全息复用、解复用器件以获得较好的衍射特性。

为了便于比较, 采用 Kogelnik 一维耦合波理论来预期, 要达到相同的峰值衍射效率和波长分辨本领, 透射型、反射型体全息光栅的性能及所对应的光栅参数也列于表 4-1 中, 其中 $\lambda = 1550$ nm。可以看出, 为了达到相同的峰值衍射效率和波长分辨本领, 根据 Kogelnik 理论计算的耦合强度比较小, 而且对记录材料厚度的要求也并不高。但是, 因为实际器件的条件与 Kogelnik 一维理论不同, 已经报道的体全息波分复用/解复用技术所实现的容量和性能与一维理论预期相去甚远。进一步研究表明, 对二维有限尺寸体光栅衍射特性的分析, 二维耦合波

理论比 Kogelnik 一维理论更精确, 二维有限尺寸体光栅的衍射特性并没有如一维理论所预期的那样好。为了获得较高的峰值衍射效率和波长分辨本领, 需用二维耦合波理论对体全息器件的参数尤其是光栅尺寸比进行优化设计。

表 4-1 体全息波分复用器件的性能参数与光栅参数

Table 4-1 Performances of volume holographic gratings for wavelength filters and their parameters

体全息波分复用器件的性能		体全息光栅的参数		
衍射效率 η	$\lambda / \Delta\lambda$	一维理论($\alpha = 0$)		二维理论($\alpha W_S = 0.25$)
		透射型	反射型	完全重叠光栅
0.59	4000	$d = 4.21 \text{ mm}$ 、 $\nu = 0.88$	$d = 4.61 \text{ mm}$ 、 $\nu = 1.02$	$R_W = 1.25$ 、 $\kappa W_S = 1.6$
0.51	4000	$d = 4.24 \text{ mm}$ 、 $\nu = 0.80$	$d = 4.56 \text{ mm}$ 、 $\nu = 0.90$	$R_W = 2.5$ 、 $\kappa W_S = 1.9$
0.53	5160	$d = 5.46 \text{ mm}$ 、 $\nu = 0.82$	$d = 5.89 \text{ mm}$ 、 $\nu = 0.92$	$R_W = 1.4$ 、 $\kappa W_S = 1.25$
0.46	4000	$d = 4.26 \text{ mm}$ 、 $\nu = 0.75$	$d = 4.53 \text{ mm}$ 、 $\nu = 0.83$	$R_W = 3.3$ 、 $\kappa W_S = 2.25$

4.3 本章小节

本章采用二维耦合波理论及其闭形式解析解作为计算工具, 分析了二维受限体光栅的衍射特性, 主要是峰值衍射效率和波长选择性, 探讨了这些性质与光栅二维尺寸及光栅强度之间的关系。为了获得最优的峰值衍射效率和波长选择性, 给出了基于体全息复用、解复用器件的衍射特性的优化设计方案。

一方面, 在一定的吸收系数和光束宽度比下, 光栅强度小于某一阈值时, 波长分辨本领能够达到 DWDM 的要求, 而且这个阈值随着参、物光束宽度比的增大而增大。但是, 在同样条件下, 衍射效率随着光栅强度单调增加, 为了获得最优的衍射效率和选择性, 光栅强度应该选在这个阈值附近。记录光栅时, 采用适当的曝光时间来控制光栅强度值。

另一方面, 在一定的吸收系数和光栅强度下, 参、物光束宽度比大于某一阈值时, 波长分辨本领能够达到 DWDM 的要求, 并且这个阈值随着光栅强度的增大有增大的趋势。但在同样条件下, 光束宽度比取某一最优值时, 体光栅有最高

的峰值衍射效率。为了获得最优的衍射效率和选择性，在满足波长分辨率的同时，参、物光束宽度比应该选在这个最优值附近。

由以上关于体全息 DWDM 器件性能优化的讨论可见，光束宽度比（或器件几何尺寸比）是一个至关重要的因素。Kogelnik 一维耦合波理论由于不能涉及到器件的二维尺寸，为了获得最优的衍射效率和波长选择性，必须应用二维耦合波理论才能对器件的几何尺寸比进行优化设计。

第5章 体光栅衍射特性的实验研究

利用二维耦合波方程的闭形式修正解析解,可以广泛研究有限尺寸体光栅的衍射特性,尤其是峰值衍射效率、角度选择性和波长选择性。为了获得最优的峰值衍射效率和波长选择性,可以优化设计基于体全息复用、解复用器件,这有助于实现密集波分复用和减少插入损耗。本章针对有限尺寸体光栅,通过实验研究了其衍射特性。首先进行了不同光栅尺寸比下的角度选择性实验。通过改变参、物光束宽度比,测得了对应的选择角,并与理论值进行了比较。其次,采用了一种新颖的基于体全息波分复用器件的实验方案。在实验中通过短波长记录、长波长读出光栅,实现了变波长光栅衍射,并研究了光栅的角度选择性,利用二维耦合波理论对其进行了讨论。

5.1 记录材料的光谱透过率响应

我们拟采用体全息的主流材料—光折变铌酸锂晶体,本节通过实验验证记录材料的可行性。

对于基于体全息的波分复用器件,记录介质的吸收系数是一个重要的性能参数。一方面,为了在光折变材料中能够写入光栅,需要材料具有一定的吸收。但是另一方面读出光栅时,如果介质仍然具有较高的吸收则会引起衍射效率的急剧下降。反映在器件上,则是波分复用器件的插入损耗非常大。因此,记录光栅时允许体全息记录材料对记录光具有一定的吸收,读出光栅时,为了获得较高的衍射效率或者较低的插入损耗,应尽量减少体全息器件对入射光的吸收。

考虑到光折变材料对于短波长的记录光比较敏感,而波分复用器件主要应用于通信用红外波长。因此,要求记录体光栅的光折变材料对短波长的记录光存在一定的吸收而对长波长的红外光的吸收较小。我们首先测量了掺杂铌酸锂晶体的透过谱。图 5-1 为单掺铁 (0.03 wt. % Fe) 和双掺铟铁 (0.03 wt.% Fe, 0.5 mol.-% In) 铌酸锂晶体的透过率 T 随着波长 λ 的变化曲线,其中波长范围为 200 ~ 2000 nm。可以看出,铌酸锂晶体在 0 ~ 372 nm 波段的透过率几乎为零。随着波长的增大,铌酸锂晶体在短波长有较低的透过率而在红外光尤其是通信用波长 1550 nm 处有着较高的透过率。通过铌酸锂晶体透过率的变化可知:可以利用吸收较

高的短波长（如波长为 532 nm 的绿光）光记录光栅，在用通信用波长 1550 nm 的红外光读出光栅时，损耗较小。记录材料吸收谱的这一性质使得体全息光栅有潜力应用于波分复用器件中。

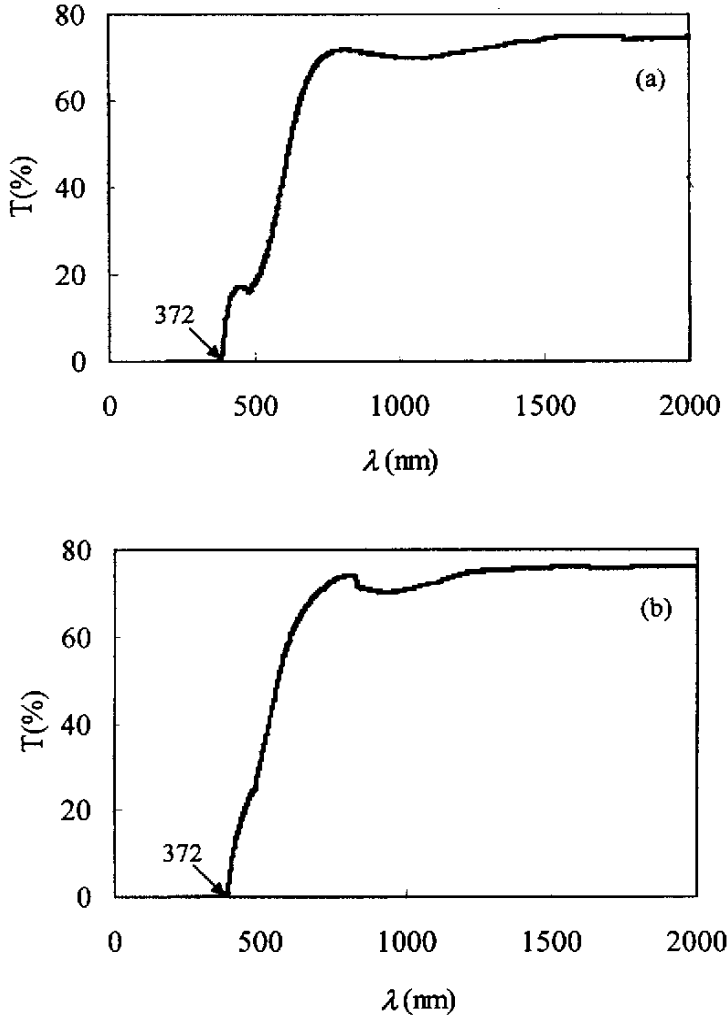


图 5-1 掺杂铌酸锂晶体的透过谱

Fig. 5-1 The transmission spectrum of the doped lithium niobate crystal.

