

分类号

密级

UDC

编号

中南大學

CENTRAL SOUTH UNIVERSITY

硕士学位论文

论文题目 无粘结预应力混凝土梁

抗火性能研究

学科、专业 防灾减灾工程

研究生姓名 唐 国 庆

导师姓名及

专业技术职务 余志武 教授

二〇〇六年五月

摘要

本文对无粘结预应力混凝土梁的抗火性能进行了理论分析和试验研究。主要内容包括四个方面：组成预应力混凝土构件材料的高温物理力学性能、钢筋混凝土构件截面温度场分析、无粘结预应力混凝土量或在试验和高温下无粘结预应力混凝土量非线性有限元全过程分析。具体的研究内容如下：

(1) 分析总结了混凝土材料的热工性能和预应力混凝土材料高温下的力学性能，为进行预应力混凝土结构抗火性能研究奠定了基础。

(2) 通过编制火灾下钢筋混凝土构件截面温度场非线性有限差分程序并结合火灾下钢筋混凝土梁温度场的试验结果，合理确定了混凝土比热放大系数和混凝土表面换热系数计算公式。为进一步深入研究火灾下预应力混凝土构件力学性能和耐火极限创造了条件。

(3) 对五根无粘结预应力混凝土梁进行了高温下受力性能的实验研究。通过试验得到了无粘结预应力混凝土梁在高温下的变形特点、破坏形态以及无粘结预应力钢筋的应力变化，探讨了高温下预应力筋保护层厚度和加载途径等因素对其抗火性能的影响。同时对这五根无粘结预应力混凝土梁进行了高温后的静力试验，研究了高温后无粘结预应力混凝土梁的宏观表象、静载破坏特征以及变形规律，分析了预应力筋保护层厚度和加载途径等因素对其高温后剩余承载力的影响。

(4) 采用混凝土和钢筋的温度—应力耦合本构模型，将无粘结预应力钢筋内力与未知结点位移共同作为待求矢量，推导出了高温下无粘结预应力混凝土梁非线性有限元全过程分析的增量有限元格式，并编写了高温下非线性有限元分析的计算机程序。计算结果与试验结果吻合较好，本文的分析理论和计算程序较为正确。

关键词： 无粘结预应力混凝土梁，抗火性能，温度场，非线性有限元

ABSTRACT

In this paper, the fire resistance of unbonded prestressed concrete beams was analyzed and researched entirely by method of experiment and numerical analysis. This study was composed of four parts: physical and mechanical property of material of prestressed concrete at elevated temperature, analysis of the temperature field within R.C. members under fire, the tests study of unbonded prestressed concrete beams under fire and nonlinear finite element method analysis for the whole process of unbonded prestressed concrete beam subjected to fire. The concrete contents are following:

(1) The thermal properties of concrete and the properties of the prestressed concrete material under fire were obtained, which are the bases of fire-resistance research of the prestressed concrete structures.

(2) The program for the nonlinear finite difference analysis of the temperature field within R.C. members under fire was developed, and the magnifying coefficient of the specific heat of concrete and the formula for the thermal capacity of concrete were determined by matching the numerical results with experimental results from references. This work makes it possible for the further researches on the behaviors and fire resistance of the prestressed concrete members.

(3) The experiments of 5 unbonded prestressed concrete beams under fire were accomplished. The deformation characteristic and damage form of members and stress varieties of the prestressed wires were investigated through the test. The influences for its fire-resistance behaviours of different factors, which are thickness of concrete covers and temperature-stress paths, were researched and discussed. At the same time, the tests of the 5 unbonded prestressed concrete beams under after fire have been carried out. The macroscopical phenomena, damage features and deformation rules of the members after fire were studied. The influences for its residual bearing capacity of different factors, which are thickness of concrete covers and temperature-stress paths, were also analyzed.

(4) The temperature-stress coupling constitutive models of concrete and reinforcement are adopted, and the unknown nodes displacements

and the tensile forces in the unbonded tendons are taken as unsolved column matrix simultaneously. The increment format of nonlinear finite element method is presented for whole process analysis of unbonded prestressed concrete beams under fire, and the computer program is compiled. The calculation results fit with the experiment results quite well, which indicates that the theory and program in this paper are correct and reasonable.

KEY WORDS: unbonded prestressed concrete beams, fire-resistance behaviour, temperature field, nonlinear finite element method

目 录

第一章 绪论.....	1
1.1 引言	1
1.2 混凝土结构抗火研究的目的是主要内容	2
1.3 国内外研究现状	3
1.3.1 国内外建筑防火研究状况.....	3
1.3.2 预应力混凝土构件抗火性能的研究状况.....	6
1.4 本文的研究思路及主要内容	7
第二章 高温下材料的热工和力学性能.....	9
2.1 概述	9
2.2 高温下混凝土材料的热工性能	9
2.2.1 导热系数	10
2.2.2 混凝土的比热	10
2.2.3 混凝土的质量密度	10
2.3 高温下混凝土材料的物理力学性能	11
2.3.1 高温下混凝土的性能变化的物理—化学机理	11
2.3.2 高温下混凝土各力学性能指标的变化	11
2.3.3 高温下混凝土的变形	13
2.3.4 高温下混凝土的温度—应力耦合本构关系	15
2.4 高温下钢筋的力学性能	16
2.4.1 高温下钢筋各力学性能指标的变化	16
2.4.2 高温下钢筋的变形	17
2.5 高温下钢绞线的力学性能	18
2.5.1 高温下钢绞线各力学性能指标的变化	18
2.5.2 高温下钢绞线的变形	19
2.6 小结	20
第三章 钢筋混凝土构件截面温度场非线性分析	21
3.1 概述	22
3.2 火灾升温曲线	23
3.3 火灾下钢筋混凝土构件截面温度场有限差分公式推导	23
3.3.1 热传导方程	23
3.3.2 热传导方程的单值性条件	23

3.3.3 单元划分和方程求解	25
3.4 火灾下钢筋混凝土构件截面温度场试验验证	37
3.4.1 三面受火时混凝土矩形截面梁温度场的试验验证	37
3.4.2 四面受火时混凝土矩形截面柱温度场的试验验证	39
3.4.3 底面受火时混凝土 T 型截面梁温度场的算例分析	39
3.5 小结	40
第四章 高温下和高温后无粘结预应力混凝土梁试验研究	41
4.1 概述	41
4.2 试验研究概况	41
4.2.1 试验内容及试件设计	41
4.2.2 试验装置和量测	43
4.3 常温下无粘结预应力混凝土简支梁的静载试验	44
4.3.1 试验过程与现象	44
4.3.2 试验的挠度以及预应力筋应力测量	46
4.4 高温下无粘结预应力混凝土梁试验	47
4.4.1 试验过程与现象	47
4.4.2 高温下构件内部的温度测量	49
4.4.3 高温下构件的变形	50
4.4.4 高温下无粘结预应力筋的应力变化	52
4.4.5 不同预应力筋保护层厚度对抗火性能的影响	53
4.4.6 不同加载方式对抗火性能的影响	54
4.5 高温后无粘结预应力混凝土梁试验	54
4.5.1 试验过程与现象	54
4.5.2 试验的挠度以及预应力筋应力测量	55
4.5.3 不同预应力筋保护层厚度对高温后剩余承载力的影响	55
4.5.4 不同加载方式对高温后剩余承载力的影响	55
4.6 小结	59
第五章 高温下无粘结预应力混凝土梁非线性有限元分析	60
5.1 概述	60
5.2 基本假设	60
5.2.1 基本假定	60
5.2.2 高温下预应力混凝土材料的热—力本构模型	61
5.3 截面本构矩阵	64
5.4 单元刚度矩阵	66
5.5 平衡方程	68
5.6 非线性方程组的求解方法及收敛准则	70
5.6.1 非线性方程组的求解	70

5.6.2 耦合性的处理和不平衡力的计算	72
5.6.3 收敛准则	73
5.7 火灾下无粘结预应力混凝土梁试验验证	75
5.8 小结	75
第六章 结论与展望	76
6.1 主要结论	76
6.2 存在的问题及前景展望	77
参考文献	78
致 谢	83
攻读硕士学位期间参与科研及发表论文情况	84

第一章 绪论

1.1 引言

火，创造了人类文明，推动了社会进步。无论过去、现在和将来，它对人类的进步和社会的发展都有着无法估量的巨大作用。但是，若火失去了控制便会形成火灾，就会给人类的生命财产和自然资源造成极大损失。据发达国家1980年的统计^[1]：火灾的直接损失约占国民经济生产总值的0.2~0.3%。在我国，火灾已成为发生概率最大、损失最严重的一种灾害，且呈逐年增加的趋势。据统计：我国每年火灾造成的直接经济损失，七十年代为2.5亿元；八十年代为3.2亿元；九十年代比八十年代翻了两番还多，为8.5亿元，占国民生产总值的3%；进入二十一世纪火灾损失更为严重^[2]。

常见的火灾有：建筑火灾、森林火灾、材料堆场火灾、交通工具火灾等。其中发生次数最多，损失最严重的是建筑火灾^[3]。虽然，目前国内外绝大部分的建筑材料，如混凝土、钢筋、钢材等本身是不燃烧的，但在火灾高温作用下，结构及其组成材料的性能都会发生一系列不利的变化，进而造成结构或构件的损伤或破坏，甚至造成整个建筑物的倒塌。而且随着社会现代化的发展，人员和物资愈加高度集中，建筑火灾的危害性更显突出。

例如，1974年比利时一幢三层钢筋混凝土结构房屋在起火75分钟后突然倒塌。1993年福建泉州一座钢结构冷库起火，造成3600多平方米的库房倒塌。1993年江西南昌万寿宫商城发生火灾，一栋八层钢筋混凝土底框结构房屋在火灾中整体倒塌。1998年北京某家俱城发生火灾，造成该建筑钢结构整体倒塌。2003年湖南衡阳衡州大厦在大火中坍塌，坍塌的根本原因是大火燃烧时，在衡州大厦西部偏北的5根柱子损毁比较严重，这5根柱子承载能力下降，在重载的压力下倒塌，继而引起衡州大厦3000多平方米建筑的坍塌。2003年11月24日凌晨2时30分许（莫斯科时间），俄罗斯莫斯科西南部的卢蒙巴人民友谊大学一栋高5层的学生宿舍楼发生火灾，宿舍楼2层至5层被烧，火灾面积达1000多平方米，并造成37人死亡，100多人受伤。特别是2001年9月11日，美国纽约世界贸易中心大厦在飞机撞击后起火，在很短的时间内造成两栋世界标志性摩天大楼的整体倒塌。

因此，研究建筑结构抗火性能及其防火设计以减少火灾事故的损失，具有十分重大的理论意义和实用价值。

预应力混凝土结构是使高强钢材和高强混凝土能动地结合在一起的高效结构,在结构中人为地施加作用力使构件中的混凝土和普通钢筋产生与外荷载作用下的应力相反的预应力,利用预加应力的手段,可以使混凝土结构做出更大的跨度,承受更大的使用荷载。预应力技术发展到今天,其应用已逐步扩大到居住建筑、大跨和大空间公共建筑、高层建筑、高耸结构、地下结构、海洋结构、压力容器、核安全壳以及大吨位围船结构等各个领域。近年来,预应力混凝土结构已由早期的简单构件发展为现今复杂的空间整体受力结构,以其大跨、大空间、良好的结构整体性能以及有竞争力的综合经济效益,正逐步成为现代建筑结构形式的发展趋势。

由于预应力结构多用在重要性较高的建筑中,这样的建筑一旦发生火灾,如果结构没有足够的防火性能,必然会带来巨大的损失,因此预应力混凝土结构的防火性能应该更加引起人们的关注。由于组成预应力混凝土结构的混凝土和钢丝、钢绞线已经处于较高的应力状态,具有一定的应力历史,随着火灾的发生,高温对材料的影响将比普通混凝土结构更大,将造成剧烈的内力重分布,从而改变破坏形式,大大降低结构的防火性能。

目前,对预应力混凝土结构整体性能的防火试验不多,理论研究也较少,国内对预应力混凝土构件的防火试验研究尚处于起步阶段,对预应力混凝土结构防火设计方法研究基本处于空白。我国《无粘结预应力混凝土结构技术规程》中涉及预应力混凝土的防火部分的条文主要取自美国《后张预应力混凝土手册》。因此开展预应力混凝土结构防火性能及设计方法的研究对完善我国建筑设计规范具有重要的现实意义。

1.2 混凝土结构防火研究的目的是主要内容

混凝土和钢材是目前使用最广泛的建筑材料,在现代建筑中大量采用钢筋混凝土结构,尽管其材料本身不燃,且混凝土是热惰性材料,但由于火灾的高温作用,仍将对结构产生不利影响。火灾对混凝土结构的影响,主要表现在火灾高温对结构的影响,而这种影响又分为火灾中和火灾后两个方面。归纳起来有:

(1)火灾下:混凝土构件材料强度降低,弹性模量下降,徐变增加;结构或构件的承载力下降,变形增加,严重者发生局部或整体倒塌。

(2)火灾后:混凝土构件材料强度降低,弹性模量下降;结构或构件的承载力下降,有残余变形,严重者不能继续使用。

钢筋混凝土结构防火性能研究的目的一方面是为了建立一套合理、方便适用的结构防火设计方法,提高或保证结构或构件在火灾中的承载能力,避免结构在火灾中的局部或整体倒塌而造成人员疏散困难,灭火行动受阻或人员的伤亡;另一方面是为了对建筑结构火灾损伤程度作出科学、准确的评价,并据此制订受损

结构的修复加固方案,以减少火灾造成的损失,缩短火灾后结构功能恢复的时间。

钢筋混凝土结构抗火研究主要涉及到热工、建材和结构等学科,研究涉及面较广,试验设备要求高,至今仍未得到十分完善的理论分析。综合国内外建筑结构抗火研究的情况,混凝土结构抗火研究的主要内容可归纳为四个方面^[4] :

(1)混凝土结构在火灾中所处环境的研究

混凝土结构抗火研究的首要任务,就是要明确结构或构件在火灾中所处的环境,亦即需要研究建筑火灾发生、发展的全过程和规律,研究失火建筑内部温度场的分布及历程。

(2)混凝土结构在火灾中的行为研究

火灾一旦发生,混凝土结构或构件将经受火灾高温的作用。火灾中混凝土结构或构件将发生什么变化,即混凝土结构在火灾中的行为如何,是混凝土结构抗火研究中所关注的。一般说来,结构在火灾中的行为研究应包括:结构及构件在火灾中的内部温度场,结构构件材料在火灾高温下的性能,基本构件及结构整体在火灾中的性能变化规律等。

(3)混凝土结构抗火设计方法的研究

对混凝土结构进行抗火设计,是定量、合理和有效提高混凝土结构的抗火能力,避免结构在火灾中发生局部破坏或整体倒塌的可靠途径。

(4)火灾后混凝土结构的损伤评估和修复加固方法的研究

大部分经历火灾的混凝土结构并未完全失效或倒塌,经过一定处理后仍能继续使用。这将产生巨大的经济和社会效益。但火灾后的混凝土结构毕竟受到了程度不同的损伤。所以,只有首先对火灾后混凝土结构的损伤程度及剩余承载力作出合理的评估,然后才能利用现有的混凝土结构加固方法和手段,对火灾后的混凝土结构进行有效的加固和修复。

1.3 国内外研究现状

1.3.1 国内外建筑防火研究状况

长期以来,对火灾的研究局限于通过统计火灾原始资料归纳总结火灾规律的方法。近年来,世界科技进步的步伐加快,现代科学技术得到了迅猛发展。数学、计算机、传热学、燃烧学的飞速进展以及试验条件和试验技术的改善和提高,为火灾和安全科学的研究创造了良好的前提和条件。

国外对于建筑火灾的研究较早。美国首先提出应建立一个通用的标准的试验过程,以方便学者进行建筑构件试验及增加试验结果的可比性,并于1905年成立了一个委员会来标准化试验方法,该委员会分别于1906年和1908年确定了楼板和墙体的火灾试验方法。1928年,Ingberg等人提出了经典的“火灾荷载”概念^[5],建

立了火灾荷载与结构耐火极限的关系。1958年Kawagot建立了与通风系数成正比的燃烧速度模型^[6]，建立了隔间内的热平衡关系。1982年，Harmathy等人提出了标准热荷概念以及标准热荷均匀性理论^[7]，建立了利用标准热荷概念进行火灾严重性评价的方法。在各国专家广泛研究的基础之上，国际标准化组织于1975年提出了隔间内火灾的标准升温曲线IS0834^[8]，标志着隔间内火灾温度场的研究进入新的阶段。1985年在美国召开了首届国际火灾科学会议，成立了国际火灾科学学会，标志着火灾科学在世界范围内形成和发展。

国外很多研究者对火灾下钢筋混凝土结构温度场进行了大量的研究。Gamal N. A.利用一维无限大平板热传导问题的解析方法对一维墙板的热传导进行了求解^[9]；Yu J. R.利用卷积变分原理考虑初值问题对一维热传导问题进行了计算^[10]；Willson提出了基于有限单元法求解瞬态温度场的研究方法^[11]；Bathe K.J.采用简化的线性化方法建立了非线性温度场的变分泛函，并以此编制了通用有限元程序ADINAT^[12]。

同时国外许多学者对混凝土的热工性能进行了广泛的研究，其中较有影响的是Harmathy和Harada等人在混凝土热工性能方面的研究成果^[13~15]。试验表明，混凝土的导热系数随着温度的升高而减小，Harada根据试验回归提出了混凝土导热系数的计算公式^[15]。混凝土的质量密度随温度的变化不明显，热容随温度的升高而有所增大，T. T. Lie给出了具体的表达式^[16]。

作为混凝土结构抗火研究的基础内容，美国、德国、英国、加拿大、日本等国的专家对高温下结构材料的力学性能展开了较广泛的试验研究。他们研究了普通混凝土、轻混凝土、高强混凝土及普通钢筋、预应力钢筋、结构钢材等在高温下的强度、弹性模量、徐变、松弛和本构关系等物理力学性质的变化。根据已有的研究资料表明，当火灾温度小于300℃时混凝土材料强度没有很大变化，当温度大于300℃后其强度开始下降，在400℃以后显著下降^[13,17,18]。Marechal通过试验发现混凝土的弹性模量随温度的增加而迅速降低，但在逐渐冷却至常温的过程中，其弹性模量基本不变^[19]。对混凝土在高温下的应力—应变关系，国外的研究表明，曲线随试验温度的增加而趋向扁平，峰点显著下降并且右移^[14,20]。在升温过程中，混凝土的温度变形因应力水平的不同会有很大的差异，国外许多试验表明了温度和应力途径对混凝土变形的耦合作用^[21,22]。Khuory和Geymayer分别研究了混凝土的瞬态热应变和高温徐变，认为影响因素有温度、应力水平和持续时间以及骨料的品种和配合比等^[23,24]。高温下钢筋、预应力钢丝和钢绞线的力学性能国外已进行了一些研究^[25,26]，已有的试验表明预应力钢丝、钢绞线高温下的力学性能均比普通钢筋差。

在此基础之上，国外许多学者对混凝土结构及构件如梁、板、柱、墙、框架

在火灾高温环境中的反应及耐火性能进行了一系列的试验或理论研究^[27~30]。进而对结构及构件在荷载及高温共同作用下的应力分布、变形和破坏特征等多方面进行了探索,并且提出了混凝土结构耐火试验的标准^[31],为规范试验研究起到了很好作用。

随着人们对材料、构件和结构在火灾环境中性能及行为特征了解的深入,加之对混凝土结构抗火性能要求的提高,各种混凝土构件和结构的抗火分析方法和设计理论被陆续提出^[32~34]。

各国专家、学者们又研究了材料、构件、结构遭受火灾后的性能^[35~37],探讨了材料在高温后的性能劣化、构件及结构的高温损伤、过火构件及结构的损伤评估和修复方法,并将其应用于一些工程实践^[38]。