(a) 0.03 wt. % Fe, 0.5 mol.-% In; (b) 0.03 wt. % Fe

5.2 不同光栅尺寸比下体光栅的角度选择性实验

由于实验设备的局限，很难精确改变读出光波长进行波长选择性的验证。然而，在布拉格衍射范畴内，体全息光栅总是在满足布拉格条件时才能衍射出最强

的再现像。任何违反布拉格条件的角度或波长改变都将导致衍射效率的明显下降，通过理论分析可知角度偏离与波长偏离对布拉格失配量的贡献是等效的。所以，我们选择改变参、物光束宽度比进行角度选择性验证。

5.2.1 角度选择性的实验测量分析

1. 实验光路图及主要设备的性能指标：

实验光路如图 5-2，此系统为角度复用全息记录系统，可以在光折变晶体中记录体光栅，它主要包括：He-Ne 激光器、振镜、功率计和其它常规光学机械元件。对此系统的光路具体描述如下：

- (1) 采用 He-Ne 激光器作为记录光源，从激光器发出的窄光束经过扩束系统形成宽光束。此扩束系统由两个双凸透镜组成，其焦距分别为 50 mm 和 150 mm，扩束倍数为 3 倍。
- (2) 偏振分束镜把扩束后的激光束分成偏振态互相垂直的两束光，选择垂直于实验平台偏振的反射光作为参考光，水平偏振的透射光作为物光，利用偏振分束镜前的半波片可以调节参考光和物光的强度比。
- (3) 通过快门 1 后，水平偏振的物光经过半波片后变为垂直于实验平台的偏振光，经过反射镜后照射在立方块晶体上。参考光通过快门 2 和振镜后，经过 4f 系统照射到晶体上。
- (4) 记录全息光栅时，快门 1 和快门 2 均打开。物光和参考光在晶体中重叠的区域发生干涉，形成完全重叠型的体光栅。读出全息光栅时，关闭快门 1，利用振镜改变参考光束的读出角并利用功率计同时测量衍射光的功率。整个系统中，快门关闭、振镜扫描和功率计采集衍射光的功率均由计算机控制完成。

实验光路系统中的主要设备的性能指标：

(1) 计算机

实验中所采用的计算机是奔腾第三代微机，通过数模/模数转换卡 IPC-5432 控制光栅的写入和读出过程，程序功能为：

- (a) 控制快门。通过 IPC-5432 卡开关量输出控制快门 1 和快门 2 用来通过或者切断物光和参考光；
- (b) 采集光功率。通过 IPC-5432 卡模数转换把功率计采集的电压信号模

拟量转换成数字量并存入文件；

- (c) 控制振镜。通过 IPC-5432 卡数模转换把程序发出的数字信号转换成电压模拟信号控制振镜的转动来改变入射光的角度，实现扫描读出全息光栅。

(2) 记录光源

体全息系统需要使用具有良好功率稳定性和频率稳定性的激光光源。在实验中，选用北京大学生产的 HN 1700 型激光器作为记录和读出光源。该激光器的波长为 633 nm，模式为 TEM_{00} ，输出功率 60 毫瓦，功率稳定性为 5%。

(3) 4f 系统

利用 4f 系统来扫描定位，由两个焦距为 75 mm 的双凸透镜组成，透镜的口径直径为 38.1 mm。

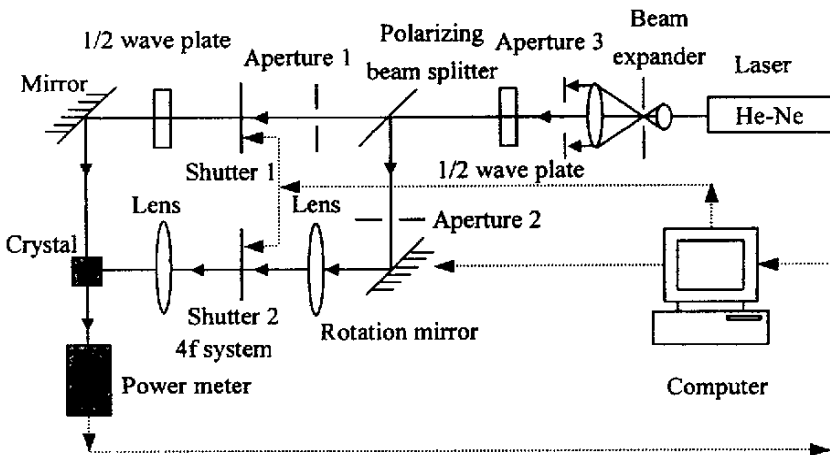


图 5-2 测量不同光栅尺寸比下选择角的实验光路图

Fig. 5-2 Schematic diagram showing the experimental set-up for investigating the selective angle with different grating size ratio.

2. 实验条件

(1) 记录晶体和记录方式

采用邻面入射式全息记录光路，即 90 度光路。晶体为双掺 $LiNbO_3$ 晶体 (0.03 wt.% Fe, 0.5 mol.-% In)，尺寸为 $9.2\text{ mm} \times 9.2\text{ mm} \times 17.3\text{ mm}$ 。

(2) 物光和参考光光束尺寸

实验中要求改变光栅尺寸比,即不同的参、物光束宽度比。孔径1用来控制物光束的宽度,孔径2用来控制参考光束的宽度。其中物光束固定为宽度 $W_S = 2$ mm 的矩形斑,参考光的宽度 W_R 依次取 1 mm、2 mm、4 mm 和 6 mm。相应地,光栅尺寸比取 0.5、1、2 和 3。

5.2.2 不同光栅尺寸比下体光栅的选择角实验

1. 不同光栅尺寸比下体光栅的读出曲线

首先固定物光束的宽度、选定参考光束的宽度,在晶体中记录一个光栅。当用参考光读出这个光栅时,利用振镜改变参考光束的读出角并测量衍射光的功率。根据衍射效率与偏离布拉格角度的关系曲线,可以得到选择角。然后利用加热炉把立方块晶体中的光栅擦除,改变参考光的光束宽度记录另外一个光栅并读出,测量对应的选择角。实验结果如图 5-3 所示,图中的布拉格偏移角度均为晶体中的角度。

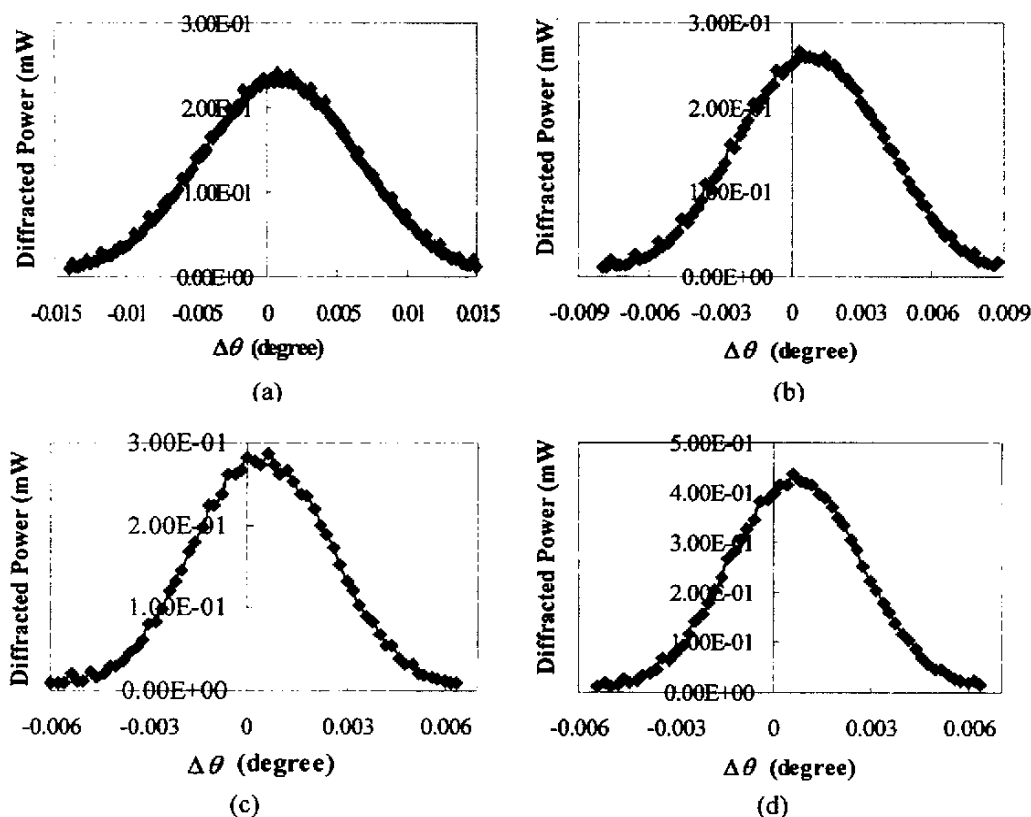


图 5-3 不同光栅尺寸下,衍射功率随偏离布拉格角度 $\Delta\phi$ 的变化曲线

Fig. 5-3 Diffraction power vs. $\Delta\phi$ with different grating size ratio.

(a) $R_w = 0.5$, (b) $R_w = 1$, (c) $R_w = 2$, (d) $R_w = 3$

图 5-3 中(a)、(b)、(c)、(d)分别为光栅尺寸比为 0.5、1、2 和 3 时测量的衍射光功率随着偏离布拉格角度的读出曲线，根据读出曲线可以计算相应的 10 dB 晶体中的选择角分别为 0.024 度、0.013 度、0.009 度、0.009 度。

2. 不同光栅尺寸比下体光栅的选择角测量值和理论值

通过图 5-3 的实验曲线，获得了光栅尺寸比 R_w 为 0.5、1、2、3 时晶体中的选择角示于图 5-4。其中物光束宽度 W_s 固定为 2 mm。为了便于比较，图 5-4 中也给出了利用二维耦合波理论及其解析解得到的理论计算结果，计算采用的参数是： $\alpha W_s = 0.032$ ， $\kappa W_s = 0.02$ ， $\phi_0 = 45 \text{ deg.}$ 。由图可见，实验测量的结果与理论计算基本一致。

实验值比理论值略大的可能原因是晶体中记录的为非均匀光栅，即光栅强度并非为一个常数，而我们的闭形式解析解是基于光栅强度为一个常数的情况。另外，实验中光阑宽度的不准确性、散射噪声的存在等因素也有可能导致测量的选择角变大。

在读出体全息光栅时，角度偏离和波长偏离对衍射效率的影响是等效的。可以预期，波长选择性随光栅尺寸比的关系也同样会与理论符合得较好。因此，二维耦合波理论的闭形式解能够作为体全息复用、解复用器件优化设计的依据。

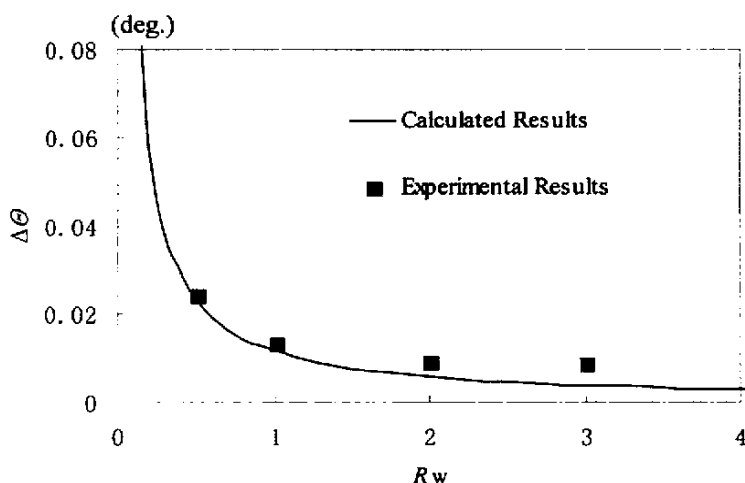


图 5-4 不同光栅尺寸比下测量的选择角和理论计算结果的比较

Fig. 5-4 A comparison of the measured selective angle $\Delta\theta$ vs. grating size ratio R_w with calculated results.

5.3 一种新颖的基于体全息的波分复用器件方案及其实现

5.3.1 短波长记录、长波长读出实验方案

1. 实验方案的确定

根据布拉格定律,在读出体全息光栅时,波长偏离和角度偏离对于衍射特性的影响是等效的,读出光波长和读出角度的失配均可以使得衍射效率明显下降。对于一个已经记录好的体光栅,我们却可以适当选择读出光波长和角度,用角度偏离来弥补波长偏离,使得二者共同作用于相位失配的结果为 0。

光折变材料对于短波长的记录光比较敏感,而波分复用器件主要应用于通信用红外波长 1550 nm。再者,通过对记录材料的光谱透过率响应进行测量,可以看出铌酸锂晶体对于短波长的记录光透过率低,吸收较大,易于记录。而对于红外光尤其是通信用波长 1550 nm 处有着较高的透过率,吸收较小。相应地,用铌酸锂晶体做成的基于体全息的波分复用器件对波长为 1550 nm 的红外光的插入损耗也较小。记录材料吸收谱的这一性质,使得当体全息光栅应用于波分复用器件中时,应采用短波长记录、长波长读出体全息光栅。

以往已发表的工作中绝大多数采用了透射或反射式光路,韩国 An 等人采用了 90° 光路,设计上均存在着如下的缺点:

- (1) 由于需要改变每个体光栅的角度,在读出时不同波长通道在不同的角度方向上传播,为光纤输入输出耦合带来困难;
- (2) 在现有的记录技术下,由于记录体全息光栅的波长(如 532 nm、633 nm 等)与红外通信波段(中心波长为 1550 nm)相差很大,一般均不满足布拉格条件,或者记录装置复杂。

为了克服这些缺点,本章采用一种基于体全息的波分复用器件的新颖的记录、读出方案。

如图 5-5 所示,记录介质为立方块铌酸锂晶体。物光和参考光在面 1 对称入射,读出光在面 2 为邻面入射,衍射光从面 3 出射。记录时采用 V 型支架在面 1 记录,光路为透射式,读出时,参考光从面 2 入射,衍射光从邻面 3 出射。这就是透射式记录、正交式读出方案(TWOR, Transmissive Writing and Orthogonal Readout)^[46]。

图 5-6 为记录和读出体全息光栅的 k 矢量图,其中写入光的两波矢 k_r 、 k_s

和读出光的两波矢 k_r 、 k_d 分别处于半径不同的两个 k 矢量圆，并与光栅矢量 K 组成等腰三角形， θ_r 、 θ_i 分别为记录和读出光栅时波矢量与光栅条纹面的夹角。

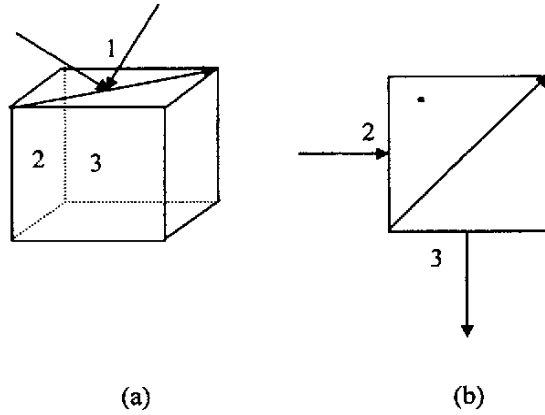


图 5-5 单通道晶体中记录(a)和读出(b)示意图

Fig. 5-5 Schematic diagram of recording (a) and reading out (b) a volume holographic grating for a single channel in the crystal

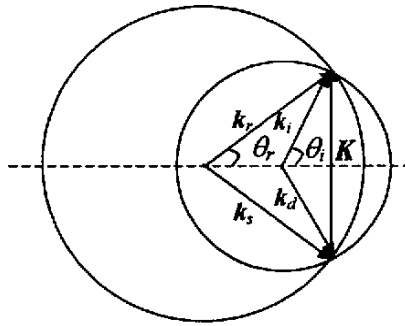


图 5-6 记录和读出的 k 矢量图

Fig. 5-6 The k -vector Schematic diagram for recording and reading out a volume holographic grating