我国在火灾学和建筑火灾研究方面起步较晚,新中国成立以后,建筑防火日益受到重视,但至七十年代,国内还缺乏研究成果,主要借鉴国外有关的研究成果和相应的规范和标准陆续制定了一系列的规范和指南。八十年代至今,我国防火设计研究进入了蓬勃发展的新时期。八十年代中期开始,清华大学、哈尔滨建筑工业大学、中国科技大学、同济大学等院校都开展了火灾基本原理及火灾对建筑结构构件性能影响的研究。

国内一些学者对混凝土瞬态温度场的求解进行了卓有成效的研究。清华大学时旭东、过镇海根据火灾下钢筋混凝土结构的特点,经过合理简化利用有限单元法给出了非线性瞬态温度场的计算方法^[39];董毓利计算了一维温度场的解析解,推导了具有复杂边界二维温度场的差分格式,同时针对不同情况讨论了解的稳定性问题,具有很强的实用性和较高的精度^[40]。此外,清华大学过镇海教授对混凝土的热工参数也进行了较为详尽的研究^[39,41]。

东南大学张大长、吕志涛对混凝土、钢筋及预应力钢筋的高温力学性能进行了分析研究,提出了不同温度下各种材料强度及弹性模量的计算公式,并对钢筋与混凝土的粘结进行了分析,提出了相应的计算方法^[42]。清华大学过镇海教授对高温下混凝土最基本的力学性能指标进行了试验研究,分析了高温下混凝土力学性能的变化规律和机理,研究发现,在 100°C 时,混凝土的立方体抗压强度比常温下降了 $10\%\sim 12\%$,当温度到达 $200^{\circ}\text{C}\sim 300^{\circ}\text{C}$ 时,混凝土强度有所提高甚至超过常温强度,原因是水泥凝胶体内的结合水开始脱出,使得胶合作用加强,当温度大于 400°C 以后强度急剧下降, 800°C 以后,混凝土的强度所剩无几,同时他还给出了建议的各项力学性能指标的计算公式,进而提出了高温下混凝土应力—应变全曲线方程^[41]。同时,过镇海教授通过测量得到了混凝土的自由膨胀变形、高温下的应力变形、瞬态热应变和短期高温徐变等数据,建立了混凝土高温下温度—应力耦合本构关系,为混凝土结构的抗火分析提供了重要的依据^[41]。大连理

工大学胡倍雷、宋玉普、赵国藩对混凝土高温后在两向压荷载作用下的变形和强度特性进行了试验研究,并给出了相应的强度准则^[43]。东南大学范进、吕志涛研究了预应力钢丝在经历高温作用并冷却至室温后的力学性能^[44],并给出了力学模型。

在吸收和借鉴国外构件抗火研究成果的基础上,国内一些高校和科研单位对混凝土构件也进行了许多试验和理论研究工作。同济大学陆洲导、朱伯龙教授对12根钢筋混凝土简支梁进行了一面、二面、三面受火的抗火性能试验,研究了不同的荷载、升温曲线、钢筋保护层厚度对简支梁抗火性能的影响,并分析计算了钢筋混凝土简支梁的内力和挠度^[45]。陆洲导、朱伯龙教授通过五榀单层双跨钢筋混凝土框架在使用荷载作用下、不同温度、不同加热形式下的火灾试验,对火灾中结构的反应进行了试验研究,并对火灾进程中框架的位移、刚度及内力重分布进行了计算^[46,47]。清华大学过镇海教授进行了高温下钢筋混凝土连续梁和框架的受力性能试验研究,通过钢筋混凝土两跨连续梁和单层框架的高温试验,考察了不同加载位置、荷载水平以及不同加热条件等因素下连续梁的变形和内力随温度的变化规律,分析了连续梁和框架的破坏特征和机构等^[48]。清华大学杨建平、过镇海进行了12根三面受火下钢筋混凝土压弯试件试验的试验研究,分析了不同升温—加载途径对试件抗火性能的影响,同时还给出了一种计算三面高温下钢筋混凝土压弯构件极限承载力的简化计算方法,通过此方法能够较为准确的计算出不同温度下钢筋混凝土压弯构件的极限承载力^[49]。时旭东通过三面受火下钢筋混凝土门式框架的试验研究,分析了高温下框架的变形和内力重分布规律、破坏特征以及极限承载力。结果表明,高温下框架结构的塑性铰出现的次序、位置,破坏机构以及极限承载力等与常温下的显著不同,内力在整个升温过程中经历了剧烈且复杂的重分布过程^[50]。

1.3.2 预应力混凝土构件抗火性能的研究状况

国外预应力混凝土构件抗火性能的研究稍晚于钢筋混凝土结构,主要工作始于60年代中后期和70年代初。早期Ashton进行的试验研究反映出预应力混凝土构件在火灾作用下存在脆性破坏等不足,但其认识具有明显的局限性^[51]。其后的一些学者的试验研究表明预应力混凝土构件在火灾作用下仍具有很好的延性性能,即使当受压区混凝土达到极限强度后,破坏前钢筋应变逐渐增大,在倒塌前挠度增大而给出明显的警告^[52,53]。Gustafarro在预应力混凝土抗火性能方面进行了大量的试验研究,分析了有粘结预应力混凝土梁、板等构件在多种工况下的抗火性能,并对预应力混凝土结构的抗火性提出了建议的计算方法^[27]。Ashton等人与Gustafarro同期也进行了一系列相应的预应力梁抗火试验研究^[51],包括不同比例试件的耐火极限试验的对比。Joseph等^[54]进行了后张无粘结预应力混凝土板的试

验研究。上述试验着重研究了预应力钢筋保护层厚度对构件抗火性能的影响，试验结果表明：预应力混凝土能满足结构不同的耐火等级要求，其耐火性能主要取决于其预应力筋在火灾中所达到的温度，因此预应力筋的保护层厚度和梁的截面形式对预应力混凝土结构的耐火性能具有明显得影响；先张和后张预应力混凝土构件具有相同的耐火性能；当混凝土保护层厚度较大时，保护层内必须增加辅助钢筋以防止保护层开裂、剥落。另外Abrams^[55]对不同骨料和喷有隔离层的预应力混凝土构件进行了抗火试验，分析了各种喷射材料的隔热效果和对预应力混凝土构件抗火性能的影响。

国内在钢筋混凝土结构抗火性能方面的研究已经有了很大的发展，但对预应力混凝土构件火灾性能的研究还比较少。同济大学华毅杰、陆洲导从平面框架结构入手^[46,56]，通过试验研究了预应力混凝土结构在火灾中的特性，用通用有限元程序 ANSYS 对其进行了计算，并提出了一些建议。董毓利、高立堂通过试验研究了火灾下无粘结预应力混凝土筒支板、连续板的温度场分布、变形以及支座反力的变化情况，分析了普通钢筋的保护层厚度、预应力度对筒支板的抗火性能的影响以及负弯矩钢筋长度、预应力度对连续板受火性能的影响^[57,58]。中南大学王中强^[59]、余志武通过试验研究了无粘结预应力混凝土扁梁在火灾中的特性，并通过编程对其进行了计算，提出了许多建议和方法。

从总体说来，目前国内外对预应力混凝土结构抗火性能的研究还不多，有待进一步发展。

1.4 本文的研究思路及主要内容

本文的思路是，在前人工作的基础上，通过分析得到无粘结预应力混凝土材料的高温性能和应力—应变关系；采用实验和计算机模拟的方法，研究火灾环境中结构构件内部温度场、变形、内力分布、承载能力和预应力钢筋应力值等与火灾时间的关系及变化规律。

本文工作的主要内容是：

(1) 了解国内外对混凝土高温下的热工性能以及混凝土和钢筋在高温下的基本力学性能的研究，选择合适的计算公式。

(2) 分析和研究高温下钢筋混凝土构件截面的瞬态温度场分布。采用矩形网格法，并结合离散体积单元的能量守恒原理推导了几种常见的钢筋混凝土构件在火灾下的温度场的有限差分方程，通过编制相应的计算机程序并结合火灾下钢筋混凝土梁温度场的试验结果，合理的确定混凝土比热放大系数和混凝土表面换热系数计算公式。

(3) 进行 1 根无粘结预应力混凝土梁的常温试验，5 根无粘结预应力混凝土梁的火灾反应试验，研究不同预应力钢筋保护层厚度和不同加载方式对火灾下无

粘结预应力混凝土梁的力学性能的影响。在火灾结束后，对 5 根高温后的无粘结预应力混凝土梁进行常温静载试验，研究高温作用后无粘结预应力混凝土梁的宏观表象、静载变形规律、破坏特征和剩余承载力。

(4) 对无粘结预应力混凝土梁进行在高温和荷载共同作用下的非线性有限元全过程分析，并将理论结果与火灾试验结果进行对比分析。

第二章 高温下材料的热工和力学性能

2.1 概述

预应力混凝土结构由混凝土、钢筋、高强钢丝或钢绞线组成,研究材料在高温下的热工和力学性能是研究整个结构在火灾(高温)下行为的基础。

在持续高温下,混凝土材料的热工性能指标将随温度发生明显的变化,这使得结构的温度场分析成为一个非线性的瞬态热传导问题;另外预应力混凝土材料的力学性能与常温下不同,在高温下会发生明显的变化,从而对高温下预应力混凝土结构的内力、变形、承载力及破坏形态等造成直接的影响。对预应力混凝土结构来说,其受火前的状态不同于普通混凝土结构,混凝土受到一定的预压应力,钢绞线的受力状态也不同于普通钢筋,已经处于一个较高的应力状态,因此二者在火灾下的性能表现为在一定的应力状态下的反应,也就是说对预应力混凝土结构来讲,其材料在高温下的性能不同于普通混凝土结构,对材料进行的试验也必须是在一定的应力水平之下,这样才能真实反应预应力混凝土结构在火灾下的性能。

对组成预应力混凝土结构的材料高温下性能,国内外做了大量的试验研究。归结起来有三大类:

- (1) 无应力试验: 试件在无应力状态加温至试验温度, 然后进行荷载试验。
- (2) 有应力试验: 试件在预加一定应力的状态下加温至试验温度, 然后进行荷载试验。
- (3) 残余强度试验, 试件加温至试验温度(一般为无应力状态)后经冷却, 然后进行荷载试验。

目前已进行的大量试验主要是第 1、3 类实验, 用于了解高温作用下和高温后混凝土的基本物理力学性能, 并已经取得许多具有实用价值的结果。近年来进行的有应力试验表明混凝土在受到一定应力作用下, 其高温下的基本物理力学性能与无应力试验结果有所不同。但有关这方面的研究较少, 尚有待进一步的研究。

2.2 高温下混凝土材料的热工性能

混凝土的热工性能是研究钢筋混凝土构件耐火性能的基础。合理的确定混凝土的热工性能参数是分析钢筋混凝土构件温度场的重要前提。国内外许多学者对

混凝土的热工性能进行了大量的试验研究工作,取得了一系列研究成果。

混凝土的热工参数包括导热系数、比热和密度等。

2.2.1 导热系数

混凝土的导热系数表征混凝土传导热量的能力,其定义是指单位温度梯度下在单位时间内通过单位面积的热量,单位是 $W/m \cdot ^\circ C$ 。

许多研究者对混凝土的导热系数进行了试验研究,得出了比较一致的结论是:混凝土的导热系数 λ_c 主要取决于其组成,如含水量、骨料种类和配合比。当混凝土的组成成份确定时,其含水率是影响导热系数的主要因素,当温度小于 $100^\circ C$ 时的影响大于温度高于 $100^\circ C$ 后的影响,且温度越高影响越小,这主要是随着温度的升高,混凝土中的水分不断蒸发的结果。

T.T. Lie^[60]建议对高温下混凝土的导热系数的表达式为:

$$\lambda_c = \begin{cases} 1.355 & 20^\circ C \leq T \leq 293^\circ C \\ 1.7162 - 0.001241T & T > 293^\circ C \end{cases} \quad (2-1)$$

2.2.2 混凝土的比热

比热是指单位质量的物体温度升高一度时所需吸收的热量,单位为 $J/kg \cdot ^\circ C$ 。

影响混凝土比热的因素有混凝土的骨料类型、配合比和含水率等。实验表明,混凝土的比热随温度的提高而缓慢提高,超过 $600^\circ C$ 后趋于稳定。骨料种类的不同对混凝土的比热有所影响,但影响不大。混凝土的配合比对比热的影响较大,当温度在 $100^\circ C$ 附近热容值有一突然增加,这是由于自由水蒸发的缘故。

欧洲规范^[61]给出了混凝土比热($J/kg \cdot ^\circ C$)的统一计算式:

$$C_c = 900 + 80 \times \frac{T}{120} - 4 \times \left(\frac{T}{120} \right)^2 \quad 20^\circ C \leq T \leq 1200^\circ C \quad (2-2)$$

2.2.3 混凝土的质量密度

密度是指单位体积内物体的质量,也称体积质量,单位是 kg/m^3 。

研究表明,混凝土的质量密度在升温过程中不断的发生变化。在升温的初期,混凝土内所含水分汽化后溢出,质量密度减少。骨料和水泥等固体成份因受热膨胀变形,体积增大,质量密度减少。这一现象在整个温升过程中始终存在,且在高温阶段的影响渐增。总的来说混凝土的质量密度随温度的变化不很激烈,对于构件内部温度值的影响幅度小于其他主要热工参数。因而在结构的温度场分析时,为了简化计算,混凝土的质量密度也常取为常数,或者将它和比热合并在一起给出计算值。

本文采用 $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$ 。

2.3 高温下混凝土材料的物理力学性能

2.3.1 高温下混凝土的性能变化的物理—化学机理

混凝土是一种由水泥石、骨料等聚集组成的非均质人工石材。由于在加热过程中不同组成成分所发生的物理—化学变化，将导致其物理、力学性能的变化。

水泥石是非均质材料，是由不同固相组成的毛细孔多孔体。固相主要是晶体及填充其空隙内的凝胶体；存在于水泥石中的水以自由水、毛细孔水、凝胶水、水化水等形式存在。

水泥石加热到 $100^\circ\text{C} \sim 150^\circ\text{C}$ 时，内部水蒸气促进熟料进一步水化，使水泥石的强度增高。加热到 $200^\circ\text{C} \sim 300^\circ\text{C}$ 时，由于固相的硅酸二钙凝胶体吸收的水份排出，氧化钙水合物结晶，以及硅酸三钙水化等，导致组织硬化，强度增高，体积增大。同时在 200°C 以上，由于水化和未水化的水泥颗粒之间的结合力松弛，凝胶体组织受到破坏，造成收缩增大和强度降低。温度达到 500°C 以后，发生含水氢氧化钙脱水形成氧化钙。水化物的分解使水泥石的组织破坏，强度降低。 700°C 高温后水泥石内基本不存在 $-\text{OH}$ ，而且其余水化物也将由高碱向低碱产物转化。此时水泥石内部裂纹增多，结构变得疏散多孔。

混凝土中的骨料主要是岩石。硅质骨料的强度在加热到 200°C 后增高，这是因为在此温度下，岩石中的内应力消除了；加热到 573°C 之后，岩石中的石英的晶态由 α 型转化为 β 型，体积增大，因而产生裂纹致使强度下降。石灰岩的强度在加热到 600°C 之后有所提高，这是由于石灰岩的硬化引起的；在加热到 $700^\circ\text{C} \sim 900^\circ\text{C}$ 时，由于碳酸钙分解，体积增大，强度下降。

2.3.2 高温下混凝土各力学性能指标的变化

高温下混凝土的力学性能主要包括抗压强度、抗拉强度、弹性模量、应力—应变关系及高温蠕变特性等。

2.3.2.1 高温下混凝土的抗压、抗拉强度

对高温下混凝土的抗压性能，国内外已经进行了大量试验研究。混凝土高温抗压强度虽然受试验材料和试验条件的诸多因素影响，但从各文献反映的强度变化规律基本是一致的：混凝土在 300°C 以下时，混凝土的立方体抗压强度与常温下相比变化很小，仅在 100°C 左右略有下降，在 $200^\circ\text{C} \sim 300^\circ\text{C}$ 时与常温下相比还略有升高；当温度超过 400°C 后，混凝土的立方体抗压强度开始迅速下降，温度达到 700°C 后，混凝土的抗压强度只有常温时的 $30\% \sim 40\%$ 左右，温度超过 800°C 后，混凝土的抗压强度下降到仅为常温下的 10% 以下。

由于试验条件等的差异, 根据试验资料得到的抗压强度—温度模型存在差异。

同济大学根据 30 个 T 形截面混凝土试件的抗压强度试验结果并参照国外有关试验资料, 采用分段函数, 进行线性拟合后给出^[62]:

$$\begin{cases} f_c^T = f_c & 0^\circ\text{C} \leq T \leq 400^\circ\text{C} \\ f_c^T = f_c(1.6 - 0.0015T) & 400^\circ\text{C} \leq T \leq 800^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2-3)$$

式中: f_c^T, f_c 分别为温度为 $T^\circ\text{C}$ 和常温时混凝土棱柱体抗压强度。

清华大学通过大量试验发现: 混凝土在一定应力作用下升温, 其抗压强度较升温后加载试验结果有所提高。这可能是因为混凝土在温度作用下骨料和水泥浆之间的热变形差异所产生的裂缝, 由于加热过程施加的压应力作用而得到限制, 而应力作用下产生的高温蠕变则使混凝土内部结构趋于密实。现在一般认为升温后的加载试验得到混凝土高温强度的下限、而施加荷载后升温至破坏可到混凝土高温强度的上限, 其余温度—应力途径的混凝土强度处在上述上、下限之间。

清华大学通过对不同强度和不同骨料的立方体和棱柱体混凝土试件试验结果, 采用有理多项式拟合后给棱柱体抗压强度^[41]:

$$\frac{f_c^T}{f_c} = \frac{1}{1 + 18 \left(\frac{T}{1000} \right)^{5.1}} \quad T \geq 20^\circ\text{C} \quad (2-4)$$

国内外关于混凝土高温下抗拉强度的试验资料较少。混凝土的高温抗拉强度对于结构和构件的高温极限承载力的贡献极小, 其值可近似的按一简单的直线式计算^[41]:

$$f_t^T = (1 - 0.001T) f_t \quad T \geq 20^\circ\text{C} \quad (2-5)$$

式中: f_t^T, f_t 分别为温度为 $T^\circ\text{C}$ 和常温时混凝土抗拉强度;

2.3.2.2 高温下混凝土的峰值应变

实验表明高温下混凝土的峰值应变较强度变化更大。在加热时其弹性变形和塑性变形均明显增大, 因此其极限变形随温度增加而增加。高温下混凝土峰值压应变的变化, 主要是由于水泥石和骨料的脱水和分解, 混凝土内部产生裂纹, 结构变得疏松多孔、致使峰值压应变增加。其变化规律可表示为^[41]:

$$\frac{\varepsilon_p^T}{\varepsilon_p} = 1 + 5 \left(\frac{T}{1000} \right)^{1.7} \quad T \geq 20^\circ\text{C} \quad (2-6)$$

式中: $\varepsilon_p^T, \varepsilon_p$ ——分别为温度为 T 和常温时混凝土受压峰值应变

2.3.2.3 高温下混凝土的弹性模量

混凝土的弹性模量随着混凝土温度的升高而降低,不同的混凝土弹性模量随温度下降的程度不一样,低强度的混凝土比高强度混凝土的弹性模量受温度的影响大。对不同骨料的混凝土的弹性模量受温度的影响不同,而且混凝土的水灰比越高,其弹性模量随温度的升高而降低的越多。一般认为,影响高温下的弹性模量的主要因素是温度。

高温时混凝土的初始弹性模量(E_{c0}^T)与常温下一样,取为实测应力—应变曲线上应力 $\sigma=0.4f_c^T$ 与相应应变 ε 的比值,即割线斜率;峰值割线模量则为棱柱体抗压强度与相应的峰值应变之比值,即:

$$E_p^T = \frac{f_c^T}{\varepsilon_p^T} \quad (2-7)$$

文献[41]认为,由于对混凝土在高温下和常温下的受压应力—应变上升段曲线采用了相同的方程,所以高温下和常温下初始弹性模量和峰值割线模量的比值必为一相等的常值,为温度无关。则:

$$\frac{E_{c0}^T}{E_{c0}} = \frac{E_p^T}{E_p} = \frac{\frac{f_c^T}{\varepsilon_p^T}}{\frac{f_c}{\varepsilon_p}} = \frac{f_c^T}{f_c} \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p^T} \quad (2-8)$$