根据 k 矢量图有

$$\sin \theta_r = \frac{K}{2k_r} \quad (5-1)$$

$$\sin \theta_i = \frac{K}{2k_i} \quad (5-2)$$

记录光和读出光的波传播常数分别为

$$k_r = \frac{2\pi}{\lambda_r} = \frac{2\pi n_{r0}}{\lambda_{r0}} \quad (5-3)$$

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i} = \frac{2\pi n_{i0}}{\lambda_{i0}} \quad (5-4)$$

其中 λ_r 、 λ_i 分别是记录光和读出光在介质中的波长， λ_{r0} 、 λ_{i0} 是在空气中的波长， n_{r0} 、 n_{i0} 分别为光折变晶体对记录光和读出光的折射率。

联立(5-1)~(5-4)式，可得

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{\lambda_{r0}}{\lambda_{i0}} \cdot \frac{n_{i0}}{n_{r0}} \quad (5-5)$$

记录光栅时，在空气和光折变晶体的界面上由折射定律可以得到入射角 θ_{r0} 和折射角 θ_r 应满足

$$n_{r0} \sin \theta_r = \sin \theta_{r0} \quad (5-6)$$

最终可以得到记录光栅时，记录光的入射角为

$$\theta_{r0} = \sin^{-1} \left(\sin \theta_i \cdot \frac{\lambda_{r0}}{\lambda_{i0}} \cdot n_{i0} \right) \quad (5-7)$$

在本实验方案中，读出光栅时参考光从晶体侧面垂直入射，即 $\theta_i = 45 \text{ deg}$ 。综合考虑本实验室条件，我们决定采用 λ_{r0} 为 532 nm 短波长绿光记录，而用 λ_{i0} 为 1064 nm 长波长红外光读出，对应的的折射率为 $n_{i0} = 2.2340$ 。经过计算，记录光入射角 θ_{r0} 应为 52.17° 。实验中，我们通过光线的三角几何关系保证记录光严格以 52.17° 入射。

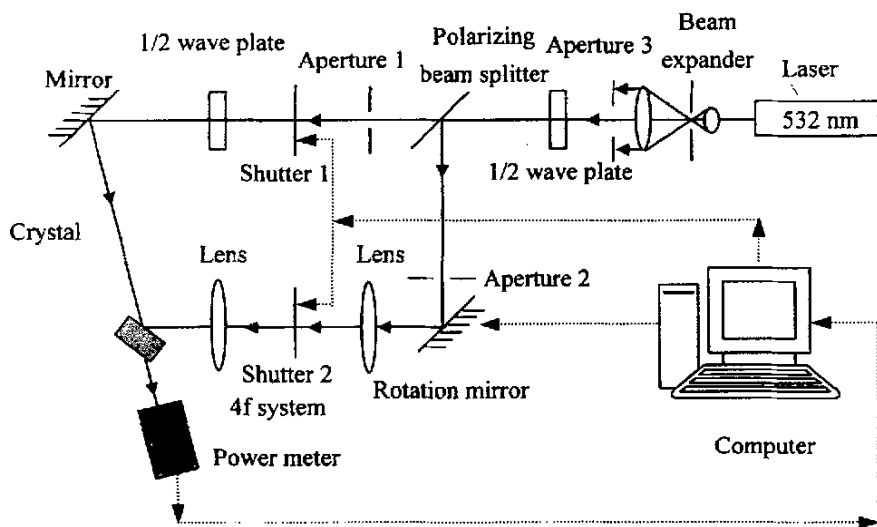
本实验方案有如下的优点：

- (1) 应用于波分复用器件时，入射光垂直入射到晶体上，衍射光垂直于邻面出射，便于输入输出耦合；
- (2) 记录方式为透射式，读出方式为邻面入射式。针对记录介质对短波长的光比较敏感，而对于长波长的光吸收较少的特点，这种方案较易实现短波长记录、通信用红外光读出体光栅；
- (3) 可以在一个晶体上记录 4 个光栅，衍射光从 4 个邻面出射，方便地用一个器件实现 4 通道波分复用；
- (4) 可以采取级联式系统实现多通道的波分复用器件，依次对各个波长信

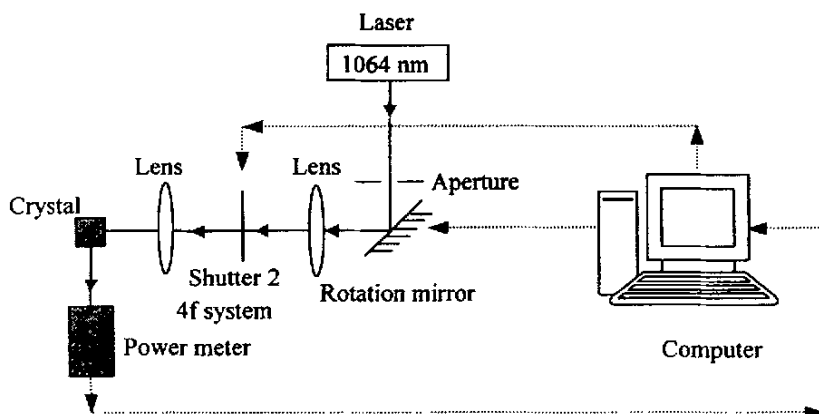
号进行滤波。

2. 实验光路图及主要设备的性能指标:

实验光路如图 5-7, 其中(a)为短波长记录光路, (b)为长波长读出光路。此系统主要包括: 532 nm 激光器、1064 nm 激光器、振镜、功率计和其它常规光学机械元件。



(a)



(b)

图 5-7 短波长记录(a)、长波长读出(b)的实验光路图

Fig. 5-7 Schematic diagram showing the experimental set-up for recording with short wavelength light (a) and reading with long-wavelength light (b).

采用 Verdi 固体激光器作为记录光源，从激光器发出的窄光束经过扩束系统形成宽光束。采用 $25\times$ 显微物镜作为扩束镜，针孔滤波器 $\phi = 15\ \mu\text{m}$ 。准直透镜的焦距为 $75\ \text{mm}$ ，口径直径为 $38.1\ \text{mm}$ 。偏振分束镜把扩束后的激光束分成偏振态互相垂直的两束光，即物光和参考光。最终物光和参考光在晶体中发生干涉，形成透射型的体光栅。读出全息图时，利用振镜改变参考光束的读出角并利用功率计同时测量衍射光的功率。

考虑到作为记录介质的铌酸锂晶体对短波长光源敏感。记录体光栅时，选用美国相干公司 (Coherent) 生产的二极管泵浦单纵模倍频 Verdi-5 激光器作为记录光源。该激光器的波长为 $532\ \text{nm}$ ，线宽为 $5\ \text{MHz/rms}$ ，输出最大功率为 $5\ \text{W}$ ，功率稳定度为 $\pm 1\%$ ，光束直径为 $2.25\ \text{mm} \pm 10\%$ ，发散角为 $0.35\ \text{mrad} \pm 10\%$ 。

综合实验室条件，读出光栅时采用山西大学 DPSS F-IVB-200 激光器中未倍频的 $1064\ \text{nm}$ 激光。实验条件为：

(1) 记录晶体和记录方式

采用透射式全息记录光路，记录光入射角为 $52.17\ \text{deg.}$ ，即参考光和信号光的夹角为 $104.34\ \text{deg.}$ 。晶体为单掺铁铌酸锂晶体 ($0.03\ \text{wt.}\% \text{Fe}$)，尺寸为 $9.5\ \text{mm} \times 9.5\ \text{mm} \times 9.5\ \text{mm}$ ， z - 45 度切割。

(2) 物光和参考光光束尺寸

为了便于读出光栅，记录时采用波长为 $532\ \text{nm}$ 的绿光全照亮晶体。在读出光栅时，采用 $1064\ \text{nm}$ 未扩束的激光，其腰斑直径为 $0.32\ \text{mm}$ 。读出光栅时，激光器光束出口距离晶体 $610\ \text{mm}$ 。DPSS F-IVB-200 激光器光束发散角为 $0.4\ \text{mrad}$ ，可计算读出光束入射到晶体中时的光束腰斑宽度为 $0.40\ \text{mm}$ 。这时光栅尺寸比为 $R_w = W_R/W_S = 0.40\ \text{mm}/9.5\ \text{mm} = 0.042$ 。

5.3.2 光栅读出实验结果及其讨论

1. 短波长记录体光栅后的读出曲线

首先把晶体置于 V 形架上，利用图 5-5 (a) 记录光路全部照亮晶体，在铌酸锂晶体中记录体光栅，记录光为波长 $532\ \text{nm}$ 的绿光。利用振镜改变参考光束的读出角并测量衍射光的功率，得到衍射光功率随偏离布拉格角度的变化曲线，如图 5-8 所示。由图 5-8 可知，记录体光栅的峰值衍射功率为 $424.13\ \mu\text{W}$ ，空气中的 $10\ \text{dB}$ 选择角为 0.033 度，晶体中的选择角为 0.014 度。

2. 长波长读出体光栅的衍射曲线

然后把晶体从 V 形架上取下并平放于棱镜支架上, 如图 5-5 (b) 读出光路所示。读出光为波长 1064 nm 的红外光, 利用振镜改变参考光束的读出角并测量衍射光的功率, 得到衍射光功率随偏离布拉格角度的变化曲线, 如图 5-9 所示。由图 5-9 可知, 读出体光栅时的峰值衍射功率为 15.76 μW 。根据读出曲线估计了背景噪声约为 0.69 μW , 从而计算出空气中的 10 dB 选择角为 0.233 度, 晶体中的选择角为 0.104 度。

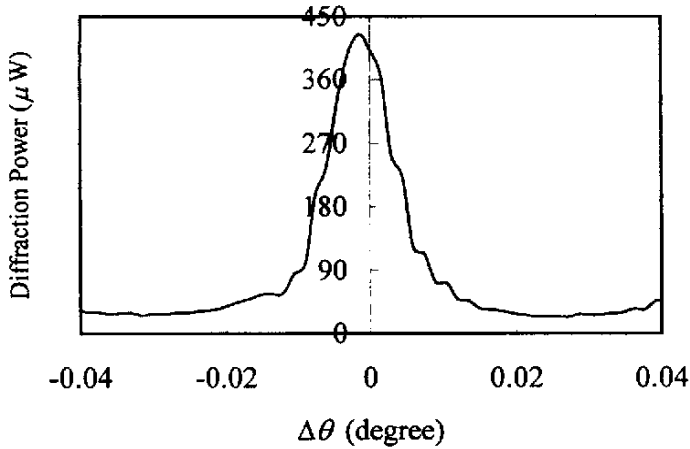


图 5-8 532 nm 绿光读出时, 衍射功率随偏离布拉格角度 $\Delta\phi$ 的变化曲线

Fig. 5-8 Diffraction power vs. $\Delta\phi$ reading with 532 nm.

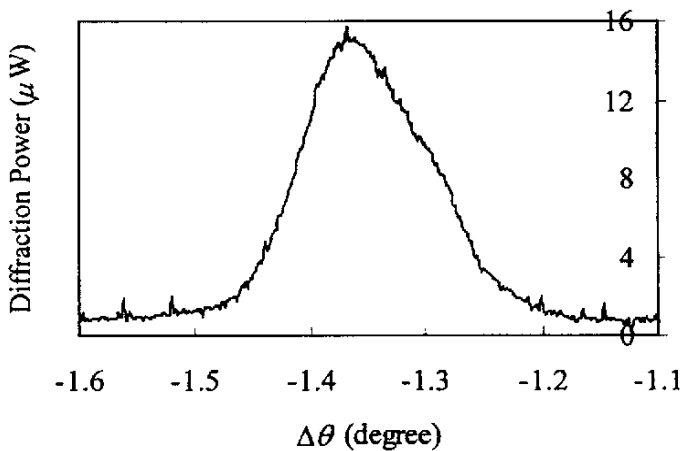


图 5-9 1064 nm 绿光读出时, 衍射功率随偏离布拉格角度 $\Delta\phi$ 的变化曲线

Fig. 5-9 Diffraction power vs. $\Delta\phi$ reading with 1064 nm.

3. 长波长读出体光栅的理论曲线

在上一节中实现了短波长记录、长波长读出体光栅，给出了用红外光读出体光栅时的实验曲线。本节中将利用二维耦合波理论的解析解模拟计算长波长读出体光栅时的衍射曲线，并与实验曲线相比较。图 5-10 为利用二维耦合波理论及其解析解得到的归一化衍射效率随偏离布拉格角度的变化曲线，其中 $\alpha W_S = 0.054$, $\kappa W_S = 0.030$, $\phi_0 = 45 \text{ deg.}$, $R_W = 0.042$ 。由图可得，晶体中光栅选择角的理论值为 0.101 度，实验测量的结果与理论计算基本一致。

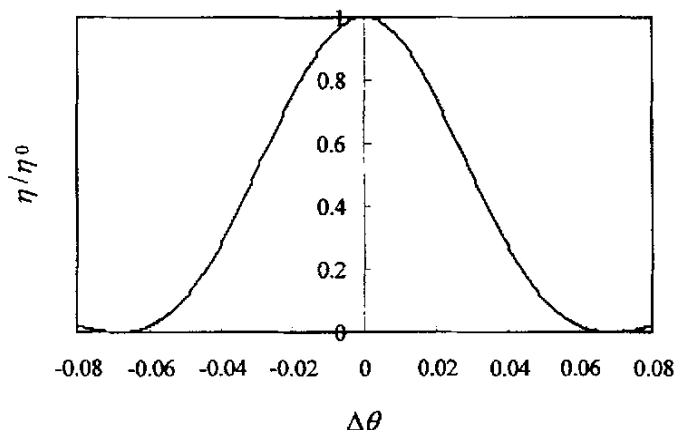


图 5-10 归一化衍射效率 η/η_0 随偏离布拉格角度 $\Delta\theta$ 的变化曲线

Fig. 5-10 Diffraction efficiencies (normalized to their values when $\Delta\theta=0$) vs. $\Delta\theta$

5.4 本章小节

本章实验研究了有限尺寸体光栅的衍射特性。首先为了验证二维耦合波理论及其修正解析解的正确性，进行了不同光栅尺寸比下的角度选择性实验。在一定的光栅强度和吸收系数下，通过改变参、物光束宽度比，测得了对应的选择角。实验所得结果与理论预期基本相符。结果表明，二维耦合波理论的闭形式解能够作为体全息复用、解复用器件优化设计的依据。

其次，采用了一种新颖的基于体全息波分复用器件的实验方案。记录光路为透射式，读出光栅时，参考光垂直入射，邻面产生衍射光。在实验中通过用 532 nm 的绿光记录、1064 nm 的红外光读出光栅，实现了变波长光栅衍射，并研究了光栅的角度选择性，实验测得选择角与理论模拟计算结果基本一致。

结 论

本论文围绕基于体全息的波分复用器件中目前存在的衍射效率不高、选择性差等问题，深入研究体全息波长滤波器件的基础理论，重点是二维耦合波理论。为了获得最优的峰值衍射效率和波长选择性，给出光通信用波长滤波器件的设计依据和优化方法。现将各项工作及其相关结果汇总如下：

1. 针对完全重叠型的有限尺寸体光栅，在布拉格衍射范畴内给出二维耦合波方程的完整推导并对其进行简化，得到基本的二维耦合波方程组。深入学习应用黎曼函数求解二阶线性双曲型微分方程的黎曼算法，给出二维耦合波方程组的闭形式解析解，纠正了前人发表的工作的错漏之处。得到的闭形式解析解能够解决完全重叠型的均匀光栅($\kappa = \text{常数}$)的普遍衍射问题，即任意光栅写入角 ϕ_0 、非均匀的写入光振幅分布 a_0 、非零介质吸收、位相和振幅光栅、非布拉格入射等。
2. 根据二维耦合波理论及其修正解析解研究了无吸收的平面波光栅在布拉格匹配条件下的衍射效率。衍射效率基本上随等效光栅强度而单调上升，与一维理论预期的无吸收反射型光栅衍射效率随光栅强度的变化类似，而不会出现一维理论预期的无吸收透射型光栅衍射效率随光栅强度剧烈震荡的情况。
3. 研究了有介质吸收时峰值衍射效率与光栅强度的关系，衍射效率随光栅强度的增大而增大。尽管衍射效率随介质吸收系数的增大而迅速下降，但是对于耦合较强的光栅仍能获得较高的衍射效率。
4. 研究了有介质吸收时峰值衍射效率与光栅尺寸比的关系。对于耦合较强的光栅，参考光尺寸的增大反而会引起衍射效率的下降。为了获得最优的衍射效率，应当根据介质的吸收率合理地设计光栅的几何尺寸。而一维理论原则上只适合于光栅输入输出面尺寸远大于光栅厚度的情况，无法讨论光栅的衍射特性与光栅尺寸的关系。
5. 研究了光栅的布拉格选择性主要是角度选择性和波长选择性，探讨了这些性质与光栅二维尺寸及光栅强度之间的关系。为了获得最优的峰值衍射效率（插入损耗）和波长选择性（通道间隔），给出了基于体全息复用、解复用器件的优化设计方案。这对于实现密集波分复用具有一定的指导意义。