为了简化计算,可表示为下式:

$$\frac{E_{c0}^T}{E_{c0}} = \frac{E_p^T}{E_p} = 0.83 - 0.0011T \quad 60^\circ\text{C} \leq T \leq 700^\circ\text{C} \quad (2-9)$$

2.3.3 高温下混凝土的变形

在力和温度共同作用下,混凝土材料的应变主要由四部分构成,包括应力应变($\varepsilon_{c,\sigma}$)、自由热膨胀变形($\varepsilon_{c,th}$)、瞬态热应变($\varepsilon_{c,tr}$)和短期高温徐变($\varepsilon_{c,cr}$)。当温度 $T > 400^\circ\text{C} \sim 500^\circ\text{C}$ 后,混凝土的高温变形值很大,超过常温的数倍,甚至数十倍。这使得混凝土在高温下产生应力松弛或应力重分布,因此在混凝土结构高温受力分析中必须加以分析和考虑。

2.3.3.1 恒高温下的应力—应变关系

研究表明,恒高温下混凝土的应力—应变关系,一般均可以用峰值应力和峰值应变表示的标准曲线表示。采用常温下应力—应变的各种计算模型,对涉及到温度的变量和系数进行修正,得到的高温作用下混凝土的应力—应变模型均能与试验曲线很好地拟合。过镇海提出的高温下混凝土受压的应力—应变模型使用较为方便,且在应力—应变关系的上升段和下降段均与有关试验结果相符,其表达式为^[41]:

$$y = \begin{cases} 2.2x - 1.4x^2 + 0.2x^3 & x \leq 1 \\ \frac{x}{0.8(x-1)^2 + x} & x > 1 \end{cases} \quad (2-10)$$

式中: $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p^T}$;

$y = \frac{\sigma}{f_c^T}$;

f_c^T, f_c ——分别为温度为 T 和常温时混凝土棱柱体抗压强度;

$\varepsilon_p^T, \varepsilon_p$ ——分别为温度为 T 和常温时混凝土受压峰值应变。

对混凝土高温作用下受拉和软化, 由于现有研究成果较少, 由常温下关系推广, 采用折线模型:

受拉时:

$$\sigma = E_{c0}^T \varepsilon \quad 0 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{tp}^T \quad (2-11a)$$

受拉软化段(下降段):

$$\sigma = (3f_t^T - E_{c0}^T \varepsilon) / 2 \quad \varepsilon_{tp}^T \geq \varepsilon \geq 3\varepsilon_{tp}^T \quad (2-11b)$$

式中, 混凝土拉伸峰值应变 $\varepsilon_{tp}^T = f_t^T / E_{c0}^T$, E_{c0}^T 由式(2-9)确定; 应力以压为正, 应变以压缩为正。

2.3.3.2 高温下混凝土的自由热膨胀变形

混凝土试件在自由状态(应力 $\sigma = 0$)下的升温或降温过程中, 其长度将相应地伸长或缩短, 体积将膨胀或缩小。特别是在高温($T > 400^\circ\text{C}$)情况下, 混凝土的温度变形值很大, 远超过其常温时受压的峰值应变。这一性能对于混凝土材料和结构的高温力学性能都有巨大影响。

清华大学根据试验结果, 进行线性拟合后给出 $\varepsilon_{c,th}(T)$ 表达式如下^[41]:

$$\varepsilon_{c,th}(T) = 28 \left(\frac{T}{1000} \right)^2 \times 10^{-3} \leq 12 \times 10^{-3} \quad (2-12)$$

2.3.3.3 高温下混凝土的瞬态热应变

混凝土在高温下的温度(膨胀)变形值受其应力状态的影响很大。混凝土试件在自由状态下的温度(膨胀)变形为 $\varepsilon_{c,th}(T)$, 而在恒定的压应力作用下同样升温, 其变形的变化值为 $\varepsilon_{c,T}(T, \sigma / f_c)$, 其差值称为瞬态热应变。即:

$$\varepsilon_{c,tr}(T, \sigma / f_c) = \varepsilon_{c,th}(T) - \varepsilon_{c,T}(T, \sigma / f_c) \quad (2-13)$$

混凝土的瞬态热应变是在应力作用下、升温的瞬间出现的, 其值远大于短期高温徐变和高温下应力产生的应变, 成为混凝土高温变形的主要部分, 在结构的

高温分析时必须加以考虑。混凝土产生瞬态热应变的机理至今尚不清楚，一般认为是混凝土内水泥生成物的化学变化以及内部空隙的体积改变等原因所引起的。按照文献[41]，其表达式为：

$$\varepsilon_{c, tr}(T, \sigma / f_c) = \frac{\sigma}{f_c} \left[72 \left(\frac{T}{1000} \right)^2 - \frac{T}{1000} \right] \times 10^{-3} \quad (2-14)$$

2.3.3.4 高温下混凝土的短期高温徐变

建筑物发生火灾时，其延续时间取决于燃烧条件和灭火措施，一般不超过数小时。因而，混凝土也将在高温状态下承载持续数小时。这种情况下的混凝土短期高温徐变有别于常温徐变。

混凝土的短期高温徐变在起始阶段增长较快，往后逐渐逐渐减慢，且与应力水平约成正比增加，但随温度的升高而加速增长。混凝土的短期高温徐变值远大于常温下的徐变值，且在很短时间内就可以测量到。采用文献[63]所给公式：

$$\varepsilon_{c, cr}(T, \sigma / f_c, t) = a \times \frac{\sigma}{f_c} (T - 20)^b \times t^w \quad (2-15)$$

式中： f_c — 常温下混凝土棱柱体抗压强度；

t — 时间，单位为 min；

a 、 b 、 w 由试验确定，本文取 $a=1E-6$ ； $b=1.25$ ； $w=1E-3$ 。

2.3.4 高温下混凝土的温度—应力耦合本构关系

混凝土在高温下的变形与其应力状态和其升温规律有着很大关系，文献[41]表明混凝土在不同的温度—应力($T-\sigma$)途径下的变形值相差很大。因此，在进行结构的高温性能分析时，必须考虑混凝土的温度—应力途径，引入耦合本构关系。

在结构的温度—荷载全过程分析中，对于混凝土中任何一种复杂的温度—应力途径都可以用台阶逼近，如图 2-1 所示：

结构中一点的混凝土从某一温度—应力(T, σ)状态出发，遵循已知的温度—应力途径，经历一时间增量(ΔT)后到达另一温度—应力($T+\Delta T, \sigma+\Delta \sigma$)状态，必将产生一对应的应变增量($\Delta \varepsilon_c$)。按照图 2-1 的方法分解温度—应力途径后，可知每步台阶的混凝土总应变增量 $\Delta \varepsilon_c$ 由 3 部分分量组成^[41]：

$$\Delta \varepsilon_c = \Delta \varepsilon_{c, \sigma}(T, \sigma) - \Delta \varepsilon_{c, T}(T, \sigma / f_c) + \Delta \varepsilon_{c, cr}(T, \sigma / f_c, t) \quad (2-16)$$

其中：

$\Delta \varepsilon_c$ — 混凝土从(T, σ)状态到($T+\Delta T, \sigma+\Delta \sigma$)状态的总应变增量；

$\Delta \varepsilon_{c, \sigma}(T, \sigma)$ — 混凝土在恒温 T 下应力 $\Delta \sigma$ 所产生的应变增量；

$\Delta \varepsilon_{c, T}(T, \sigma / f_c)$ — 混凝土在恒载 σ 下 ΔT 所产生的温度应变增量，其值由

(2-13)可知:

$$\Delta \varepsilon_{c,T}(T, \sigma / f_c) = \Delta \varepsilon_{c,th}(T) - \Delta \varepsilon_{c,tr}(T, \sigma / f_c) \quad (2-17)$$

$\Delta \varepsilon_{c,cr}(T, \sigma / f_c, t)$ —混凝土在温度 T 和应力 σ 共同作用下, 时间由 t 持续到 $t + \Delta t$ 所产生的短期高温徐变。

式中, 应变以缩短为正, 应力以压力为正, T 为温度($^{\circ}\text{C}$), t 为时间(min)

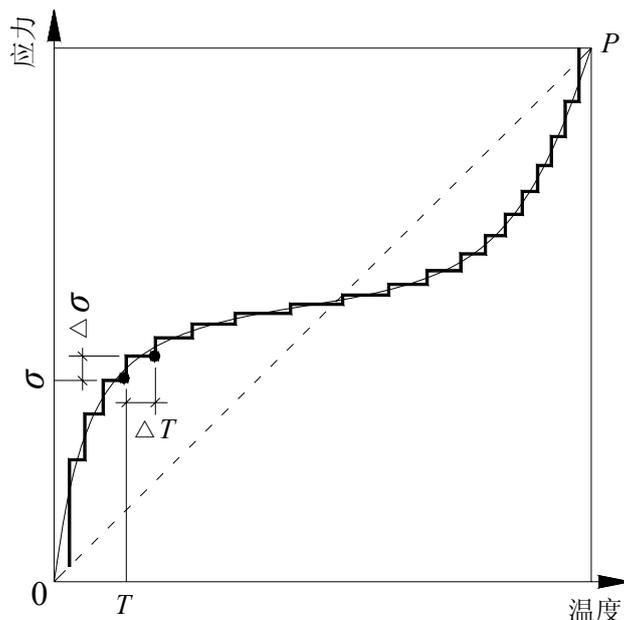


图 2-1 任意温度—应力途径的分解

2.4 高温下钢筋的力学性能

2.4.1 高温下钢筋各力学性能指标的变化

2.4.1.1 高温下钢筋的强度

同济大学通过钢筋的高温试验发现^[56]: 在 200°C 以内钢筋的强度变化不明显, 其中屈服强度略有下降, 而极限强度基本没有变化, 200°C 以后屈服强度随温度的升高而降低的速率加快, 其极限强度在 $200^{\circ}\text{C} \sim 300^{\circ}\text{C}$ 时较常温下略有提高, 300°C 以后极限强度随温度升高而明显降低。在 600°C 时, 钢筋的屈服强度和极限强度均只有常温时的 $35\% \sim 40\%$ 。清华大学通过试验研究认为^[63], 热轧钢筋(I ~ IV)在温度小于 300°C 时, 强度损失较小, 温度在 $400^{\circ}\text{C} \sim 800^{\circ}\text{C}$ 时, 强度急剧下降, 当温度达到 800°C 时, 钢筋的强度已经很低, 一般不足常温下强度的 10% 。文献[59]给出了各种钢筋在不同温度下的屈服强度的计算公式:

$$f_y^T(T) = \begin{cases} f_y & 0 \leq T \leq 200^\circ\text{C} \\ (1.33 - 1.64 \times 10^{-3} T) f_y & 200 < T \leq 700^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2-18)$$

式中： f_y^T 、 f_y —分别为高温下和常温下钢筋的屈服强度

2.4.1.2 高温下钢筋的屈服应变

文献[41]通过试验表明：在温度 $T \geq 200^\circ\text{C}$ 后，各种钢筋的屈服应变随温度高低的变化不规则，但差别不大，在结构或构件的高温分析时可近似取为常数。并建议高温下新III级钢筋的屈服应变的计算公式为：

$$\varepsilon_y^T(T) = \begin{cases} \varepsilon_y + (T - 20) \times 10^{-3} \times \varepsilon_y & 20 \leq T < 200^\circ\text{C} \\ 1.18 \varepsilon_y & T \geq 200^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2-19)$$

式中： ε_y^T 、 ε_y —分别为高温下和常温下钢筋的屈服应变

2.4.1.3 高温下钢筋的弹性模量

钢筋的弹性模量随着温度的升高而减小，在温度高于 400°C 以后，弹性模量衰减加快。文献[46]采用二折线拟合弹性模量，其计算公式为：

$$E_s^T(T) = \begin{cases} (1 - 4.86 \times 10^{-4} T) E_s & 0 \leq T \leq 370^\circ\text{C} \\ (1.515 - 1.879 \times 10^{-3} T) E_s & 370 < T \leq 700^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2-20)$$

式中： E_s^T 、 E_s —分别为高温下和常温下钢筋的弹性模量

2.4.2 高温下钢筋的变形

在力和温度共同作用下，钢筋的总应变(ε_s)主要由三部分构成，包括应力应变($\varepsilon_{s,\sigma}$)、热膨胀变形($\varepsilon_{s,\text{th}}$)和短期高温徐变($\varepsilon_{s,\text{cr}}$)。计算式为^[41]：

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s,\sigma}(T, \sigma) + \varepsilon_{s,\text{th}}(T) + \varepsilon_{s,\text{cr}}(T, t, \sigma) \quad (2-21)$$

式中： $\varepsilon_{s,\sigma}(T, \sigma)$ —恒高温下钢筋由应力产生的应变；

$\varepsilon_{s,\text{th}}(T)$ —钢筋在升温时产生的热膨胀应变；

$\varepsilon_{s,\text{cr}}(T, t, \sigma)$ —高温下钢筋的短期高温徐变。

式中，应变以伸长为正，应力以受拉为正， T 为温度($^\circ\text{C}$)， t 为时间(min)

2.4.2.1 恒高温下的应力—应变关系

采用文献[59]中的应力—应变关系式，其计算模型为：

$$\sigma_s(T) = \begin{cases} E_s^T(T) \times \varepsilon_{s,\sigma}(T) & 0 \leq \varepsilon_{s,\sigma}(T) \leq \varepsilon_y^T(T) \\ f_y^T(T) & \varepsilon_{s,\sigma}(T) > \varepsilon_y^T(T) \end{cases} \quad (2-22)$$

式中： $\sigma_s(T)$ 、 $\varepsilon_{s,\sigma}(T)$ 、 $E_s^T(T)$ —分别为温度为 T 时钢筋的应力、应力所引起的应变和弹性模量；

$f_y^T(T)$ 、 $\varepsilon_y^T(T)$ —分别为温度为 T 时钢筋的屈服应力和屈服应变。

2.4.2.2 高温下钢筋的热膨胀应变

钢筋的热膨胀应变采用文献[64]的计算模型：

$$\varepsilon_{s,th}(T) = (11 + 0.0036T) \times 10^{-6} \quad (2-23)$$

2.4.2.3 高温下钢筋的短期高温徐变

徐变是指对固体施加外力时，在外力保持恒定的情况下，其变形随时间增长的现象。这种现象的特征和重要性在于变形与外力已不是一一对应，而是增加了时间因素。研究表明钢筋在高温下的徐变比常温大许多^[41]。

选用日本学者 Tsutomu Usami 提出的计算模型^[65]来考虑钢筋的短期高温徐变值：

$$\varepsilon_{s,cr}(T, t, \sigma) = 10^{a/T+b} \sigma_s^{c/T+d} t^{eT+f} \operatorname{sgn}(\sigma_s) \quad (2-24)$$

式中： $\varepsilon_{s,cr}(T, t, \sigma)$ —为高温下钢筋的短期高温徐变，单位为 $100\mu\varepsilon$ ；

σ_s —为钢筋的应力，单位为 kg/mm^2 ；

t —为时间，单位为 min ；

其余系数： a 取为 -7.45×10^3 ， b 为 3.71 ， c 取 1.78×10^3 ， d 为 1.82 ， e 为 6.47×10^{-4} ， f 取为 -1.5110^{-1} 。

2.5 高温下钢绞线的力学性能

2.5.1 高温下钢绞线各力学性能指标的变化

2.5.1.1 高温下钢绞线的强度

根据试验结果^[56]，高强预应力钢绞线的极限强度在 300°C 以内与常温强度相比变化很小，大于 300°C 后强度下降加快。高强预应力钢绞线的条件屈服强度随温度变化规律与极限强度相似。文献[56]对高强预应力钢绞线高温下的强度进行了系统的研究，并给出了不同温度下的条件屈服强度及极限强度的计算公式：

$$f_{0.2}^T(T) = \begin{cases} [1 - 5.07 \times 10^{-4}(T - 20)] f_{0.2} & 20 \leq T \leq 300^\circ\text{C} \\ [1.56 - 2.51 \times 10^{-3}(T - 20)] f_{0.2} & 300 < T \leq 600^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2-25)$$

$$f_{\text{ptk}}^T(T) = \begin{cases} [1 - 2.27 \times 10^{-4}(T - 20)] f_{\text{ptk}} & 20 \leq T \leq 300^\circ\text{C} \\ [1.66 - 2.59 \times 10^{-3}(T - 20)] f_{\text{ptk}} & 300 < T \leq 600^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2-26)$$

式中： $f_{0.2}^T(T)$ 、 $f_{0.2}$ —分别为钢绞线在温度为 T 时和常温时的条件屈服强度；

$f_{\text{ptk}}^T(T)$ 、 f_{ptk} —分别为钢绞线在温度为 T 时和常温时的极限强度。

2.5.1.2 高温下钢绞线的弹性模量

预应力钢绞线的弹性模量随着温度的升高而减小, 文献[56]根据试验结果, 采用二次曲线来拟合其随温度变化的规律:

$$E_u^T(T) = \left[1 - 1.87 \times 10^{-5} (T - 20) - 2.41 \times 10^{-6} (T - 20)^2 \right] E_u \quad 20 \leq T \leq 600^\circ\text{C} \quad (2-27)$$

式中: E_u^T 、 E_u —分别为钢绞线在温度为 T 时和常温时的弹性模量。

2.5.2 高温下钢绞线的变形

在力和温度共同作用下, 钢绞线的总应变(ε_u)主要由三部分构成, 包括应力应变($\varepsilon_{u,\sigma}$)、热膨胀变形($\varepsilon_{u,\text{th}}$)和短期高温徐变($\varepsilon_{u,\text{cr}}$)。计算式为^[56]:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{u,\sigma}(T, \sigma) + \varepsilon_{u,\text{th}}(T) + \varepsilon_{u,\text{cr}}(T, t, \sigma) \quad (2-28)$$

式中: $\varepsilon_{u,\sigma}(T, \sigma)$ —恒高温下钢绞线由应力产生的应变;

$\varepsilon_{u,\text{th}}(T)$ —钢绞线在升温时产生的热膨胀应变;

$\varepsilon_{u,\text{cr}}(T, t, \sigma)$ —高温下钢绞线的短期高温徐变。

式中, 应变以伸长为正, 应力以受拉为正, T 为温度($^\circ\text{C}$), t 为时间(min)。

2.5.2.1 恒高温下的应力—应变关系

文献[56]对恒高温下钢绞线的应力—应变关系进行了研究发现: 在各种温度下钢绞线均表现出应变强化现象, 当温度大于 350°C 后, 由于颈缩致使应力—应变曲线出现下降段, 当温度大于 500°C 后, 钢绞线延伸率明显增大而强度明显降低, 极限强度对应的应变在 $3.5\% \sim 5.3\%$ 之间, 且在 $250^\circ\text{C} \sim 300^\circ\text{C}$ 达到最大。并且给出恒高温下钢绞线的应力—应变关系:

$$\sigma_u(T) = \begin{cases} E_u^T \times \varepsilon_{u,\sigma}(T) & 0 \leq \varepsilon_{u,\sigma}(T) \leq \varepsilon_y^T \\ f_{0.2}^T + E_{\text{sh}}^T (\varepsilon_{u,\sigma}(T) - \varepsilon_y^T) & \varepsilon_y^T < \varepsilon_{u,\sigma}(T) \leq \varepsilon_{\text{ptk}}^T \end{cases} \quad (2-29)$$

式中: $\sigma_u(T)$ 、 $\varepsilon_{u,\sigma}(T)$ —分别为钢绞线在温度为 T 时的应力、应变值;

ε_y^T 、 $\varepsilon_{\text{ptk}}^T$ —分别为钢绞线在温度为 T 时的屈服应变和极限应变;

E_{sh}^T —钢绞线在温度为 T 时的强化段弹性模量, 其计算公式为:

$$E_{\text{sh}}^T = (f_{\text{ptk}}^T - f_{0.2}^T)(0.04 - \varepsilon_y^T) \quad (2-30)$$