6. 实验研究了有限尺寸体光栅的衍射特性。通过实验测量了不同光栅尺寸比下的选择角，测量结果符合二维耦合波方程解析解的理论预期。设计了一种基于体全息波分复用器件的实验方案。针对光折变材料对于低波长的记录光比较敏感，而波分复用器件主要应用于通信用红外波长。利用绿光记录、红外光读出体光栅，实现了变波长光栅衍射。在此基础上，研究了红外光读出体光栅时的角度选择性，实验表明变波长使用的体光栅其选择性也符合二维耦合波理论预期。该方案透射式记录，邻面入射式读出，对于实现基于体全息的波分复用器件具有一定的意义。

在理论和实验研究工作中，本论文在以下方面获得了创新性成果：

1. 利用黎曼方法，给出二维耦合波方程组的闭形式解析解，纠正了前人发表的工作的错漏之处。得到的闭形式解析解能够解决完全重叠型的均匀光栅的普遍衍射问题。
2. 根据二维耦合波理论，研究了光栅的峰值衍射效率和布拉格选择性尤其是波长选择性，探讨了这些性质与光栅二维尺寸及光栅强度之间的关系。为了使表征体全息器件通道容量的波长分辨本领达到 DWDM 的要求 ($\lambda/\Delta\lambda \approx 4000$)，同时又可获得最优的峰值衍射效率，对器件的参数进行了优化设计。
3. 实验测量了不同光栅尺寸比下的选择角，测量结果符合二维耦合波方程解析解的理论预期。首次采用一种新颖的透射式记录、正交式读出波分复用方案，实现了短波长记录、长波长读出体光栅，实验表明变波长使用的体光栅其选择性也符合二维耦合波理论预期。

为了加快基于体全息的波分复用器件的实用化，在上述研究成果的基础上，今后还应该进一步开展以下研究工作：

1. 探索适合做波分复用器件的新材料。波分复用器件需要低的插入损失，这就要求光栅衍射时获得高的衍射效率。对于目前广泛使用的光折变晶体，应设法提高材料的饱和折射率调制度。同时应加强其它高衍射效率的体全息记录材料如光致聚合物等的研究。
2. 在获得较好的峰值衍射效率和波长选择性的条件下，实现短波长记录、长波

长读出体全息光栅。

3. 探讨二维耦合波方程的数值解。深入研究非完全重叠型和非均匀的光栅的衍射特性，优化设计体光栅器件的性能，如抑制旁瓣，对波长响应进行切趾。研究光束经过光栅后，光束强度分布的变化，探索使得波面输出均匀的方法。
4. 探索体全息光栅应用于 DWDM 的方案。例如，对晶体复用存储多重光栅，研究多通道的波分复用；采用级联式，利用多个体全息器件依次对多个波长进行解复用。探讨体全息波分复用器件与光纤的耦合方式。

参考文献

- [1] 顾晓仪. 波分复用系统的发展和应用. 电信科学. 2001,(3):24~27
- [2] 杨吉亮. 密集波分复用技术及应用. 邮电设计技术. 2000, (4):15~19
- [3] 娄丽芳, 盛钟延. 光通信中波分复用器件的实现技术. 半导体光电. 2003, 24(1):12~18
- [4] 蔡明峻, 蔡定平, 王安廷, 明海. 光纤通信系统中DWDM技术的近期发展. 光电子技术与信息. 2001, 14(1):1~10
- [5] S. Breer, K. Buse, Wavelength demultiplexing with volume phase holograms in photorefractive lithium niobate. Appl. Phys. B: Lasers Opt.. 1998, 66:339~345
- [6] X Deng, et al. linearity of volume hologram out-coupling for wave-length-division demultiplexing. Proceedings of SPIE. 2000, 3949:109~119
- [7] Jie Qiao, Feng Zhao, Jian Liu, et al. Dispersion-enhanced volume hologram for dense wavelength-division demultiplexer. IEEE Photonics Technology Letters. 2000, 12(8):1070~1072
- [8] Martin Nagel, Azad Siahmakoun. Polarization-independent wavelength multiplexing using thermally fixed photorefractive gratings in lithium niobate. Opt. Eng.. 2002, 41(11):2975~2982
- [9] Ingo Nee, Oliver Beyer, et al. Multichannel wavelength -division multiplexing with thermally fixed Bragg gratings in photorefractive lithium niobate crystals. J. Opt. Soc. Am. B. 2003, 20(8):1593~1602
- [10] Atsushi Sato, Raymond K. Kostuk. Holographic grating for dense wavelength division optical filters at 1550 nm using phenanthrenquinone doped poly(methyl methacrylate). Proceedings of SPIE. 2003, 5216:44~52
- [11] V. Vadde, V. Kumar, Performance Comparison of Equalization and Low-pass Coding for Volume Holographic Data Storage, Proc. SPIE v. 4090, 197-204(2000)
- [12] I. Nee, et al. Role of iron in lithium niobate crystals for the dark-storage time of holograms. J. Appl. Phys. 2000, 88:4282~4286

- [13] S. H. Lin, K. Y. Hsu, W. Z. Chen and W. T. Whang. phenanthrenequinone-doped poly (methyl methacrylate) for volume holographic data storage. *Optics Letters*. 2000, 25:451~453
- [14] S. S. Sarvestani, A. Siahmakoun, G. Duree, and K. Johnson. High diffraction efficiency in SBN with applied fields near the coercive field. *Appl. Phys. B: Lasers Opt.*, 2001, 72:711~716
- [15] Zhuqing Jiang, Jinying Hou, Wei Yuan, Guoqing Liu, and Shiquan Tao. Effect of batch thermal-fixing on multiple holograms on Fe:LiNbO₃. *Proceedings of SPIE*. 2002,4930:146~149
- [16] Charles C. Zhou, et al. Four channel multimode wavelength division demultiplexer(WDM)system based on surface-normal volume holographic gratings and substrate-guided waves. *Proceedings of SPIE*. 1998, 3288:89~92
- [17] J.-W. An et al. Volume holographic wavelength demultiplexer based on rotation multiplexing in the 90 geometry. *Optics Communications*. 2001, 197:247~254
- [18] Pierpaolo Boffi, et al. 1550-nm volume holography for optical communication devices. *IEEE Photonics Technology Letters*. 2000, 12(10):1355~1357
- [19] Shon-Fu chen, Chi Shou Wu, Ching-Cherng Sun. Design for a high dense wavelength division multiplexer based on volume holographic gratings. *Opt. Eng.*, 2004, 43(9):2028~2033
- [20] H. Kogelnik. Coupled wave theory for thick holograms gratings. *The Bell. Syst. Tech. J.*, 1969, 48:2909~2947
- [21] L. Solymar, D. J. Cooke. *Volume holography and volume gratings*. New York: Academic Press, 1981:164~207
- [22] 陈家璧, 苏显渝, 朱伟利, 孙雨南, 陶世荃, 吴建宏. 光学信息技术原理及应用. 高等教育出版社, 2002:145~149
- [23] 陶世荃, 江竹青, 王大勇等. 光全息存储. 北京工业大学出版社, 1998:58~75
- [24] 冯鸣, 吕可诚, 李乙钢. 基于体全息技术的 WDM 器件. *激光与光电子学进展*. 2002, 39(9):27~32
- [25] F. H. Mok. Angle-multiplexed storage of 5000 holograms in lithium niobate. *Opt. Lett.*, 1993, 18(11):915~917

- [26] L. Solymar. A general two-dimensional theory for volume holograms. *Appl. Phys. Lett.* 1977, 31(12):820~822
- [27] P. St. J. Russell, L. Solymar. The properties of holographic overlap gratings. *Opt. Acta.* 1979, 26(3):329~347
- [28] R. Courant, D. Hilbert. *Methods of mathematical physics. Vol. II*, New York: Interscience Publishers, 1962:407~550
- [29] Russell, P. St. J.. Volume holographic finite-beam conversion with perfect fidelity. *Optica Acta.* 1980, 27(7):997~1008
- [30] Mark L. Jones, Richard P. Kenan, Carl M. Verber. Rectangular characteristic gratings for waveguide input and output coupling. *Appl. Opt.* 1995, 34(20):4149~4158
- [31] L. M. Walpita, C. W. Pitt. Beam expansion in linear constant period gratings. *Appl. Opt.* 1984, 23(19):3434~3438
- [32] Tyn Myint • U. 数学物理中的偏微分方程. 上海科学技术出版社, 1983:61~69
- [33] 薛兴恒. 数学物理偏微分方程. 中国科学技术大学出版社, 1995:306~323
- [34] Shiquan Tao, Burr, G. W.. Performance optimization of volume gratings with finite size through numerical simulation. *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*. 2004, Vol. 1, pt. 1:p 3 pp.
- [35] L. Solymar, M. P. Jordan. Finite beams in large volume holograms. *Microwaves, Optics and Acoustics.* 1977, 1:89~92
- [36] Geoffrey W. Burr, C. Michael Jefferson, Hans Coufal, Mark Jurich, John A. Hoffnagle, Roger M. Macfarlane, Robert M. Shelby. Volume holographic data storage at an areal density of 250 gigapixels/in.², *Optics Letters.* 2001, 26(7):444~446
- [37] Tao SQ, Jiang ZQ, Yuan W, Wan YH, Wang Y, Liu GQ, Wang DY, Ding XH, Jia KB. High-density, large-capacity, nonvolatile holographic storage in photorefractive crystals. *Proceedings of SPIE.* 2005, 5643:63~72
- [38] Kebin Jia, Dapeng Yang, Shubo Dun, Shiquan Tao, Mingyan Qin. Holographic storage scheme based on digital signal processing. *Chinese Optics Letters.* 2003, 1(10):579~582

- [39] Pierpaolo Boffi, Davide Piccinin, Maria Chiara Ubaldi, Mario Martinelli. All-optical pattern recognition for digital real-time information processing. *Applied Optics*. 2003, 42(23):4670~4680
- [40] George Barbastathis, Michal Balberg, J. Brady. Confocal microscopy with a volume holographic filter. *Optics Letters*. 1999, 24(12):811~813
- [41] J. Hukriede, I. Nee, D. Kip, E. Krätzig. Thermally fixed reflection gratings for infrared light in LiNbO₃:Ti:Fe channel waveguides. *Optics Letters*. 1998, 23(17):1405~1407
- [42] Ricardo A. Villalaz, Elias N. Glytsis, Thomas K. Gaylord, Tsuyoshi Nakai. Wavelength Response of Waveguide Volume Grating Couplers for Optical Interconnects. *Applied Optics*. 2004, 43(27):5162~5167
- [43] Zhou Yan, Tao Shiquan, Wang Dayong, Jiang Zhuqing. Pattern recognition algorithms based on volume holographic image-databases. *Chinese J. Lasers*. 2002, A29(4):359~362
- [44] Ouyang Chuan, He Qingsheng, Wang Fengtao, Wang Jian'gang, Wu Minxian, Jin Guofan. Volume holographic correlation system with large capacity. *Acta Optica Sinica*. 2003, 23(9):1095~1098
- [45] Dayong Wang, Shiquan Tao, Zhuqing Jiang, Sunzheng Chen, Wei Yuan. Multiple spectrum filtering and thermal fixing for volume holographic correlator. *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*. 2004, Vol. 1, pt. 1:p 3 pp.
- [46] 陶世荃, 王大勇, 江竹青, 谢玉斌. 级联式体全息光栅密集波分复用器件制作方法及其系统. 国家发明专利, 申请号: 02155429.3, 2002年12月13日申请, 已公告.

附 录

一 证明方程 $\frac{\partial^2 A}{\partial u_R \partial u_S} - \kappa'^2 W_S^2 a_{20}^2 a_{10}^2 A = 0$ 的黎曼函数为

$$v(u_R, u_S; \alpha, \beta) = J_0(2\kappa' W_S \sqrt{L_0 M_0})$$

标准双曲型二阶偏微分方程 $\frac{\partial^2 A}{\partial u_R \partial u_S} - \kappa'^2 W_S^2 a_{20}^2 a_{10}^2 A = 0$ 的里曼函数为

$v(u_R, u_S; \alpha, \beta)$, 它满足

$$v_{u_R u_S} - \kappa'^2 W_S^2 a_{20}^2 a_{10}^2 v = 0 \quad (\text{A1-1})$$

$$v_{u_R}(u_R, \beta; \alpha, \beta) = 0 \quad (\text{A1-2})$$

$$v_{u_S}(\alpha, u_S; \alpha, \beta) = 0 \quad (\text{A1-3})$$

$$v(\alpha, \beta; \alpha, \beta) = 1 \quad (\text{A1-4})$$

假设里曼函数具有下列形式

$$v(u_R, u_S; \alpha, \beta) = F(S) \quad (\text{A1-5})$$

其中变量 $S = L_1 M_0$, 这里 $L_1 = \int_a^R a_{10}^2(\xi) d\xi$, $M_0 = \int_B^s a_{20}^2(\xi) d\xi$

对函数 $v(u_R, u_S; \alpha, \beta)$ 求偏导可得

$$v_{u_R} = F_S a_{10}^2(u_R) \int_B^s a_{20}^2(\xi) d\xi \quad (\text{A1-6})$$

$$v_{u_S} = F_S a_{20}^2(u_S) \int_a^R a_{10}^2(\xi) d\xi \quad (\text{A1-7})$$

$$\begin{aligned} v_{u_R u_S} &= F_{SS} a_{20}^2(u_S) \int_a^R a_{10}^2(\xi) d\xi a_{10}^2(u_R) \int_B^s a_{20}^2(\xi) d\xi \\ &+ F_S a_{10}^2(u_R) a_{20}^2(u_S) \end{aligned} \quad (\text{A1-8})$$

把(A1-5)、(A1-8)式代入(A1-1)式可得

$$F_{SS} a_{20}^2(u_S) \int_x^{u_R} a_{10}^2(\xi) d\xi a_{10}^2(u_R) \int_\beta^{u_S} a_{20}^2(\xi) d\xi + F_S a_{10}^2(u_R) a_{20}^2(u_S) - \kappa'^2 W_S^2 a_{20}^2 a_{10}^2 F = 0 \quad (\text{A1-9})$$

又因 $S = \int_x^{u_R} a_{10}^2(\xi) d\xi \int_\beta^{u_S} a_{20}^2(\xi) d\xi$, 则(A1-9)式可化简为

$$S F_{SS} + F_S - \kappa'^2 W_S^2 F = 0 \quad (\text{A1-10})$$

$$\text{令 } \chi = \sqrt{-4\kappa'^2 W_S^2 S} \quad (\text{A1-11})$$

$$\text{即 } S = \frac{\chi^2}{-4\kappa'^2 W_S^2} \quad (\text{A1-12})$$

对函数 F 求偏导可得

$$F_S = F'(\chi) \frac{-2\kappa'^2 W_S^2}{\chi} \quad (\text{A1-13})$$

$$F_{SS} = \left[F''(\chi) - \frac{F'(\chi)}{\chi} \right] \frac{(-2\kappa'^2 W_S^2)^2}{\chi^2} \quad (\text{A1-14})$$

把(A1-12)、(A1-13)和 (A1-14)式代入(A1-10)式可得

$$\begin{aligned} & \left[F''(\chi) - \frac{F'(\chi)}{\chi} \right] \frac{(-2\kappa'^2 W_S^2)^2}{\chi^2} \frac{\chi^2}{-4\kappa'^2 W_S^2} \\ & + F'(\chi) \frac{-2\kappa'^2 W_S^2}{\chi} - \kappa'^2 W_S^2 F = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1-15})$$

整理(A1-15)式得

$$F''(\chi) + \frac{1}{\chi} F'(\chi) + F(\chi) = 0 \quad (\text{A1-16})$$

方程(A1-16)为零阶贝塞尔方程, 它的解是

$$F(\chi) = J_0(\chi) \quad (\text{A1-17})$$

其中 J_0 为零阶贝塞耳函数

又由(A1-11)及 S 的表达式 $S = L_1 M_0$ 可得

$$v(u_R, u_S; \alpha, \beta) = J_0 \left(\sqrt{-4\kappa'^2 W_S^2 L_1 M_0} \right) = J_0 \left(2\kappa' W_S \sqrt{L_0 M_0} \right) \quad (\text{A1-18})$$