2.5.2.2 高温下钢绞线的热膨胀应变

高温下钢绞线的热膨胀应变采用文献[59]的计算模型:

$$\varepsilon_{u,\text{th}}(T) = \begin{cases} \left[4.5 \left(\frac{T}{1000} \right)^{1.5} + 0.004t \right] \times 10^{-3} & T \leq 200^\circ\text{C} \\ (11 + 0.0036T) \times 10^{-6} & T > 200^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2-31)$$

2.5.2.3 高温下钢绞线的短期高温徐变

文献[56]根据试验结果, 提出高温下钢绞线的短期高温徐变得表达式为:

$$\varepsilon_{u,cr}(T, t, \sigma) = 8.5e^{0.0167T} \left(\frac{\sigma_u(T)}{f_{ptk}} \right)^{T/300+0.6} t^{0.5} \quad (2-32)$$

2.6 小结

本章对高温下混凝土材料的热工性能和预应力混凝土材料的力学性能的有关研究成果进行了比较完整的阐述,并选择了较为合理的混凝土材料的热工参数以及混凝土、钢筋和钢绞线材料在高温下的温度—应力耦合本构关系,为后文的高温下混凝土构件的温度场分析以及高温下无粘结预应力混凝土梁的非线性有限元全过程分析奠定了基础。

第三章 钢筋混凝土构件截面温度场非线性分析

3.1 概述

火灾下结构的力学性能变化,包括内力、变形和耐火极限等都取决于结构和构件的温度场及其变化过程。反之,决定构件温度场的主要因素是火灾温度和持续时间以及火灾作用位置,同时还有构件的形状、尺寸和混凝土的热工性能等,而结构内力状态对温度场几乎没有影响。因而在结构的高温力学分析和抗火设计时,必须首先进行结构的温度场分析,然后再进行结构的内力、变形和耐火极限等分析,同时构件温度场的确定也是评估火灾后建筑物损伤程度和修复加固设计的必要环节。

由于火灾的温度随时间而变换,材料的热工参数随温度(时间)而变化,因此结构的温度场分析成为一个非线性的瞬态热传导问题,其方程是一个非线性抛物型偏微分方程。对火灾时结构构件内温度场开展研究的学者很多,国内外的研究者们提出了许多有效的方法:

(1)解析法:在解析法中,求解过程是通过某些简化并应用数学物理方法求解偏微分方程,得到温度 T 与空间变量 (x,y,z) 和时间 t 之间的函数关系式,通过这种函数关系式可以获得物体内部任意时刻的温度值。

解析法只适合以下三种情况:①固体几何形状比较简单;②材料性能不变,其物性系数为常数;③边界条件不太复杂。其中后两个条件决定了这种解析法不能应用于火灾中的建筑构件。

(2)有限差分法:有限差分法将物体分割成有限数目的网格单元,将时间划分成许多时段即时步。然后用有限差商代替微商,即导数,从而将微分方程转化为差分方程。在有限差分法中将单元中的一点看做整个单元的代表点(如温度、材料性能等),于是物体的温度历史便一步一步地遵从体积单元的温度史。

(3)有限元法:有限元法比有限差分法先进,它是近似求解一般连续体的数值方法,它用仅在单元结点上彼此相连的单元组合体来代替待分析的连续体,亦即将待分析的连续体划分成若干个彼此相联系的单元,通过单元特性分析,来求解连续体的特性,一经求解出各单元节点温度,就可以利用插值函数确定连续体上的温度场函数。有限元法计算精确,适合求解多维、复杂边界问题。

通常情况下,对于钢筋混凝土构件火灾下的温度场计算,解析法一般无法应

用,而有限差分法和有限元法可以有效解决此类温度场问题。目前,国内学者董毓利^[40]建议采用对角线网格法给出了具有复杂边界二维温度场的差分格式;时旭东、过镇海^[41]利用有限单元—差分混合分析法,即空间上有限元法与时间上有限差分法相结合的方法对火灾下钢筋混凝土构件二维温度场进行了计算,两种方法都有其相应的特点,并都取得了较高的计算精度。

考虑到三面受火下钢筋混凝土矩形梁、底面受火下钢筋混凝土 T 型梁和四面受火下钢筋混凝土柱温度场的特殊性和计算的简便性,笔者采用有限差分法对三面受火下钢筋混凝土矩形梁、底面受火下钢筋混凝土 T 型梁和四面受火下钢筋混凝土柱温度场进行非线性分析。为方便火灾下钢筋混凝土构件非线性有限元分析,采用矩形网格法对钢筋混凝土构件截面进行划分,并基于离散体积单元的能量守恒给出了相应构件截面二维温度场的差分格式。此外,采用增大混凝土比热的方法考虑混凝土中自由水、结合水的物理化学反应所引起的温度滞后效应的影响,并根据试验结果,合理确定了混凝土比热放大系数和混凝土受火面换热系数计算公式。

3.2 火灾升温曲线

火灾的温度—时间曲线是火灾对结构作用的具体体现,是温度场分析的主要外部因素。典型的火灾温度—时间曲线包括点燃阶段、充分燃烧阶段和衰减熄灭阶段。但各阶段和全过程的延续时间、达到的最高温度 (T_{\max}) 以及温度变化曲线的形状等,对于每一次火灾都可能有很大的差别。对于火灾延续时间和最高温度的影响因素主要有^[41]:

- 1、室内可燃物的性质、数量和分布;
- 2、房间的面积和形状,门窗洞口的面积和位置;
- 3、建筑材料的热工性能。

多年来,许多科学工作者对建筑火灾的温度变化规律进行了大量的研究工作,包括对火灾现场的实际调查和统计,模拟房间的燃烧试验,以及各种燃烧理论分析,至今已有不少试验的和理论的研究成果。但鉴于建筑火灾的复杂性,许多国家的有关研究机构和学术组织相继制定了火灾温度—时间曲线,以便对建筑构件提出统一的抗火要求,并作为建筑结构和构件抗火试验的依据。这些曲线都是明显的单调升温过程,在起火 30min 内升温极快,此后升温速度渐减,但没有降温阶段。国际标准化组织 (ISO-834) 建议的建筑构件抗火试验曲线与这些曲线的规律大体相同,其计算式为:

$$T_F = T_0 + 345 \lg(8t + 1) \quad (3-1)$$

式中, T_0 — 试验炉内的初始温度, °C;

T_F — 燃烧开始后 t 分钟时试验炉内的平均温度, °C。

ISO-834 标准温度—时间曲线, 是一个统一的、单调升温过程, 无论燃烧时间多长, 温度一直上升, 始终没有衰减熄灭过程。它即不可能代替千变万化的建筑物的真实火灾温度, 又与室内燃烧试验的结果有较大差别。但是, 作为一个标准, 它在结构构件的抗火试验、高温性能分析或耐火极限验算中统一应用, 可保证不同结构抗火性能的可比性。

3.3 火灾下钢筋混凝土构件截面温度场有限差分公式推导

3.3.1 热传导方程

在火灾情况下, 钢筋混凝土构件截面的温度分布随着时间而发生变化。而且混凝土的导热系数、比热等热工参数在温度作用下是温度的函数, 可见钢筋混凝土构件的热传导问题是一个非线性瞬态问题, 它的微分方程是一个非线性抛物线型偏微分方程。

由热传导理论可知适用于同一种固体材料内部的导热微分方程是

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + q_d = \frac{\partial}{\partial t} (T \rho C) \quad (3-2)$$

式中, T — 物体内部温度, $^{\circ}\text{C}$;

$\lambda(T)$ — 导热系数, $\text{W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$;

q_d — 物体内部热源密度, W/kg ;

ρ — 质量密度, kg/m^3 ;

$C(T)$ — 比热, $\text{J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$;

t — 时间, min 。

通常情况下, 对结构高温(抗火)分析时不考虑混凝土本身的发热, 可取 $q_d = 0$ 。

钢筋混凝土是一种各向异性、非匀质的复合材料。在实际工程中, 构件的尺寸几乎都大于骨料最大粒径的四倍, 所以一般可假设混凝土是各向同性材料。而钢筋在钢筋混凝土构件中所占体积很小, 且钢材的传热系数值很大, 在计算构件截面的温度场时可忽略钢筋。此外, 一般假设钢筋混凝土构件沿纵向的温度相同, 所需求解的主要是截面的二维温度场问题。因此, 钢筋混凝土构件的热传导方程可简化地写成:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (T \rho C) \quad (3-3)$$

3.3.2 热传导方程的单值性条件

前面给出的导热微分方程的基本含义是, 把温度场在空间与时间领域内各点

的值内在地联系起来,指出了混凝土构件内的各种导热现象必须遵循的客观规律,是一种普遍性规律。在各种具体条件下产生的导热现象又有其特殊性,必须给出足以使导热现象能单一地确定下来的各种条件,即单值性条件。具体火灾条件下钢筋混凝土构件的单值性条件是:

- ①几何条件:梁、柱的高、宽;
- ②物理条件:混凝土的热传导系数 λ 、比热 C 、质量密度 ρ ;
- ③时间条件:即初始条件 $T|_{t=0}=T_0$;
- ④边界条件:

(1) 构件受火面与火热气层(炉膛升温曲线或火灾模化曲线或 ISO834 标准升温曲线)之间的换热条件,构件受火面与火灾时热气层之间通过热辐射和对流传热,当火场温度已知时,属于第三类边界条件,即

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = h_s(T - T_F) \Big|_s \quad (3-4)$$

式中, n — 构件表面法线向量;

h_s — 火灾时热气层与构件受火面之间的换热系数, $\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ 。

对于换热系数,不同的文献建议了不同的表达式。文献[40,60]建议 h_s 表达式为:

$$h_s = \sigma \varepsilon \frac{(T_F + 273)^4 - (T_E + 273)^4}{T_F - T_E} \quad (3-5)$$

式中, σ — Stefan-Boltzmann 常数, 其值为 $5.67 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{k}^{-4}$;

ε — 综合辐射系数, 无单位。

对于试验炉中混凝土构件取 $\varepsilon = \varepsilon_c \varepsilon_f$, 按文献[60]取 $\varepsilon_c = 0.8$, $\varepsilon_f = 0.75$, ε_c 为混凝土表面辐射系数, ε_f 为着火房间或试验炉的辐射系数。

文献[40]认为,在计算火灾试验过程中构件的温度分布时可以将受火面的温度 T_E 看作常数,并等于试验炉中热烟气层的温度 T_F 。于是式(3-5)改写为:

$$h_s = 4\sigma \varepsilon (T_F + 273)^3 \quad (3-6)$$

(2) 构件被火面与外界空气之间的换热条件,当环境温度已知时,属于第三类边界条件,即

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = h_U(T - T_0) \Big|_s \quad (3-7)$$

式中, T_0 — 环境温度, $^\circ\text{C}$;

n — 构件表面法线向量;

h_U — 火灾时构件被火面与周围环境之间的散热系数, $\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ 。

文献[66]通过计算得出结论:即便混凝土结构被火面的散热系数 h_U 有非常明显的变化(从 $0 \sim 1000 \text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$),仅仅在靠近被火面的局部区域的温度场分布

受到影响，其他绝大部分的温度分布受到的影响微乎其微。

文献[40]建议取：

$$h_U = 1.313(T_S - T_0)^{1/3} + \sigma \varepsilon \frac{(T_S + 273)^4 - (T_0 + 273)^4}{T_S - T_0} \quad (3-8)$$

3.3.3 单元划分和方程求解

3.3.3.1 三面受火下混凝土矩形截面梁温度场

对于矩形截面的钢筋混凝土梁，采用矩形网格划分法，图 3-1 为矩形截面的钢筋混凝土梁截面体积划分示意图。

X 方向划分成 $M+1$ 份 ($i=0,1,\dots,M$)，除第 0 份和第 M 份之外，其余各份均为等份长为 Δx ，第 0 份和第 M 份长为 $\Delta x/2$ ； Y 方向划分成 $N+1$ 份 ($j=0,1,\dots,N$)，除第 0 份和第 N 份之外，其余各份均为等份长为 Δy ，第 0 份和第 N 份长为 $\Delta y/2$ 。

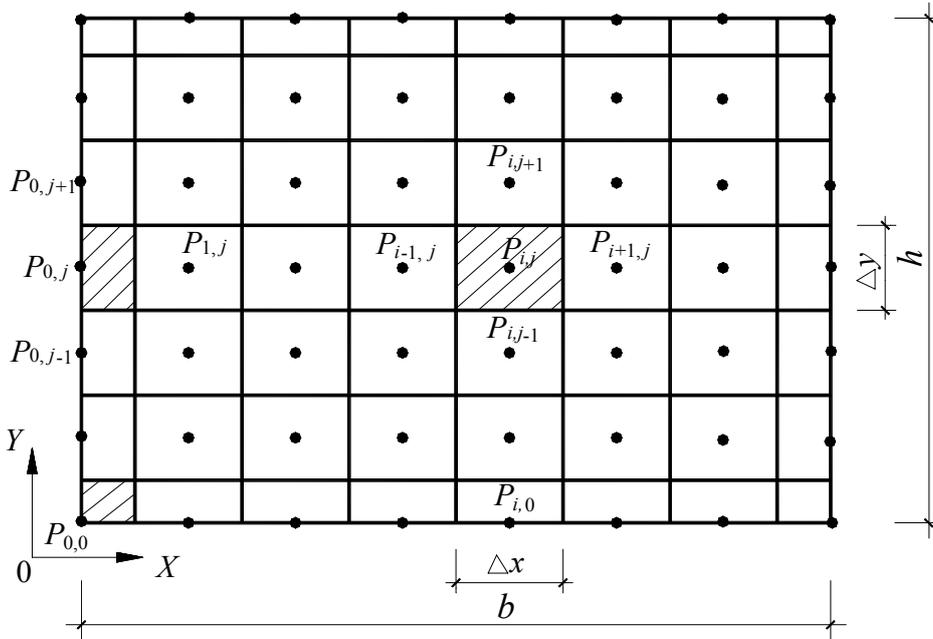


图 3-1 钢筋混凝土梁、柱矩形截面体积单元的划分形式

时间轴被离散成 $t=0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, k\Delta t, (k+1)\Delta t, \dots$ ，这里 Δt 是时间步。如果认为在这个 $k\Delta t < t \leq (k+1)\Delta t$ 时间步内是准稳定状态，计算 T^{k+1} 的表达式为：

①内部 $P_{i,j}$ 单元 ($0 < i < M, 0 < j < N$)

在 $P_{i,j}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$\begin{aligned}
& (T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k) \times (\rho C)_{i,j}^k \times \Delta x \times \Delta y \\
&= \frac{T_{i-1,j}^k - T_{i,j}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i-1,j}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta y \times \Delta t + \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i+1,j}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta y \times \Delta t \\
&+ \frac{T_{i,j-1}^k - T_{i,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{i,j-1}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta x \times \Delta t + \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{i,j+1}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta x \times \Delta t
\end{aligned} \quad (3-9)$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{i,j}^k \Delta x^2} & \left[(T_{i-1,j}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i-1,j}^k + \lambda_{i,j}^k) + (T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i+1,j}^k + \lambda_{i,j}^k) \right] \\
& + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{i,j}^k \Delta y^2} \left[(T_{i,j-1}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i,j-1}^k + \lambda_{i,j}^k) + (T_{i,j+1}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i,j+1}^k + \lambda_{i,j}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-10)$$

②底面受火边界单元($0 < i < M, j=0$)

在 $P_{i,0}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$\begin{aligned}
& (T_{i,0}^{k+1} - T_{i,0}^k) \times (\rho C)_{i,0}^k \times \Delta x \times \frac{\Delta y}{2} \\
&= \frac{T_{i-1,0}^k - T_{i,0}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i-1,0}^k + \lambda_{i,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t + \frac{T_{i+1,0}^k - T_{i,0}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i+1,0}^k + \lambda_{i,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T_{i,1}^k - T_{i,0}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{i,1}^k + \lambda_{i,0}^k}{2} \times \Delta x \times \Delta t + (T_F^k - T_{i,0}^k) \times h_s \times \Delta x \times \Delta t
\end{aligned} \quad (3-11)$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T_{i,0}^{k+1} = T_{i,0}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{i,0}^k \Delta x^2} & \left[(T_{i-1,0}^k - T_{i,0}^k)(\lambda_{i-1,0}^k + \lambda_{i,0}^k) + (T_{i+1,0}^k - T_{i,0}^k)(\lambda_{i+1,0}^k + \lambda_{i,0}^k) \right] \\
& + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{i,0}^k \Delta y^2} \left[(T_{i,1}^k - T_{i,0}^k)(\lambda_{i,1}^k + \lambda_{i,0}^k) + 2\Delta y h_s (T_F^k - T_{i,0}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-12)$$

③顶面被火边界单元($0 < i < M, j=N$)

在 $P_{i,N}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$\begin{aligned}
& (T_{i,N}^{k+1} - T_{i,N}^k) \times (\rho C)_{i,N}^k \times \Delta x \times \frac{\Delta y}{2} \\
&= \frac{T_{i-1,N}^k - T_{i,N}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i-1,N}^k + \lambda_{i,N}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t + \frac{T_{i+1,N}^k - T_{i,N}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i+1,N}^k + \lambda_{i,N}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T_{i,N-1}^k - T_{i,N}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{i,N-1}^k + \lambda_{i,N}^k}{2} \times \Delta x \times \Delta t + (T_0^k - T_{i,N}^k) \times h_U \times \Delta x \times \Delta t
\end{aligned} \quad (3-13)$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T_{i,N}^{k+1} = T_{i,N}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{i,N}^k \Delta x^2} & \left[(T_{i-1,N}^k - T_{i,N}^k)(\lambda_{i-1,N}^k + \lambda_{i,N}^k) + (T_{i+1,N}^k - T_{i,N}^k)(\lambda_{i+1,N}^k + \lambda_{i,N}^k) \right] \\
& + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{i,N}^k \Delta y^2} \left[(T_{i,N-1}^k - T_{i,N}^k)(\lambda_{i,N-1}^k + \lambda_{i,N}^k) + 2\Delta y h_U (T_0^k - T_{i,N}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-14)$$

④左面受火边界单元($i=0, 0 < j < N$)及右面受火边界单元($i=M, 0 < j < N$)

在 $P_{0,j}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$\begin{aligned}
& (T_{0,j}^{k+1} - T_{0,j}^k) \times (\rho C)_{0,j}^k \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta y \\
&= \frac{T_{1,j}^k - T_{0,j}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{1,j}^k + \lambda_{0,j}^k}{2} \times \Delta y \times \Delta t + (T_F^k - T_{0,j}^k) \times h_s \times \Delta y \times \Delta t \\
&+ \frac{T_{0,j-1}^k - T_{0,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{0,j-1}^k + \lambda_{0,j}^k}{2} \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t + \frac{T_{0,j+1}^k - T_{0,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{0,j+1}^k + \lambda_{0,j}^k}{2} \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t
\end{aligned} \tag{3-15}$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T_{0,j}^{k+1} = T_{0,j}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,j}^k \Delta x^2} & \left[(T_{1,j}^k - T_{0,j}^k)(\lambda_{1,j}^k + \lambda_{0,j}^k) + 2\Delta x h_s (T_F^k - T_{0,j}^k) \right] \\
& + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{0,j}^k \Delta y^2} \left[(T_{0,j-1}^k - T_{0,j}^k)(\lambda_{0,j-1}^k + \lambda_{0,j}^k) + (T_{0,j+1}^k - T_{0,j}^k)(\lambda_{0,j+1}^k + \lambda_{0,j}^k) \right]
\end{aligned} \tag{3-16}$$

由对称性原理得： $T_{M,j}^{k+1} = T_{0,j}^{k+1}$

⑤左下方边界单元($i=0, j=0$)及右下方边界单元($i=M, j=0$)

在 $P_{0,0}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$\begin{aligned}
& (T_{0,0}^{k+1} - T_{0,0}^k) \times (\rho C)_{0,0}^k \times \frac{\Delta x}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \\
&= \frac{T_{1,0}^k - T_{0,0}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{1,0}^k + \lambda_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t + (T_F^k - T_{0,0}^k) \times h_s \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T_{0,1}^k - T_{0,0}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{0,1}^k + \lambda_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t + (T_F^k - T_{0,0}^k) \times h_s \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t
\end{aligned} \tag{3-17}$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T_{0,0}^{k+1} = T_{0,0}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,0}^k \Delta x^2} & \left[(T_{1,0}^k - T_{0,0}^k)(\lambda_{1,0}^k + \lambda_{0,0}^k) + 2\Delta x h_s (T_F^k - T_{0,0}^k) \right] \\
& + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,0}^k \Delta y^2} \left[(T_{0,1}^k - T_{0,0}^k)(\lambda_{0,1}^k + \lambda_{0,0}^k) + 2\Delta y h_s (T_F^k - T_{0,0}^k) \right]
\end{aligned} \tag{3-18}$$

由对称性原理得： $T_{M,0}^{k+1} = T_{0,0}^{k+1}$

⑥左上方边界单元($i=0, j=N$)及右上方边界单元($i=M, j=N$)

在 $P_{0,N}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$\begin{aligned}
& (T_{0,N}^{k+1} - T_{0,N}^k) \times (\rho C)_{0,N}^k \times \frac{\Delta x}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \\
&= \frac{T_{1,N}^k - T_{0,N}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{1,N}^k + \lambda_{0,N}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t + (T_F^k - T_{0,N}^k) \times h_s \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T_{0,N-1}^k - T_{0,N}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{0,N-1}^k + \lambda_{0,N}^k}{2} \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t + (T_0 - T_{0,N}^k) \times h_U \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t
\end{aligned} \tag{3-19}$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T_{0,N}^{k+1} = T_{0,N}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,N}^k \Delta x^2} & \left[(T_{1,N}^k - T_{0,N}^k)(\lambda_{1,N}^k + \lambda_{0,N}^k) + 2\Delta x h_s (T_F^k - T_{0,N}^k) \right] \\
& + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,N}^k \Delta y^2} \left[(T_{0,N-1}^k - T_{0,N}^k)(\lambda_{0,N-1}^k + \lambda_{0,N}^k) + 2\Delta y h_U (T_0 - T_{0,N}^k) \right]
\end{aligned} \tag{3-20}$$

由对称性原理得:

$$T_{M,N}^{k+1} = T_{0,N}^{k+1}$$

上式中 i,j 表示相应于坐标系中 $P_{i,j}$ 坐标处的变量, 上标 $k,k+1$ 分别表示相应于在 $t=k\Delta t, (k+1)\Delta t$ 时刻的变量。

为保证计算结果的稳定性, 要求时间增量步长 Δt ^[41]:

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2(\Delta y)^2}{\frac{2\lambda}{\rho C}[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]} \quad (3-21)$$

3.3.3.2 四面受火下混凝土矩形截面柱温度场

对于四面受火下矩形截面的钢筋混凝土柱, 同样采用矩形网格划分法, 图3-1为矩形截面的钢筋混凝土柱截面体积划分示意图。

X 方向划分成 $M+1$ 份($i=0,1,\dots,M$), 除第0份和第 M 份之外,其余各份均为等份长为 Δx , 第0份和第 M 份长为 $\Delta x/2$; Y 方向划分成 $N+1$ 份($j=0,1,\dots,N$), 除第0份和第 N 份之外,其余各份均为等份长为 Δy , 第0份和第 N 份长为 $\Delta y/2$ 。

时间轴被离散成 $t=0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, k\Delta t, (k+1)\Delta t, \dots$, 这里 Δt 是时间步。如果认为在这个 $k\Delta t < t \leq (k+1)\Delta t$ 时步内是准稳定状态, 计算 T^{k+1} 的表达式为:

①内部 $P_{i,j}$ 单元($0 < i < M, 0 < j < N$)

在 $P_{i,j}$ 单元内由能量守恒原理得:

$$\begin{aligned} & (T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k) \times (\rho C)_{i,j}^k \times \Delta x \times \Delta y \\ &= \frac{T_{i-1,j}^k - T_{i,j}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i-1,j}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta y \times \Delta t + \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i+1,j}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta y \times \Delta t \\ &+ \frac{T_{i,j-1}^k - T_{i,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{i,j-1}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta x \times \Delta t + \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{i,j+1}^k + \lambda_{i,j}^k}{2} \times \Delta x \times \Delta t \end{aligned} \quad (3-22)$$

整理得:

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{i,j}^k \Delta x^2} & \left[(T_{i-1,j}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i-1,j}^k + \lambda_{i,j}^k) + (T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i+1,j}^k + \lambda_{i,j}^k) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{i,j}^k \Delta y^2} \left[(T_{i,j-1}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i,j-1}^k + \lambda_{i,j}^k) + (T_{i,j+1}^k - T_{i,j}^k)(\lambda_{i,j+1}^k + \lambda_{i,j}^k) \right] \end{aligned} \quad (3-23)$$

②底面受火边界单元($0 < i < M, j=0$)及顶面受火边界单元($0 < i < M, j=N$)

在 $P_{i,0}$ 单元内由能量守恒原理得:

$$\begin{aligned} & (T_{i,0}^{k+1} - T_{i,0}^k) \times (\rho C)_{i,0}^k \times \Delta x \times \frac{\Delta y}{2} \\ &= \frac{T_{i-1,0}^k - T_{i,0}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i-1,0}^k + \lambda_{i,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t + \frac{T_{i+1,0}^k - T_{i,0}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{i+1,0}^k + \lambda_{i,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t \\ &+ \frac{T_{i,1}^k - T_{i,0}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{i,1}^k + \lambda_{i,0}^k}{2} \times \Delta x \times \Delta t + (T_F^k - T_{i,0}^k) \times h_s \times \Delta x \times \Delta t \end{aligned} \quad (3-24)$$

整理得:

$$T_{i,0}^{k+1} = T_{i,0}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{i,0}^k \Delta x^2} \left[(T_{i-1,0}^k - T_{i,0}^k)(\lambda_{i-1,0}^k + \lambda_{i,0}^k) + (T_{i+1,0}^k - T_{i,0}^k)(\lambda_{i+1,0}^k + \lambda_{i,0}^k) \right] \\ + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{i,0}^k \Delta y^2} \left[(T_{i,1}^k - T_{i,0}^k)(\lambda_{i,1}^k + \lambda_{i,0}^k) + 2\Delta y h_s (T_F - T_{i,0}^k) \right] \quad (3-25)$$

由对称性原理得： $T_{i,N}^{k+1} = T_{i,0}^{k+1}$

③左面受火边界单元($i=0, 0 < j < N$)及右面受火边界单元($i=M, 0 < j < N$)

在 $P_{0,j}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$(T_{0,j}^{k+1} - T_{0,j}^k) \times (\rho C)_{0,j}^k \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta y \\ = \frac{T_{1,j}^k - T_{0,j}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{1,j}^k + \lambda_{0,j}^k}{2} \times \Delta y \times \Delta t + (T_F^k - T_{0,j}^k) \times h_s \times \Delta y \times \Delta t \\ + \frac{T_{0,j-1}^k - T_{0,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{0,j-1}^k + \lambda_{0,j}^k}{2} \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t + \frac{T_{0,j+1}^k - T_{0,j}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{0,j+1}^k + \lambda_{0,j}^k}{2} \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t \quad (3-26)$$

整理得：

$$T_{0,j}^{k+1} = T_{0,j}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,j}^k \Delta x^2} \left[(T_{1,j}^k - T_{0,j}^k)(\lambda_{1,j}^k + \lambda_{0,j}^k) + 2\Delta x h_s (T_F - T_{0,j}^k) \right] \\ + \frac{\Delta t}{2(\rho C)_{0,j}^k \Delta y^2} \left[(T_{0,j-1}^k - T_{0,j}^k)(\lambda_{0,j-1}^k + \lambda_{0,j}^k) + (T_{0,j+1}^k - T_{0,j}^k)(\lambda_{0,j+1}^k + \lambda_{0,j}^k) \right] \quad (3-27)$$

由对称性原理得： $T_{M,j}^{k+1} = T_{0,j}^{k+1}$

④左下方边界单元($i=0, j=0$)、右下方边界单元($i=M, j=0$)、左上方边界单元($i=0, j=N$)及右上方边界单元($i=M, j=N$)

在 $P_{0,0}$ 单元内由能量守恒原理得：

$$(T_{0,0}^{k+1} - T_{0,0}^k) \times (\rho C)_{0,0}^k \times \frac{\Delta x}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \\ = \frac{T_{1,0}^k - T_{0,0}^k}{\Delta x} \times \frac{\lambda_{1,0}^k + \lambda_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t + (T_F^k - T_{0,0}^k) \times h_s \times \frac{\Delta y}{2} \times \Delta t \\ + \frac{T_{0,1}^k - T_{0,0}^k}{\Delta y} \times \frac{\lambda_{0,1}^k + \lambda_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t + (T_F^k - T_{0,0}^k) \times h_s \times \frac{\Delta x}{2} \times \Delta t \quad (3-28)$$

整理得：

$$T_{0,0}^{k+1} = T_{0,0}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,0}^k \Delta x^2} \left[(T_{1,0}^k - T_{0,0}^k)(\lambda_{1,0}^k + \lambda_{0,0}^k) + 2\Delta x h_s (T_F - T_{0,0}^k) \right] \\ + \frac{\Delta t}{(\rho C)_{0,0}^k \Delta y^2} \left[(T_{0,1}^k - T_{0,0}^k)(\lambda_{0,1}^k + \lambda_{0,0}^k) + 2\Delta y h_s (T_F - T_{0,0}^k) \right] \quad (3-29)$$

由对称性原理得： $T_{M,N}^{k+1} = T_{0,N}^{k+1} = T_{M,0}^{k+1} = T_{0,0}^{k+1}$

3.3.3.3 底面受火下混凝土 T 型截面梁温度场

对于 T 型截面的钢筋混凝土梁，采用矩形网格划分法，图 3-2 为 T 型截面的钢筋混凝土梁截面体积划分示意图。

将整个截面分成四个部分，即 $P_n(n=1,2,3,4)$ 四个部分。在第 1 个部分 X 方向划分成 M_2+1 份($i=0,1,\dots, M_2$)，除第 0 份和第 M_2 份之外,其余各份均为等份，长为 Δx_1 ，第 0 份和第 M_2 份长为 $\Delta x_1/2$ ； Y 方向划分成 N_1+1 份($j=0,1,\dots, N_1$)，除第 0 份和第 N_1 份之外,其余各份均为等份，长为 Δy_1 ，第 0 份和第 N_1 份长为 $\Delta y_1/2$ 。

在第 2 个部分 X 方向划分成 M_2+1 份 ($i=0,1,\dots, M_2$)，除第 0 份和第 M_2 份之外,其余各份均为等份，长为 Δx_2 ，第 0 份和第 M_2 份长为 $\Delta x_2/2$ ； Y 方向划分成 N_2+1 份($j=0,1,\dots, N_2$)，除第 0 份和第 N_2 份之外,其余各份均为等份，长为 Δy_2 ，第 0 份和第 N_2 份长为 $\Delta y_2/2$ 。

在第 3、4 个部分 X 方向划分成 M_1+1 份 ($i=0,1,\dots, M_1$)，除第 0 份和第 M_1 份之外,其余各份均为等份，长为 Δx_3 、 Δx_4 ，第 0 份和第 M_1 份长为 $\Delta x_3/2$ 、 $\Delta x_4/2$ ； Y 方向划分成 N_2+1 份($j=0,1,\dots, N_2$)，除第 0 份和第 N_2 份之外,其余各份均为等份，长为 Δy_3 、 Δy_4 ，第 0 份和第 N_2 份长为 $\Delta y_3/2$ 、 $\Delta y_4/2$ 。

四个部分的边界连接单元形成边界单元，即 P_{10, N_1} 、 $P_{20,0}$ 和 $P_{3M_1,0}$ 形成 $S_{0,0}$ 单元， P_{1M_2, N_1} 、 $P_{2M_2,0}$ 和 $P_{40,0}$ 形成 $S_{M_2,0}$ 单元， P_{20, N_2} 和 P_{3M_1, N_2} 形成 S_{0, N_2} 单元， P_{2M_2, N_2} 和 P_{40, N_2} 形成 S_{M_2, N_2} 单元， P_{1i, N_1} 和 $P_{2i,0}(i=1,2,\dots, M_2-1)$ 形成 $S_{i,0}(i=1,2,\dots, M_2-1)$ 单元， $P_{20,j}$ 和 $P_{3M_1,j}(j=1,2,\dots, N_2-1)$ 形成 $S_{0,j}(j=1,2,\dots, N_2-1)$ 单元， $P_{2M_2,j}$ 和 $P_{40,j}(j=1,2,\dots, N_2-1)$ 形成 $S_{M_2,j}(j=1,2,\dots, N_2-1)$ 单元。

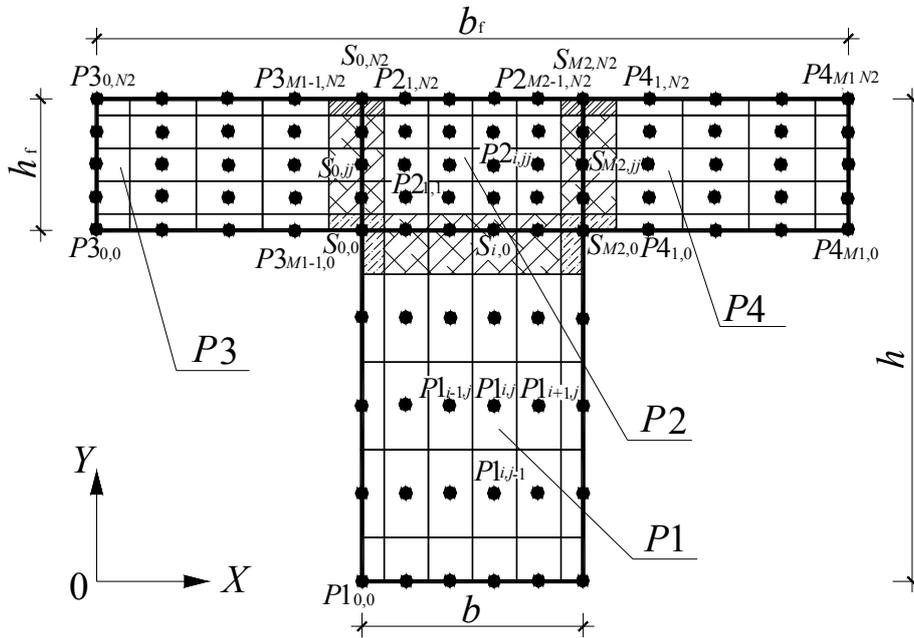


图 3-2 钢筋混凝土 T 型梁截面体积单元的划分形式

时间轴被离散成 $t=0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, k\Delta t, (k+1)\Delta t, \dots$ ，这里 Δt 是时间步

长。如果认为在这个 $k\Delta t < t \leq (k+1)\Delta t$ 时间步长内是准稳定状态,在离散体积单元内,由能量守恒原理计算得 T^{k+1} 的表达式为:

(1)内部边界部分

①左下边界单元($i=0, j=0$)及右下边界单元($i=M2, j=0$)

$$\begin{aligned}
& (TS_{0,0}^{k+1} - TS_{0,0}^k)(\rho C_S)_{0,0}^k \frac{\Delta x_3 \Delta y_2 + \Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_1 \Delta y_1}{4} \\
&= \frac{(T3_{M1-1,0}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda 3_{M1-1,0}^k + \lambda S_{0,0}^k) \Delta y_3 \Delta t}{4 \Delta x_3} + \frac{(TS_{0,1}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda S_{0,1}^k + \lambda S_{0,0}^k)(\Delta x_2 + \Delta x_3) \Delta t}{4 \Delta y_2} \quad (3-30) \\
&+ \frac{(TS_{1,0}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda S_{1,0}^k + \lambda S_{0,0}^k)(\Delta y_1 + \Delta y_2) \Delta t}{4 \Delta x_1} + \frac{(T1_{0,N1-1}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda 1_{0,N1-1}^k + \lambda S_{0,0}^k) \Delta x_1 \Delta t}{4 \Delta y_1} \\
&+ \frac{(T_F - TS_{0,0}^k) h_s (\Delta y_1 + \Delta x_3)}{2} \times \Delta t
\end{aligned}$$

整理得:

$$\begin{aligned}
TS_{0,0}^{k+1} &= TS_{0,0}^k + \frac{\Delta t \Delta y_3 (T3_{M1-1,0}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda 3_{M1-1,0}^k + \lambda S_{0,0}^k)}{(\rho C_S)_{0,0}^k \Delta x_3 (\Delta x_3 \Delta y_2 + \Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_1 \Delta y_1)} \\
&+ \frac{\Delta t (\Delta x_2 + \Delta x_3) (TS_{0,1}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda S_{0,1}^k + \lambda S_{0,0}^k)}{(\rho C_S)_{0,0}^k \Delta y_2 (\Delta x_3 \Delta y_2 + \Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_1 \Delta y_1)} + \frac{\Delta t (\Delta y_1 + \Delta y_2) (TS_{1,0}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda S_{1,0}^k + \lambda S_{0,0}^k)}{(\rho C_S)_{0,0}^k \Delta x_1 (\Delta x_3 \Delta y_2 + \Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_1 \Delta y_1)} \quad (3-31) \\
&+ \frac{\Delta t \Delta x_1 (T1_{0,N1-1}^k - TS_{0,0}^k)(\lambda 1_{0,N1-1}^k + \lambda S_{0,0}^k)}{(\rho C_S)_{0,0}^k \Delta y_1 (\Delta x_3 \Delta y_2 + \Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_1 \Delta y_1)} + \frac{2 \Delta t (\Delta y_1 + \Delta x_3) h_s (T_F - TS_{0,0}^k)}{(\rho C_S)_{0,0}^k (\Delta x_3 \Delta y_2 + \Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_1 \Delta y_1)}
\end{aligned}$$

由对称性原理得:

$$TS_{M2,0}^{k+1} = TS_{0,0}^{k+1}$$

②左上边界单元($i=0, j=N2$)及右上边界单元($i=M2, j=N2$)

$$\begin{aligned}
& (TS_{0,N2}^{k+1} - TS_{0,N2}^k)(\rho C_S)_{0,N2}^k \frac{\Delta x_3 \Delta y_2 + \Delta x_2 \Delta y_2}{4} \\
&= \frac{(T3_{M1-1,N2}^k - TS_{0,N2}^k)(\lambda 3_{M1-1,N2}^k + \lambda S_{0,N2}^k) \Delta y_3 \Delta t}{4 \Delta x_3} \quad (3-32) \\
&+ \frac{(TS_{0,N2-1}^k - TS_{0,N2}^k)(\lambda S_{0,N2-1}^k + \lambda S_{0,N2}^k)(\Delta x_3 + \Delta x_2) \Delta t}{4 \Delta y_2} \\
&+ \frac{(T2_{0,N2}^k - TS_{0,N2}^k)(\lambda 2_{0,N2}^k + \lambda S_{0,N2}^k) \Delta y_2 \Delta t}{4 \Delta x_2} + \frac{(T_0 - TS_{0,N2}^k) h_U (\Delta x_2 + \Delta x_3) \Delta t}{2}
\end{aligned}$$

整理得:

$$\begin{aligned}
TS_{0,N2}^{k+1} &= TS_{0,N2}^k + \frac{\Delta t \Delta y_3 (T3_{M1-1,N2}^k - TS_{0,N2}^k)(\lambda 3_{M1-1,N2}^k + \lambda S_{0,N2}^k)}{(\rho C_S)_{0,N2}^k \Delta y_2 \Delta x_3 (\Delta x_2 + \Delta x_3)} + \frac{2 h_U \Delta t (T_0 - TS_{0,N2}^k)}{(\rho C_S)_{0,N2}^k \Delta y_2} \quad (3-33) \\
&+ \frac{\Delta t (TS_{0,N2-1}^k - TS_{0,N2}^k)(\lambda S_{0,N2-1}^k + \lambda S_{0,N2}^k)}{(\rho C_S)_{0,N2}^k \Delta y_2 \Delta y_2} + \frac{\Delta t (T2_{1,N2}^k - TS_{0,N2}^k)(\lambda 2_{1,N2}^k + \lambda S_{0,N2}^k)}{(\rho C_S)_{0,N2}^k \Delta x_2 (\Delta x_2 + \Delta x_3)}
\end{aligned}$$