其中 $L_0 = -L_1 = \int_x^{u_R} a_{10}^2(\xi) d\xi$

由(A1-6)式可知 $v_{u_R}(u_R, \beta; \alpha, \beta) = 0$ ，即满足(A1-2)式

由(A1-7)式可知 $v_{u_S}(\alpha, u_S; \alpha, \beta) = 0$ ，即满足(A1-3)式

由(A1-18)式可知 $v(\alpha, \beta; \alpha, \beta) = J_0(0) = 1$ ，即满足(A1-4)式

因此，双曲型二阶偏微分方程 $\frac{\partial^2 A}{\partial u_R \partial u_S} - \kappa^2 W_S^2 a_{20}^2 a_{10}^2 A = 0$ 的里曼函数为

$$v(u_R, u_S; \alpha, \beta) = J_0(2\kappa' W_S \sqrt{L_0 M_0})$$

二 无吸收的平面波光栅在布拉格匹配条件下的衍射效率

无吸收的平面波光栅在布拉格匹配条件下 $\alpha = \delta = 0$ ，并且不失一般性可令 $a_{10} = a_i = 1$ ，于是 E_1 和 E_2 简化为

$$E_1(u_R, u_S) = J_0(2\kappa' W_S \sqrt{-u_R u_S}) \quad (\text{A2-1})$$

$$E_2(u_R, u_S) = -j \sqrt{-\frac{u_R}{u_S}} J_1(2\kappa' W_S \sqrt{-u_R u_S}) \quad (\text{A2-2})$$

由(A2-1)式可得

$$E_1(u_R, 0) = J_0(0) = 1 \quad (\text{A2-3})$$

由(A2-2)式可得

$$E_2(R_W, u_S) = -j \sqrt{-\frac{R_W}{u_S}} J_1(2\kappa' W_S \sqrt{-R_W u_S}) \quad (\text{A2-4})$$

对于二维有限尺寸体光栅，光栅衍射效率为

$$\eta_{diff} = \frac{\int_{-1}^0 |E_2(R_W, u_S)|^2 du_S}{\int_0^{R_W} |E_1(u_R, 0)|^2 du_R} \quad (\text{A2-5})$$

把(A2-3)和(A2-4)式代入(A2-5)式可得

$$\eta_{diff} = \frac{\int_{-1}^0 |E_2(R_W, u_S)|^2 du_S}{\int_0^{R_W} |E_1(u_R, 0)|^2 du_R} = \int_{-1}^0 \frac{1}{u_S} J_1^2(2\kappa' W_S \sqrt{-R_W u_S}) du_S \quad (\text{A2-6})$$

引入变量代换

$$x = 2\kappa' W_S \sqrt{-R_W u_S} \quad (\text{A2-7})$$

即

$$u_S = -\frac{x^2}{4\kappa'^2 W_S^2 R_W} \quad (\text{A2-8})$$

对(A2-8)式微分可得

$$du_S = -\frac{x}{2\kappa'^2 W_S^2 R_W} dx \quad (\text{A2-9})$$

把(A2-8)、(A2-9)代入(A2-6)式可得

$$\eta_{diff} = \int_0^{2\kappa' W_S \sqrt{R_W}} -\frac{4\kappa'^2 W_S^2 R_W}{x^2} J_1^2(x) \left(-\frac{x}{2\kappa'^2 W_S^2 R_W} \right) dx \quad (\text{A2-10})$$

整理上式可得

$$\eta_{diff} = 2 \int_0^{2\kappa' W_S \sqrt{R_W}} \frac{1}{x} J_1^2(x) dx \quad (\text{A2-11})$$

又因

$$J_1(x) = \frac{J_0(x) + J_2(x)}{2} x \quad (\text{A2-12})$$

把(A2-12)式代入(A2-11)式得

$$\begin{aligned} \eta_{diff} &= 2 \int_0^{2\kappa' W_S \sqrt{R_W}} \frac{1}{x} J_1(x) \frac{J_0(x) + J_2(x)}{2} x dx \\ &= \int_0^{2\kappa' W_S \sqrt{R_W}} J_0(x) J_1(x) dx + \int_0^{2\kappa' W_S \sqrt{R_W}} J_1(x) J_2(x) dx \end{aligned} \quad (\text{A2-13})$$

考虑到

$$J_0'(x) = -J_1(x) \quad (\text{A2-14})$$

$$\left(\frac{J_1(x)}{x} \right)' = -\frac{J_2(x)}{x} \quad (\text{A2-15})$$

联立(A2-13)、(A2-14)、(A2-15)式可得

$$\begin{aligned}
\eta_{diff} &= \int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} -J_0(x)dJ_0(x) + \int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} J_1(x)(-x)\left(\frac{J_1(x)}{x}\right)' dx \\
&= -\left[\frac{J_0^2(x)}{2}\right]_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} + \int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} J_1(x)(-x)d\left(\frac{J_1(x)}{x}\right) \\
&= \frac{1}{2}\left[1 - J_0^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_W})\right] + \left[\frac{J_1(x)}{x}J_1(x)(-x)\right]_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} + \int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} \frac{J_1(x)}{x}d(J_1(x)(-x)) \\
&= \frac{1}{2}\left[1 - J_0^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_W})\right] - J_1^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_W}) + \int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} J_1(x)J_1'(x)dx + \int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} \frac{J_1^2(x)}{x}dx \\
&= \frac{1}{2}\left[1 - J_0^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_W}) - J_1^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_W})\right] + \int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} \frac{J_1^2(x)}{x}dx
\end{aligned} \tag{A2-16}$$

由(A2-11)式可得

$$\int_0^{2\kappa'W_S\sqrt{R_W}} \frac{1}{x}J_1^2(x)dx = \frac{\eta_{diff}}{2} \tag{A2-17}$$

把(A2-17)式代入(A2-16)式可得

$$\eta_{diff} = 1 - J_0^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_W}) - J_1^2(2\kappa'W_S\sqrt{R_W}) \tag{A2-18}$$

攻读硕士学位期间所发表的学术论文和完成的科研成果：

1. Shiquan Tao, Bo Wang, Geoffrey W. Burr, Jiabi Chen. Diffraction efficiency of volume gratings with finite size: corrected analytical solution. *Journal of Modern Optics*. 2004, 51(8):1115~1122
2. 王博, 陶世荃, 陈家璧. 体光栅二维耦合波方程解析解的再探讨. *中国激光*. 2005, 32(1):21~25
3. WANG Bo, CHANG Liang, TAO Shiquan. Design optimization of volume holographic gratings for wavelength filters. *Proceedings of SPIE*. 2005, 5636:267~276
4. 三维盘式全息存储技术及系统, 教育部科技成果鉴定, 鉴字[教 NP2005]第 001 号, 第 13 完成人

攻读硕士学位期间所参加的科研项目：

1. 国家重点基础研究与发展计划（973 计划）项目“新型超高密度、超快速度光信息存储与处理的基础研究”第一子课题“光学体全息存储机理研究”
2. 北京市自然科学基金项目“密集波分复用器件的研究”

致 谢

我深深感谢我的导师陶世荃教授,在我三年攻读研究生期间她给予了我无微不至的关心和帮助。陶老师渊博的知识、严谨的治学态度、精益求精的科研作风以及为科研事业鞠躬尽瘁的奉献精神都使我受益匪浅。陶老师独具匠心的思维也给本人留下极为深刻的印象,当本人在科研难题面前百思不解的时刻,是她的思维带领我走出科学的迷宫。在读研究生期间,陶老师为我制定了详细的培养计划,使我一步一步成长起来,她不仅教授了科学知识,而且教给了我严谨的科研态度、开阔的思维方式,这将使我受益终生。

我还要感谢另一位老师王大勇教授,他教给了我严谨的科研态度和开阔的思维方式,同时王老师在日常生活中也给予了我很大的关怀。感谢江竹青教授,江老师教给我最基本的实验技能,在实验过程中她给予了我很多耐心的指导和无私的帮助。感谢刘国庆副教授,他默默为本论文研究工作加工晶体。

我非常感谢应用数学学科部季晓梅老师。在求解二维耦合波方程的过程中,我与季晓梅老师进行了有益讨论。季老师还给我介绍了微分方程方面的相关著作,使我获益匪浅。

感谢师姐万玉红、师兄王也在我实验过程中给予的帮助以及各种有益的讨论。感谢光学信息处理实验室的谢玉斌、伏西洋师兄和晏爱琴、杨然、冯升同同学以及二年级的刘英、张玥、刘汉承、孔芳、解祥燕和所有一年级的师弟师妹们在学习和生活上对我的长期支持和关心。

我衷心感谢北京工业大学给予的硕士学习机会,以及北京工业大学应用数理学院各位领导和老师的真诚关心和帮助。

我特别感谢我的父母、弟弟、妹妹及所有关心我、支持我的朋友,感谢他们对我的理解和精神上的支持,在此深表感谢和由衷的敬意!

本论文的完成标志着一段学习生活的结束,其间融入了许许多多老师们的倾心指导、同学朋友们的帮助支持,这将伴随着我继续今后的人生,使我终生受益。