由对称性原理得:

$$TS_{M2,N2}^{k+1} = TS_{0,N2}^{k+1}$$

③底部边界单元($0 < i < M2, j=0$)

$$\begin{aligned}
& (TS_{i,0}^{k+1} - TS_{i,0}^k)(\rho C_S)_{i,0}^k \frac{\Delta x_1 \Delta y_1 + \Delta x_1 \Delta y_2}{4} \\
&= \frac{(\Delta y_1 + \Delta y_2) \Delta t}{4 \Delta x_1} \left[(TS_{i-1,0}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda S_{i-1,0}^k + \lambda S_{i,0}^k) + (TS_{i+1,0}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda S_{i+1,0}^k + \lambda S_{i,0}^k) \right] \\
&+ \frac{(T1_{i,N1-1}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda 1_{i,N1-1}^k + \lambda S_{i,0}^k) \Delta x_1 \Delta t}{2 \Delta y_1} + \frac{(T2_{i,1}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda 2_{i,1}^k + \lambda S_{i,0}^k) \Delta x_2 \Delta t}{2 \Delta y_2}
\end{aligned} \quad (3-34)$$

整理得：

$$\begin{aligned}
TS_{i,0}^{k+1} &= TS_{i,0}^k + \frac{(T1_{i,N1-1}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda 1_{i,N1-1}^k + \lambda S_{i,0}^k) \Delta t}{(\rho C_S)_{i,0}^k \Delta y_1 (\Delta y_1 + \Delta y_2)} + \frac{(T2_{i,1}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda 2_{i,1}^k + \lambda S_{i,0}^k) \Delta t}{(\rho C_S)_{i,0}^k \Delta y_2 (\Delta y_1 + \Delta y_2)} \\
&+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_S)_{i,0}^k \Delta x_1 \Delta x_1} \left[(TS_{i-1,0}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda S_{i-1,0}^k + \lambda S_{i,0}^k) + (TS_{i+1,0}^k - TS_{i,0}^k)(\lambda S_{i+1,0}^k + \lambda S_{i,0}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-35)$$

④左面边界单元($i=0, 0 < j < N2$)及右面边界单元($i=M2, 0 < j < N2$)

$$\begin{aligned}
& (TS_{0,j}^{k+1} - TS_{0,j}^k)(\rho C_S)_{0,j}^k \frac{\Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_3 \Delta y_2}{4} \\
&= \frac{(\Delta x_2 + \Delta x_3) \Delta t}{4 \Delta y_2} \left[(TS_{0,j-1}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda S_{0,j-1}^k + \lambda S_{0,j}^k) + (TS_{0,j+1}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda S_{0,j+1}^k + \lambda S_{0,j}^k) \right] \\
&+ \frac{(T2_{1,j}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda 2_{1,j}^k + \lambda S_{0,j}^k) \Delta y_2 \Delta t}{2 \Delta x_2} + \frac{(T3_{M1-1,j}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda 3_{M1-1,j}^k + \lambda S_{0,j}^k) \Delta y_2 \Delta t}{2 \Delta x_3}
\end{aligned} \quad (3-36)$$

整理得：

$$\begin{aligned}
TS_{0,j}^{k+1} &= TS_{0,j}^k + \frac{(T2_{1,j}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda 2_{1,j}^k + \lambda S_{0,j}^k) \Delta t}{\Delta x_2 (\Delta x_2 + \Delta x_3) (\rho C_S)_{0,j}^k} + \frac{(T3_{M1-1,j}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda 3_{M1-1,j}^k + \lambda S_{0,j}^k) \Delta t}{\Delta x_3 (\Delta x_2 + \Delta x_3) (\rho C_S)_{0,j}^k} \\
&+ \frac{\Delta t}{2 \Delta y_2 \Delta y_2 (\rho C_S)_{0,j}^k} \left[(TS_{0,j-1}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda S_{0,j-1}^k + \lambda S_{0,j}^k) + (TS_{0,j+1}^k - TS_{0,j}^k)(\lambda S_{0,j+1}^k + \lambda S_{0,j}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-37)$$

由对称性原理得： $TS_{M2,j}^{k+1} = TS_{0,j}^{k+1}$

(2)P1 部分

①内部单元($0 < i < M2, 0 < j < N1$)

$$\begin{aligned}
& (T1_{i,j}^{k+1} - T1_{i,j}^k)(\rho C_1)_{i,j}^k \Delta x_1 \Delta y_1 \\
&= \frac{(T1_{i-1,j}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i-1,j}^k + \lambda 1_{i,j}^k) \Delta y_1 \Delta t}{2 \Delta x_1} + \frac{(T1_{i+1,j}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i+1,j}^k + \lambda 1_{i,j}^k) \Delta y_1 \Delta t}{2 \Delta x_1} \\
&+ \frac{(T1_{i,j-1}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i,j-1}^k + \lambda 1_{i,j}^k) \Delta x_1 \Delta t}{2 \Delta y_1} + \frac{(T1_{i,j+1}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i,j+1}^k + \lambda 1_{i,j}^k) \Delta x_1 \Delta t}{2 \Delta y_1}
\end{aligned} \quad (3-38)$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T1_{i,j}^{k+1} &= T1_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C_1)_{i,j}^k \Delta x_1^2} \left[(T1_{i-1,j}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i-1,j}^k + \lambda 1_{i,j}^k) + (T1_{i+1,j}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i+1,j}^k + \lambda 1_{i,j}^k) \right] \\
&+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_1)_{i,j}^k \Delta y_1^2} \left[(T1_{i,j-1}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i,j-1}^k + \lambda 1_{i,j}^k) + (T1_{i,j+1}^k - T1_{i,j}^k)(\lambda 1_{i,j+1}^k + \lambda 1_{i,j}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-39)$$

②底面受火边界单元($0 < i < M2, j=0$)

$$\begin{aligned}
& (T1_{i,0}^{k+1} - T1_{i,0}^k)(\rho C_1)_{i,0}^k \frac{\Delta x_1 \Delta y_1}{2} \\
&= \frac{(T1_{i-1,0}^k - T1_{i,0}^k)(\lambda 1_{i-1,0}^k + \lambda 1_{i,0}^k) \Delta y_1 \Delta t}{4 \Delta x_1} + \frac{(T1_{i+1,0}^k - T1_{i,0}^k)(\lambda 1_{i+1,0}^k + \lambda 1_{i,0}^k) \Delta y_1 \Delta t}{4 \Delta x_1} \\
&+ \frac{(T1_{i,1}^k - T1_{i,0}^k)(\lambda 1_{i,1}^k + \lambda 1_{i,0}^k) \Delta x_1 \Delta t}{2 \Delta y_1} + (T_F - T1_{i,0}^k) h_s \Delta x_1 \Delta t
\end{aligned} \quad (3-40)$$

整理得:

$$\begin{aligned}
T1_{i,0}^{k+1} &= T1_{i,0}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C_1)_{i,0}^k \Delta y_1^2} \left[(T1_{i,1}^k - T1_{i,0}^k)(\lambda 1_{i,1}^k + \lambda 1_{i,0}^k) + 2 \Delta y_1 h_s (T_F - T1_{i,0}^k) \right] \\
&+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_1)_{i,0}^k \Delta x_1^2} \left[(T1_{i-1,0}^k - T1_{i,0}^k)(\lambda 1_{i-1,0}^k + \lambda 1_{i,0}^k) + (T1_{i+1,0}^k - T1_{i,0}^k)(\lambda 1_{i+1,0}^k + \lambda 1_{i,0}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-41)$$

③顶面边界单元($0 < i < M2, j = N1$)

$$T1_{i,N1}^{k+1} = TS_{i,0}^{k+1}$$

④左面受火边界单元($i=0, 0 < j < N1$)及右面受火边界单元($i=M2, 0 < j < N1$)

$$\begin{aligned}
& (T1_{0,j}^{k+1} - T1_{0,j}^k)(\rho C_1)_{0,j}^k \frac{\Delta x_1 \Delta y_1}{2} \\
&= \frac{(T1_{1,j}^k - T1_{0,j}^k)(\lambda 1_{1,j}^k + \lambda 1_{0,j}^k) \Delta y_1 \Delta t}{2 \Delta x_1} + (T_F - T1_{0,j}^k) h_s \Delta y_1 \Delta t \\
&+ \frac{(T1_{0,j-1}^k - T1_{0,j}^k)(\lambda 1_{0,j-1}^k + \lambda 1_{0,j}^k) \Delta x_1 \Delta t}{4 \Delta y_1} + \frac{T1_{0,j+1}^k - T1_{0,j}^k}{\Delta y_1} \times \frac{\lambda 1_{0,j+1}^k + \lambda 1_{0,j}^k}{2} \times \frac{\Delta x_1}{2} \times \Delta t
\end{aligned} \quad (3-42)$$

整理得:

$$\begin{aligned}
T1_{0,j}^{k+1} &= T1_{0,j}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C_1)_{0,j}^k \Delta x_1^2} \left[(T1_{1,j}^k - T1_{0,j}^k)(\lambda 1_{1,j}^k + \lambda 1_{0,j}^k) + 2 \Delta x_1 h_s (T_F - T1_{0,j}^k) \right] \\
&+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_1)_{0,j}^k \Delta y_1^2} \left[(T1_{0,j-1}^k - T1_{0,j}^k)(\lambda 1_{0,j-1}^k + \lambda 1_{0,j}^k) + (T1_{0,j+1}^k - T1_{0,j}^k)(\lambda 1_{0,j+1}^k + \lambda 1_{0,j}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-43)$$

由对称性原理得:

$$T1_{M2,j}^{k+1} = T1_{0,j}^{k+1}$$

⑤左下方边界单元($i=0, j=0$)及右下方边界单元($i=M2, j=0$)

$$\begin{aligned}
& (T1_{0,0}^{k+1} - T1_{0,0}^k) \times (\rho C_1)_{0,0}^k \times \frac{\Delta x_1}{2} \times \frac{\Delta y_1}{2} \\
&= \frac{T1_{1,0}^k - T1_{0,0}^k}{\Delta x_1} \times \frac{\lambda 1_{1,0}^k + \lambda 1_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y_1}{2} \times \Delta t + (T_F - T1_{0,0}^k) \times h_s \times \frac{\Delta y_1}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T1_{0,1}^k - T1_{0,0}^k}{\Delta y_1} \times \frac{\lambda 1_{0,1}^k + \lambda 1_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta x_1}{2} \times \Delta t + (T_F - T1_{0,0}^k) \times h_s \times \frac{\Delta x_1}{2} \times \Delta t
\end{aligned} \quad (3-44)$$

整理得:

$$\begin{aligned}
T1_{0,0}^{k+1} &= T1_{0,0}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C_1)_{0,0}^k \Delta x_1^2} \left[(T1_{1,0}^k - T1_{0,0}^k)(\lambda 1_{1,0}^k + \lambda 1_{0,0}^k) + 2 \Delta x_1 h_s (T_F - T1_{0,0}^k) \right] \\
&+ \frac{\Delta t}{(\rho C_1)_{0,0}^k \Delta y_1^2} \left[(T1_{0,1}^k - T1_{0,0}^k)(\lambda 1_{0,1}^k + \lambda 1_{0,0}^k) + 2 \Delta y_1 h_s (T_F - T1_{0,0}^k) \right]
\end{aligned} \quad (3-45)$$

由对称性原理得： $T1_{M2,0}^{k+1} = T1_{0,0}^{k+1}$

⑥左上方边界单元($i=0, j=N1$)及右上方边界单元($i=M2, j=N1$)

$$T1_{0,N1}^{k+1} = TS_{0,0}^{k+1}$$

由对称性原理得： $T1_{M2,N1}^{k+1} = T1_{0,N1}^{k+1}$

(3)P2部分

①内部单元($0 < i < M2, 0 < j < N1$)

$$\begin{aligned} & (T2_{i,j}^{k+1} - T2_{i,j}^k)(\rho C_2)_{i,j}^k \Delta x_2 \Delta y_2 \\ &= \frac{(T2_{i-1,j}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i-1,j}^k + \lambda 2_{i,j}^k) \Delta y_2 \Delta t}{2 \Delta x_2} + \frac{(T2_{i+1,j}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i+1,j}^k + \lambda 2_{i,j}^k) \Delta y_2 \Delta t}{2 \Delta x_2} \\ &+ \frac{(T2_{i,j-1}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i,j-1}^k + \lambda 2_{i,j}^k) \Delta x_2 \Delta t}{2 \Delta y_2} + \frac{(T2_{i,j+1}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i,j+1}^k + \lambda 2_{i,j}^k) \Delta x_2 \Delta t}{2 \Delta y_2} \end{aligned} \quad (3-46)$$

整理得：

$$\begin{aligned} T2_{i,j}^{k+1} = T2_{i,j}^k &+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_2)_{i,j}^k \Delta x_2^2} \left[(T2_{i-1,j}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i-1,j}^k + \lambda 2_{i,j}^k) + (T2_{i+1,j}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i+1,j}^k + \lambda 2_{i,j}^k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_2)_{i,j}^k \Delta y_2^2} \left[(T2_{i,j-1}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i,j-1}^k + \lambda 2_{i,j}^k) + (T2_{i,j+1}^k - T2_{i,j}^k)(\lambda 2_{i,j+1}^k + \lambda 2_{i,j}^k) \right] \end{aligned} \quad (3-47)$$

②底面边界单元($0 < i < M2, j=0$)

$$T2_{i,0}^{k+1} = TS_{i,0}^{k+1}$$

③顶面被火边界单元($0 < i < M2, j=N2$)

$$\begin{aligned} & (T2_{i,N2}^{k+1} - T2_{i,N2}^k) \times (\rho C_2)_{i,N2}^k \times \Delta x_2 \times \frac{\Delta y_2}{2} \\ &= \frac{T2_{i-1,N2}^k - T2_{i,N2}^k}{\Delta x_2} \times \frac{\lambda 2_{i-1,N2}^k + \lambda 2_{i,N2}^k}{2} \times \frac{\Delta y_2}{2} \times \Delta t \\ &+ \frac{T2_{i+1,N2}^k - T2_{i,N2}^k}{\Delta x_2} \times \frac{\lambda 2_{i+1,N2}^k + \lambda 2_{i,N2}^k}{2} \times \frac{\Delta y_2}{2} \times \Delta t \\ &+ \frac{T2_{i,N2-1}^k - T2_{i,N2}^k}{\Delta y_2} \times \frac{\lambda 2_{i,N2-1}^k + \lambda 2_{i,N2}^k}{2} \times \Delta x_2 \times \Delta t \\ &+ (T_0 - T2_{i,N2}^k) \times h_U \times \Delta x_2 \times \Delta t \end{aligned} \quad (3-48)$$

整理得：

$$\begin{aligned} T2_{i,N2}^{k+1} = T2_{i,N2}^k &+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_2)_{i,N2}^k \Delta x_2^2} \\ &\times \left[(T2_{i-1,N2}^k - T2_{i,N2}^k)(\lambda 2_{i-1,N2}^k + \lambda 2_{i,N2}^k) + (T2_{i+1,N2}^k - T2_{i,N2}^k)(\lambda 2_{i+1,N2}^k + \lambda 2_{i,N2}^k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{(\rho C_2)_{i,N2}^k \Delta y_2^2} \left[(T2_{i,N2-1}^k - T2_{i,N2}^k)(\lambda 2_{i,N2-1}^k + \lambda 2_{i,N2}^k) + 2 \Delta y_2 h_U (T_0 - T2_{i,N2}^k) \right] \end{aligned} \quad (3-49)$$

④左面受火边界单元($i=0, 0 < j < N2$)及右面受火边界单元($i=M2, 0 < j < N2$)

$$T2_{0,j}^{k+1} = TS_{0,j}^{k+1}$$

$$T2_{M2,j}^{k+1} = TS_{M2,j}^{k+1}$$

⑤左下方边界单元($i=0, j=0$)及右下方边界单元($i=M2, j=0$)

$$T2_{0,0}^{k+1} = TS_{0,0}^{k+1}$$

$$T2_{M2,0}^{k+1} = TS_{M2,0}^{k+1}$$

⑥左上方边界单元($i=0, j=N2$)及右上方边界单元($i=M2, j=N2$)

$$T2_{0,N2}^{k+1} = TS_{0,N2}^{k+1}$$

$$T2_{M2,N2}^{k+1} = TS_{M2,N2}^{k+1}$$

(4)P3部分

①内部单元($0 < i < M2, 0 < j < N1$)

$$\begin{aligned} & (T3_{i,j}^{k+1} - T3_{i,j}^k)(\rho C_3)_{i,j}^k \Delta x_3 \Delta y_3 \\ &= \frac{(T3_{i-1,j}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i-1,j}^k + \lambda 3_{i,j}^k) \Delta y_3 \Delta t}{2\Delta x_3} + \frac{(T3_{i+1,j}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i+1,j}^k + \lambda 3_{i,j}^k) \Delta y_3 \Delta t}{2\Delta x_3} \\ &+ \frac{(T3_{i,j-1}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i,j-1}^k + \lambda 3_{i,j}^k) \Delta x_3 \Delta t}{2\Delta y_3} + \frac{(T3_{i,j+1}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i,j+1}^k + \lambda 3_{i,j}^k) \Delta x_3 \Delta t}{2\Delta y_3} \end{aligned} \quad (3-50)$$

整理得:

$$\begin{aligned} T3_{i,j}^{k+1} &= T3_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C_3)_{i,j}^k \Delta x_3^2} \left[(T3_{i-1,j}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i-1,j}^k + \lambda 3_{i,j}^k) + (T3_{i+1,j}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i+1,j}^k + \lambda 3_{i,j}^k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_3)_{i,j}^k \Delta y_3^2} \left[(T3_{i,j-1}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i,j-1}^k + \lambda 3_{i,j}^k) + (T3_{i,j+1}^k - T3_{i,j}^k)(\lambda 3_{i,j+1}^k + \lambda 3_{i,j}^k) \right] \end{aligned} \quad (3-51)$$

②底面受火边界单元($0 < i < M1, j=0$)

$$\begin{aligned} & (T3_{i,0}^{k+1} - T3_{i,0}^k)(\rho C_3)_{i,0}^k \frac{\Delta x_3 \Delta y_3}{2} \\ &= \frac{(T3_{i-1,0}^k - T3_{i,0}^k)(\lambda 3_{i-1,0}^k + \lambda 3_{i,0}^k) \Delta y_3 \Delta t}{4\Delta x_3} + \frac{(T3_{i+1,0}^k - T3_{i,0}^k)(\lambda 3_{i+1,0}^k + \lambda 3_{i,0}^k) \Delta y_3 \Delta t}{4\Delta x_3} \\ &+ \frac{(T3_{i,1}^k - T3_{i,0}^k)(\lambda 3_{i,1}^k + \lambda 3_{i,0}^k) \Delta x_3 \Delta t}{2\Delta y_3} + (T_F - T3_{i,0}^k) h_s \Delta x_3 \Delta t \end{aligned} \quad (3-52)$$

整理得:

$$\begin{aligned} T3_{i,0}^{k+1} &= T3_{i,0}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C_3)_{i,0}^k \Delta y_3^2} \left[(T3_{i,1}^k - T3_{i,0}^k)(\lambda 3_{i,1}^k + \lambda 3_{i,0}^k) + 2\Delta y_3 h_s (T_F - T3_{i,0}^k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_3)_{i,0}^k \Delta x_3^2} \left[(T3_{i-1,0}^k - T3_{i,0}^k)(\lambda 3_{i-1,0}^k + \lambda 3_{i,0}^k) + (T3_{i+1,0}^k - T3_{i,0}^k)(\lambda 3_{i+1,0}^k + \lambda 3_{i,0}^k) \right] \end{aligned} \quad (3-53)$$

③顶面被火边界单元($0 < i < M1, j=N2$)

$$\begin{aligned}
& (T3_{i,N2}^{k+1} - T3_{i,N2}^k) \times (\rho C_3)_{i,N2}^k \times \Delta x_3 \times \frac{\Delta y_3}{2} \\
&= \frac{T3_{i-1,N2}^k - T3_{i,N2}^k}{\Delta x_2} \times \frac{\lambda 3_{i-1,N2}^k + \lambda 3_{i,N2}^k}{2} \times \frac{\Delta y_3}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T3_{i+1,N2}^k - T3_{i,N2}^k}{\Delta x_3} \times \frac{\lambda 3_{i+1,N2}^k + \lambda 3_{i,N2}^k}{2} \times \frac{\Delta y_3}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T3_{i,N2-1}^k - T3_{i,N2}^k}{\Delta y_3} \times \frac{\lambda 3_{i,N2-1}^k + \lambda 3_{i,N2}^k}{2} \times \Delta x_3 \times \Delta t \\
&+ (T_0 - T3_{i,N2}^k) \times h_U \times \Delta x_3 \times \Delta t
\end{aligned} \tag{3-54}$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T3_{i,N2}^{k+1} &= T3_{i,N2}^k + \frac{\Delta t}{2(\rho C_3)_{i,N2}^k \Delta x_3^2} \\
&\times \left[(T3_{i-1,N2}^k - T3_{i,N2}^k)(\lambda 3_{i-1,N2}^k + \lambda 3_{i,N2}^k) + (T3_{i+1,N2}^k - T3_{i,N2}^k)(\lambda 3_{i+1,N2}^k + \lambda 3_{i,N2}^k) \right] \\
&+ \frac{\Delta t}{(\rho C_3)_{i,N2}^k \Delta y_3^2} \left[(T3_{i,N2-1}^k - T3_{i,N2}^k)(\lambda 3_{i,N2-1}^k + \lambda 3_{i,N2}^k) + 2\Delta y_3 h_U (T_0 - T3_{i,N2}^k) \right]
\end{aligned} \tag{3-55}$$

④左面边界单元($i=0, 0 < j < N2$)及右面受火边界单元($i=M1, 0 < j < N2$)

$$\begin{aligned}
& (T3_{0,j}^{k+1} - T3_{0,j}^k) (\rho C_3)_{0,j}^k \frac{\Delta x_3 \Delta y_3}{2} \\
&= \frac{(T3_{1,j}^k - T3_{0,j}^k)(\lambda 3_{1,j}^k + \lambda 3_{0,j}^k) \Delta y_3 \Delta t}{2\Delta x_3} \\
&+ \frac{(T3_{0,j-1}^k - T3_{0,j}^k)(\lambda 3_{0,j-1}^k + \lambda 3_{0,j}^k) \Delta x_3 \Delta t}{4\Delta y_3} \\
&+ \frac{T3_{0,j+1}^k - T3_{0,j}^k}{\Delta y_3} \times \frac{\lambda 3_{0,j+1}^k + \lambda 3_{0,j}^k}{2} \times \frac{\Delta x_3}{2} \times \Delta t
\end{aligned} \tag{3-56}$$

整理得：

$$\begin{aligned}
T3_{0,j}^{k+1} &= T3_{0,j}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C_3)_{0,j}^k \Delta x_3^2} (T3_{1,j}^k - T3_{0,j}^k)(\lambda 3_{1,j}^k + \lambda 3_{0,j}^k) \\
&+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_3)_{0,j}^k \Delta y_3^2} \left[(T3_{0,j-1}^k - T3_{0,j}^k)(\lambda 3_{0,j-1}^k + \lambda 3_{0,j}^k) + (T3_{0,j+1}^k - T3_{0,j}^k)(\lambda 3_{0,j+1}^k + \lambda 3_{0,j}^k) \right]
\end{aligned} \tag{3-57}$$

$$T3_{M1,j}^{k+1} = T3_{0,j}^{k+1}$$

⑤左下方边界单元($i=0, j=0$)及右下方边界单元($i=M1, j=0$)

$$\begin{aligned}
& (T3_{0,0}^{k+1} - T3_{0,0}^k) \times (\rho C_3)_{0,0}^k \times \frac{\Delta x_3}{2} \times \frac{\Delta y_3}{2} \\
&= \frac{T3_{1,0}^k - T3_{0,0}^k}{\Delta x_3} \times \frac{\lambda 3_{1,0}^k + \lambda 3_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta y_3}{2} \times \Delta t \\
&+ \frac{T3_{0,1}^k - T3_{0,0}^k}{\Delta y_3} \times \frac{\lambda 3_{0,1}^k + \lambda 3_{0,0}^k}{2} \times \frac{\Delta x_3}{2} \times \Delta t + (T_F^k - T3_{0,0}^k) \times h_s \times \frac{\Delta x_3}{2} \times \Delta t
\end{aligned} \tag{3-58}$$

整理得：

$$T3_{0,0}^{k+1} = T3_{0,0}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C_3)_{0,0}^k \Delta x_3^2} (T3_{1,0}^k - T3_{0,0}^k)(\lambda 3_{1,0}^k + \lambda 3_{0,0}^k) \quad (3-59)$$

$$+ \frac{\Delta t}{2(\rho C_3)_{0,0}^k \Delta y_3^2} \left[(T3_{0,1}^k - T3_{0,0}^k)(\lambda 3_{0,1}^k + \lambda 3_{0,0}^k) + 2\Delta y_3 (T_F^k - T3_{0,0}^k) h_s \right]$$

$$T3_{M1,0}^{k+1} = TS_{0,0}^{k+1}$$

⑥左上方边界单元($i=0, j=N2$)及右上方边界单元($i=M1, j=N2$)

$$(T3_{0,N2}^{k+1} - T3_{0,N2}^k) \times (\rho C_3)_{0,N2}^k \times \frac{\Delta x_3}{2} \times \frac{\Delta y_3}{2} \quad (3-60)$$

$$= \frac{T3_{1,N2}^k - T3_{0,N2}^k}{\Delta x_3} \times \frac{\lambda 3_{1,N2}^k + \lambda 3_{0,N2}^k}{2} \times \frac{\Delta y_3}{2} \times \Delta t$$

$$+ \frac{T3_{0,N2-1}^k - T3_{0,N2}^k}{\Delta y_3} \times \frac{\lambda 3_{0,N2-1}^k + \lambda 3_{0,N2}^k}{2} \times \frac{\Delta x_3}{2} \times \Delta t + (T_0 - T3_{0,N2}^k) \times h_U \times \frac{\Delta x_3}{2} \times \Delta t$$

整理得:

$$T3_{0,N2}^{k+1} = T3_{0,N2}^k + \frac{\Delta t}{(\rho C_3)_{0,N2}^k \Delta x_3^2} (T3_{1,N2}^k - T3_{0,N2}^k)(\lambda 3_{1,N2}^k + \lambda 3_{0,N2}^k) \quad (3-61)$$

$$+ \frac{\Delta t}{(\rho C_3)_{0,N2}^k \Delta y_3^2} \left[(T3_{0,N2-1}^k - T3_{0,N2}^k)(\lambda 3_{0,N2-1}^k + \lambda 3_{0,N2}^k) + 2\Delta y_3 h_U (T_0 - T3_{0,N2}^k) \right]$$

$$T3_{M1,N2}^{k+1} = TS_{0,N2}^{k+1}$$

(5)P4部分

对于整个P4部分($0 \leq i \leq M1, 0 \leq j \leq N2$)由对称性原理得:

$$T4_{i,j}^{k+1} = T3_{i,N2-j}^{k+1}$$

以上分析中没有涉及到混凝土发生物理化学变化时能量的吸收和释放。由于混凝土是由多相物体组成的人工材料,其中含有自由水和结合水,当外部环境受火时,外部混凝土先受热,受热部分混凝土中的自由水将向低温处迁移;当自由水温度达到 100℃ 时,将汽化吸收汽化热;当达到更高温度时,混凝土中的水化物和 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 等将发生分解,这一物理化学反应中,又需要吸收热能。为简化计算,本文采用放大混凝土的比热的方法来考虑混凝土中由于水分子的影响而使温度滞后的效应,具体数值根据试验结果标定。

3.4 火灾下钢筋混凝土构件截面温度场试验验证

3.4.1 三面受火时混凝土矩形截面梁温度场的试验验证

文献[67]中提供了详尽的钢筋混凝土梁在三面受火时温度场试验结果,其火灾升温曲线按式(3-1)进行。试验梁截面尺寸为200mm×200mm,顶部为被火面,其中1、2、3、4、5、6点分别为截面中心距离底面0、10、20、40、70、100mm处的测点。利用本章3.3.3.1中有限差分理论编制了程序,并对文献[67]中的试验

结果进行了计算分析，结果表明：

(1) 换热系数对混凝土表面的温度影响较大，而对混凝土内部的温度影响较小，且与试验结果相比，在火灾升温开始阶段，当换热系数采用式(3-5)时，混凝土表面计算的温度低于实测温度，当换热系数采用式(3-6)时，混凝土表面计算的温度与实测温度符合较好，而火灾升温后期，混凝土表面计算的温度都高于实测温度，笔者通过试算发现，当取

$$h_s = 4\sigma\epsilon_E (T_F + 273)^3 \leq 150 \quad (3-62)$$

时，可使钢筋混凝土梁表面温度场计算结果与试验结果较一致；

(2) 根据混凝土温度场的实测结果，当取混凝土的比热放大系数为1.3时，可较好模拟混凝土中由于水分子的物理化学变化而产生的温度滞后效应，使混凝土内部温度场取得较理想的计算结果。

图3-3给出了不同火灾试验时刻下的截面等温曲线。图3-4给出了计算结果与文献[67]试验结果的比较，两者符合较好。

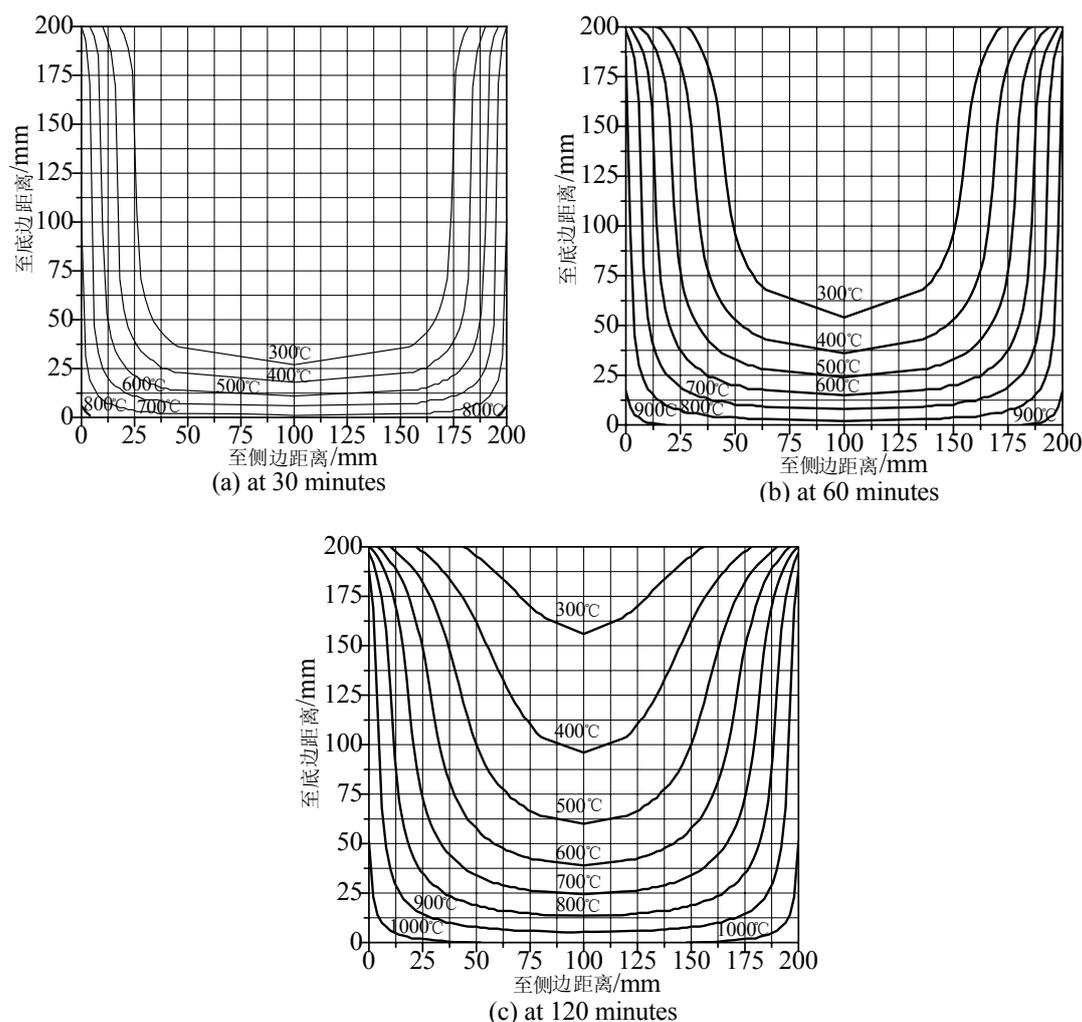


图3-3 钢筋混凝土梁三面受火下不同时刻截面温度分布图

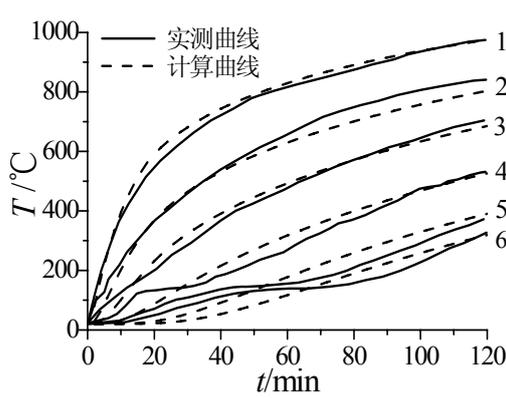


图3-4 三面受火钢筋混凝土梁温度场
实测值与计算值的比较

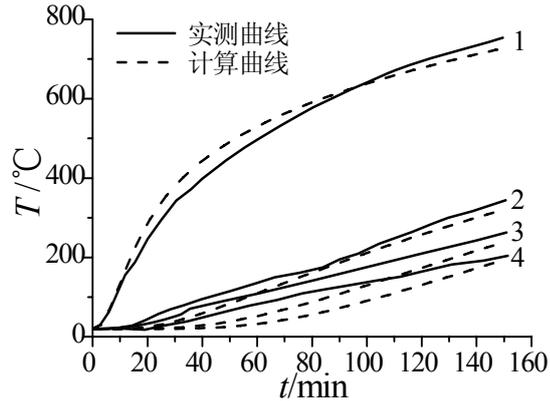


图3-5 四面受火钢筋混凝土柱温度场
实测值与计算值的比较

3.4.2 四面受火时混凝土矩形截面柱温度场的试验验证

文献[68]中提供了详尽的钢筋混凝土柱在四面受火时温度场试验结果，其火灾升温曲线按 ASTM E119-88 曲线进行，其表达式如下：

$$T_F = 20 + 750 \left[1 - \exp(-3.79553\sqrt{t}) \right] + 170.41\sqrt{t} \quad (3-63)$$

式中， t — 燃烧持续时间，hour。

试验梁截面尺寸为 305mm×305mm，其中 1、2、3、4 点分别为截面中心距离底面 19.5、74.5、101.5、152.5mm 处的测点。

图3-5给出了计算结果与文献[68]试验结果的比较，两者符合较好。

3.4.3 底面受火时混凝土 T 型截面梁温度场的算例分析

目前，笔者尚未见到有关底面均匀受火钢筋混凝土 T 梁温度场的报道，但可将已有的三面受火钢筋混凝土矩形截面梁的温度场试验结果，对底面受火钢筋混凝土 T 梁温度场进行间接验证。

文献[67]提供了三面受火钢筋混凝土矩形梁温度场的试验结果，其火灾升温曲线按式(3-1)进行，试验梁截面尺寸为 $b \times h = 200\text{mm} \times 200\text{mm}$ ，顶部为被火面，其中 1、2、3、4、5、6 点分别为截面中心距离底面 0、10、20、40、70、100mm 处的测点。笔者在此基础上构造了如图 2-6 所示的底面受火钢筋混凝土 T 梁截面，其中 b 和 h 不变， $bf = 800\text{mm}$ ， $hf = 50\text{mm}$ ，由于测点位置远离翼缘板，因此相同测点位置的底面受火 T 梁的温度测点计算值与三面受火矩形梁的温度测点计算值与实测值^[67]差别应当较小，如文献[69]所示，比较结果表明笔者提出的底面受火钢筋混凝土 T 梁温度场计算理论的正确性。图 3-6 为截面等温曲线。

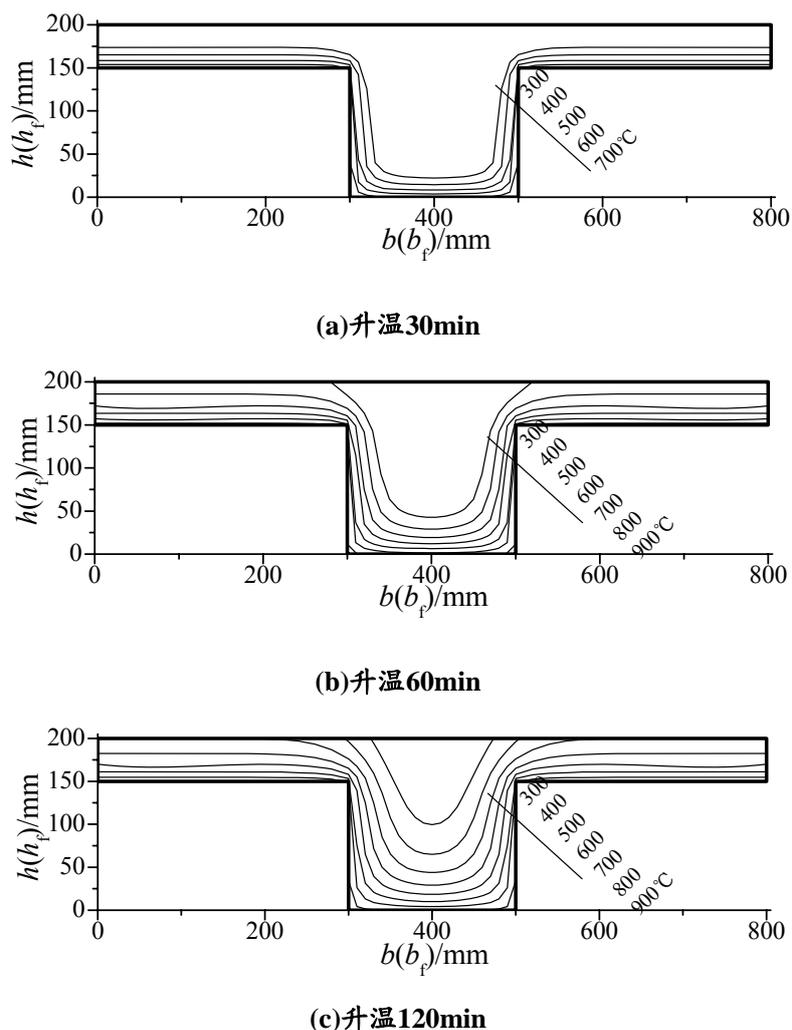


图 3-6 不同火灾试验时刻下的 T 梁截面温度分布

3.5 小结

(1) 采用矩形网格法，并结合离散体积单元的能量守恒原理推导了几种常见的钢筋混凝土构件在火灾下的温度场的有限差分方程，用增大混凝土比热的办法考虑混凝土中自由水、结合水的物理化学反应所产生的温度滞后效应。

(2) 通过对温度场试验结果的分析，合理的确定了混凝土表面换热系数 1.3 和混凝土比热放大系数计算公式。

(3) 通过对温度场试验结果的对比，笔者所进行的温度场的理论计算具有一定的精度，可用作计算钢筋混凝土构件耐火极限的依据，为进一步深入研究钢筋混凝土构件在高温下的力学性能和耐火极限创造了条件。

第四章 高温下和高温后无粘结预应力混凝土梁试验研究

4.1 概述

目前国内外研究者对预应力混凝土结构的防火性能作了大量的研究。但由于火灾作用下预应力混凝土结构受力性能复杂, 试验费用昂贵, 测试手段受到高温的限制, 并且受混凝土常温下的立方体强度、骨料的类型、配合比、养护条件、钢材成分、结构构件试验时采用的升温过程以及温度—应力途径等诸多因素的影响, 对于预应力混凝土构件和结构在火灾作用下的受力性能以及火灾作用后的残余性能, 不同的试验其结果有所差别。本章仅采用改变预应力筋保护层厚度和加载方式这两种因素对无粘结预应力混凝土简支梁进行火灾试验研究, 以期为我国预应力混凝土结构防火设计规范的完善提供相应的试验数据。

4.2 试验研究概况

4.2.1 试验内容及试件设计

本次试验共设计6根无粘结预应力混凝土梁。其中1根进行常温加载试验(编号为L51), 目的在于通过常温下的加载试验, 了解预应力混凝土梁的变形情况, 得到预应力混凝土梁的开裂荷载、极限荷载及相应的变形数据并为后面各根预应力混凝土梁的火灾试验和分析提供参考; 1根进行先升温后加载试验, 研究不同加载方式对无粘结预应力混凝土梁防火性能的影响(编号为L53); 其余4根进行恒载升温试验, 在相同荷载作用下改变预应力筋保护层厚度来研究预应力筋保护层厚度对无粘结预应力混凝土梁防火的影响。

表 4-1 无粘结预应力混凝土简支梁火灾试验构件设计分组

试件分组	加载方式	预应力筋保护层(mm)	根数	初始荷载(kN)	升温时间
L51	常温静载	50	1	—	—
L42	恒载升温	40	1	40	120 分钟
L52		50	1	40	120 分钟
L62		60	1	40	120 分钟
L72		70	1	40	120 分钟
L53	先升温后加载	50	1	0	120 分钟

梁编号的第一位数为其预应力筋保护层厚度厘米数，第二位数为其分组数。
试验梁分组见表 4-1:

本试验梁均采用同一强度等级的混凝土，其设计强度等级为C40。每根梁浇筑时测得的立方体抗压强度见表4-2:

表4-2 无粘结预应力混凝土梁试件立方体抗压强度

梁号	试件养护天数	试块立方体抗压强度 (MPa)			立方体抗压强度平均值 (MPa)
		试块1	试块2	试块3	
L51	28	40.17	43.91	46.75	43.61
L42	28	41.95	51.37	46.73	46.68
L52	28	51.11	45.24	47.23	47.86
L62	28	44.8	51.73	46.53	47.68
L72	28	49.33	48.71	47.28	48.44
L53	28	44.08	48	52.97	48.35

表 4-3 钢筋的材料特性

钢筋种类	屈服强度 (Mpa)	极限强度 (Mpa)	弹性模量 (Mpa)
I 级钢筋 $\phi 8$	353.4	494.7	2.1×10^5
新III级钢筋 $\phi 16$	495.3	648.9	1.99×10^5
预应力钢绞线 $\phi^i 15$	1580.2	1788.6	1.98×10^5

梁的截面尺寸均为：250×350mm，梁长 4000mm，采用单筋矩形截面。预应力筋采用单根 $\phi^i 15$ 钢绞线，其张拉控制应力 $\sigma_{con} = 0.75 f_{tpk}$ ；纵向受力钢筋采用 2 根 HRB400 级的热轧螺纹钢筋，直径为 16mm，其保护层厚度为 25mm；架立钢筋采用 2 根 HRB400 级热轧钢筋，直径为 12mm；箍筋采用四边封闭箍筋，直径为 8mm，等级为 HPB235 级热轧钢筋，间距经抗剪承载力计算采用 80mm。钢筋的材料特性见表 4-3，构件截面尺寸和配筋如图 4-1 所示。

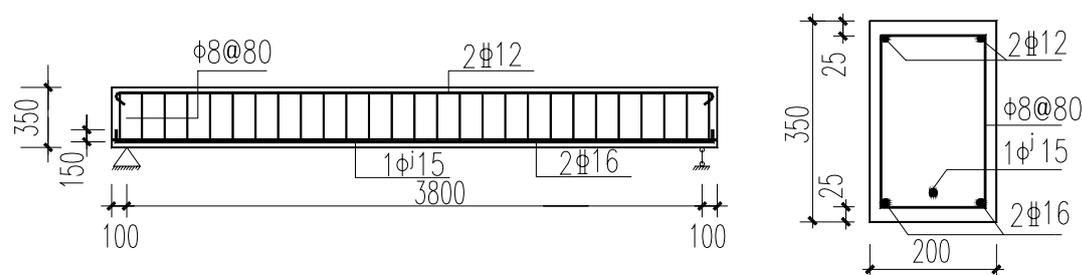


图 4-1 试验梁截面尺寸和配筋示意图(单位 mm)

4.2.2 试验装置和量测

高温实验系统一般由加热、量测、控制三部分组成。其中后两部分可购置仪表配置，而前者为非标准设备，而自行设计和加工。本试验的加热装置为中南大学结构与市政中心自行研制的 180KW 大型拼装式电阻炉。该炉由三部分电阻炉组合而成，可拆开单独进行小型构件试验，该试验炉的炉膛净空为宽 420mm,高 450 mm，试验炉体总长 3700mm。电阻炉全貌如图 4-2 所示：



图 4-2 电阻炉全貌

试验炉由炉箱结构、加热元件、隔热层、附件组成。炉箱结构由角钢和扁钢焊接成骨架，外面覆盖薄钢板，用以支撑并固定炉瓦和隔热材料，成为一个刚性的整体。

加热元件的主要部件是炉瓦丝，在炉瓦丝的外侧和炉箱之间，用硅酸铝耐火纤维保温材料填充，作为隔热层。炉箱的一侧上部有电阻丝接线端，可接入电源；炉箱中布有 3 个温度测控点，可以插入热电偶，以便适时监控温度。

温度控制柜中采用了继电器控制电路，电源通过控制柜接入试验炉，它能够控制电炉按照事先设定的升温曲线进行升温，并能测量到炉内各个热电偶的升温曲线。火灾试验前将 ISO834 标准升温曲线输入温度控制柜中，但由于实际功率达不到 ISO834 标准升温曲线所要求的功率，因而电炉实际升温曲线与标准升温曲线之间存在一些差异。但经多次的高温试验表明其实际升温曲线基本恒定，再现性较好。图 4-3 为 ISO834 标准升温曲线、三个电阻炉各自的实际升温曲线以及拟合曲线比较图。炉腔的实际升温曲线可以拟合为：

$$T = T_0 + 1230 - \frac{1230}{1 + \frac{t}{30}} \quad (4-1)$$

式中： T_0 —试验炉内的初始温度(°C)；

T —燃烧 t 分钟后试验炉内空气的平均温度(°C)。

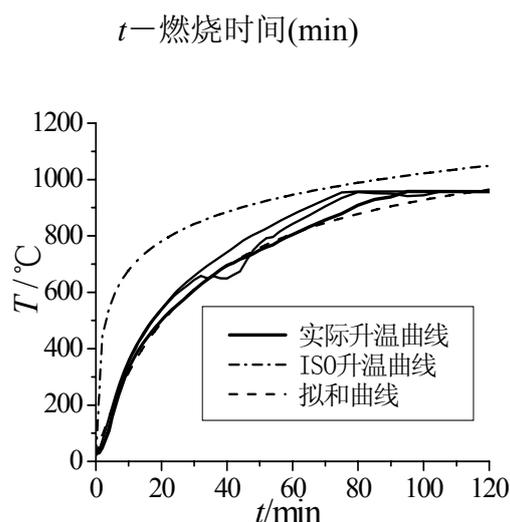


图 4-3 ISO 标准升温、试验炉实测升温
以及拟合升温曲线图

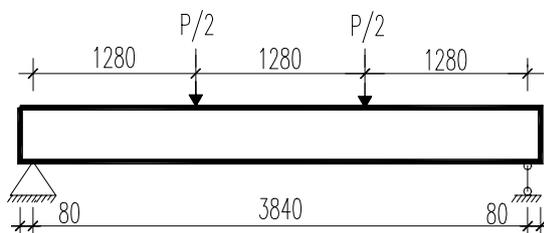


图 4-4 加载及挠度测量系统示意图

本次试验中的加载包括常温静载、高温下的恒载升温、高温下升温加载以及高温后的静载试验四部分。由于构件几何尺寸的统一性，对于不同工况的构件所选取的加载装置是相同的，加载及挠度测量系统如图 4-4 所示。跨中和三分点处设置电子百分表以测量跨中和三分点处挠度。在施加预应力端锚具处放置压力传感器以便在实验过程中随时测得预应力钢筋的力（应力）。

4.3 常温下无粘结预应力混凝土简支梁的静载试验

4.3.1 试验过程与现象

对梁 L51 进行常温下静载试验，试验系统如图 4-5 所示。试验采用分级加载，为使实验时各实验仪器有个预压，第一级荷载取 3 kN，而后每级荷载取 20kN，加完一级荷载后稳定 2 分钟再读数。

(1) 加载到 71kN 时，试验梁跨中和两个三分点附近的侧面和底面出现细微裂缝，宽度为 $w = 0.05 \text{ mm}$ ，高度为 100mm，因而开裂荷载确定为 71kN，计算开裂荷载为 63 kN。随着荷载的增加，新裂缝沿两个三分点之间分批出现，且裂缝宽度和高度不断开展，其中跨中纯弯段裂缝向上延伸，而两侧弯剪段的裂缝向加载点方向发展，与此同时试验梁挠度增加较快。

(2) 加载至 148kN 时，纯弯段裂缝条数已达到十余条，且分布均匀，平均裂缝间距约为 100mm，其中大部分裂缝宽度为 $w = 0.3 \text{ mm}$ ，高度为 200mm；弯剪段的裂缝宽度 0.1mm 左右，高度在 100mm 左右。荷载继续增加时，沿全梁分布的裂缝的宽度快速开展，裂缝高度也开展较快，试验梁挠度也明显增加。

(3) 加载至 180kN 时，最大裂缝宽度在 2mm 左右，最大裂缝高度在 23cm

左右，其裂缝分布如图 4-6 所示。继续加载，梁的挠度不断增大，裂缝宽度和高度也不断增大，并且可听见轻微断裂声，最后三分点处受压混凝土被压碎，表明所加荷载达到极限荷载，梁进入破坏状态。其破坏形态如图 4-7 所示。



图 4-5 常温下的试验系统全貌



图 4-6 裂缝分布图



(a) 受压区混凝土压碎

(b) 受拉区裂缝贯穿到梁顶部

图 4-7 试验梁破坏形态

4.3.2 试验的挠度以及预应力筋应力测量

在试验梁的跨中和三分点位置布置了百分表以测定梁的挠度，由于在实际工程中，控制变形的指标是跨中挠度，因此本文只分析了荷载与跨中挠度的对应关系，对于其余截面挠度不再进行具体的分析，后文所指的挠度如无特别说明也均指跨中挠度。在施加预应力端锚具处放置压力传感器以便在实验过程中随时测得预应力钢筋的力（应力）。

把梁放上加力架，并且把百分表和压力传感器安装好后，用千斤顶对试验梁施加 $0.75f_{pk}$ 的预应力后退锚，测得其有效预应力为 971MPa，其跨中反拱为 2.06mm。然后施加荷载直至破坏。表 4-4 为试验梁挠度随荷载而变化的记录表，表 4-5 为试验梁预应力钢筋应力增量随荷载而变化的记录表。

表 4-4 常温加载试验荷载和挠度增量关系记录表

荷载 (KN)	挠度 (mm)	荷载 (KN)	挠度 (mm)	荷载 (KN)	挠度 (mm)	荷载 (KN)	挠度 (mm)
0	0	72	3.34	148	16.63	176	32.9
3	0.11	81	4.46	154	18.64	180	36
12	0.43	91	4.76	157	20.74	188	38.93
24	0.86	101	7.39	161	22.78	189	42.06
33	1.17	111	9.06	163	24.71	193	45.43
43	1.99	121	10.08	166	26.71	195	51.07
53	2.1	131	11.89	169	28.76	197	54.2
62	2.65	141	14.1	172	30.93	198	57.35

表 4-5 常温加载试验荷载和预应力筋应力增量关系记录表

荷载 (KN)	应力增 量(Mpa)	荷载 (KN)	应力增 量(Mpa)	荷载 (KN)	应力增 量(Mpa)	荷载 (KN)	应力增 量(Mpa)
0	0	72	44.6	148	242.44	176	467.62
3	0.71	81	61.15	154	265.46	180	502.87
12	5.03	91	80.57	157	292.08	188	538.12
24	7.91	101	105.03	161	316.54	189	563.30
33	11.51	111	125.17	163	338.84	193	595.68
43	16.54	121	146.04	166	363.30	195	647.48
53	22.3	131	180.57	169	390.64	197	666.18
62	30.2	141	215.10	172	435.25	198	697.85

笔者根据第五章的相关内容,不考虑温度影响编制了常温下无粘结预应力混凝土梁的计算程序。计算得反拱为 2.13mm,图 4-8 为无粘结预应力混凝土梁挠度增量实测值与计算曲线比较图;图 4-9 为无粘结预应力混凝土梁预应力钢筋增量实测曲线与计算曲线比较图。可见常温下无粘结预应力混凝土梁的计算程序的计算结果与实测结果吻合较好。另外,而按我国《无黏结预应力混凝土结构技术规程》(JGJ/T92—93)算得该梁预应力钢筋极限应力为 1141Mpa,极限荷载为 88.69kN,该值与 $w_{\max} = 0.2$ 时对应的实测值较为接近,但从承载力角度看,该梁具有足够的安全储备。

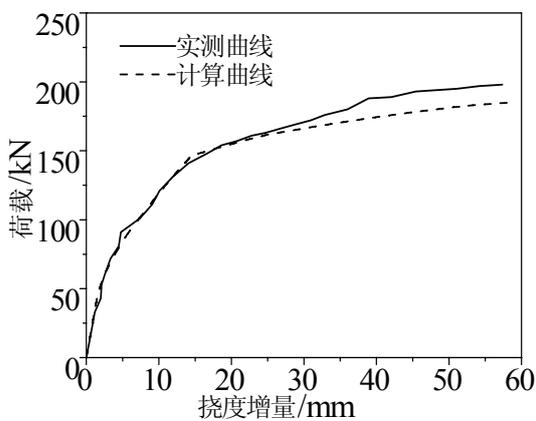


图 4-8 常温下试验梁挠度增量实测值与计算值比较图

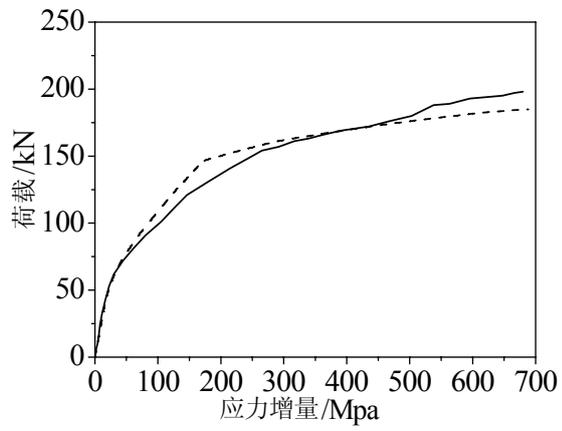


图 4-9 常温下预应力筋应力增量实测值与计算值比较图

4.4 高温下无粘结预应力混凝土梁试验

4.4.1 试验过程与现象

由于试验条件的限制,对于恒载升温的试验构件,在高温试验前用千斤顶只加载 40kN;而对于先升温后加载的试验构件,在高温试验时先不加载,然后打开电炉开关开始火灾试验。电炉按照事先设定的升温曲线进行升温,炉箱中的 3 个温度测控热电偶每分钟记录一次数据,然后通过计算机记录下来并且来控制电炉的输入功率。构件内部温度场由插入构件预留孔洞中的热电偶测量并用采集系统自动记录下来。

通过高温试验发现:

(1) 高温试验与常温试验差异很大。升温开始后,构件马上变形,其变化是一个动态连续过程。整个试验过程中随着时间的推移,梁内部温度逐渐升高;所有试验梁的挠度开始时增加很大,而后增加变缓,最后又增加较快的变化过程,由于试验时所加恒载较小,并且梁刚度较大,所以构件变形相对平稳。

(2) 火灾试验中, 各构件均有渗水现象。一般在开始升温 10min 后, 梁预留孔洞处便有水蒸气冒出; 15min 后, 沿全梁均有水蒸气冒出, 其后沿全梁冒出水蒸气逐渐增多, 而预留孔洞处的水蒸气最多, 其渗水情况如图 4-10 所示; 25min 后, 两个端部的锚具处开始冒气, 到 45min 时达到最多, 侧面的大部分面积已被渗水所覆盖, 其渗水情况如图 4-11 所示; 50min 后, 沿全梁冒出的水蒸气逐渐减少; 60min 后, 沿全梁已基本上观察不到水蒸气, 构件表面重新干燥, 只有预留孔洞处有较为明显的水蒸气喷出, 其周围混凝土较为湿润。

(3) 火灾试验中还观察到一个特殊现象, 即油脂流淌现象。一般在开始升温 25min 左右时, 梁端部的锚具处开始连续滴油, 30min 后有大量乳白色水流出, 在锚具处形成几条白色线状物体, 35min 后锚具处有大量水蒸气和油的混合物喷出, 有强烈的水泥浆和油的混合味, 并伴随着较大的“嗤嗤”声。这种漏油现象一般持续 10min 左右, 此后逐渐停止。由于无粘结预应力筋外层涂有大量油脂, 外面再包裹胶皮管, 所以火灾中出项这一现象是无粘结预应力构件所独有的。

(4) 在火灾试验进行到 50min 左右时, 试验梁内有轻微的爆裂声, 65min 左右时, 在三分点处有较为强烈的爆裂声。

(5) 火灾试验结束后, 梁自然冷却到室温时, 将其从试验炉中吊出。可以观察到, 梁的受火面的颜色变成灰白甚至暗红, 上面还出现起鼓、酥松、脱落等现象, 图 4-12 为混凝土爆裂后的形状。梁的上表面和底面还分布有无规则的横向裂缝。另外, 整个受火面上均分布有细微可见的呈树叶状的裂纹, 且温度越高, 裂纹越多越清晰。图 4-13 为混凝土表面裂纹。



图 4-10 预留孔洞处喷出水蒸气照片



图 4-11 端部锚具处喷出水蒸气照片



图 4-12 混凝土的爆裂



图 4-13 混凝土表面裂纹

4.4.2 高温下构件内部的温度测量

由于三面受火下混凝土梁的三维温度场可以简化为二维温度场，因而可以选择测量不同截面内不同位置点来模拟梁内部的温度场。为测定火灾试验时无粘结预应力混凝土梁的温度，需在其内部预留孔洞以插入热电偶。为了尽可能的减少预留孔洞对梁的受力性能的影响，并且尽可能的代表梁内的温度场，将空洞留在梁的 1/4 跨和 3/4 跨附近。由于试验条件的限制，本文选取了具有代表性的 1、2、3、4、5、6 六个点进行测量，其在梁中位置如图 4-14 所示。五根高温下试验梁的热电偶的预留空洞位置相同。

由于各梁均按照相同的升温曲线进行升温，各次测量的温度数据基本相同。利用本文第二章温度场程序对试验结果进行了计算分析，可得各测点温度实测值与计算值的比较图。图 4-15 为测点温度实测值与计算值比较图。

从图 4-15 可见，在测点温度达到 100℃后，每根曲线都有一个平台，这是因为在 100℃左右时混凝土内游离态水份蒸发，吸收热量，导致短时间内梁内温度基本没有升高。而过此平台后，随着时间的推移，梁内温度不断升高。另外可以看出所有测点在出现平台之前其实测温度值均比计算值高，这主要是由于在测量温度时是将热电偶插入梁内预留孔洞内，而梁受热升温时，其内部距离受火面越近的地方升温越快，并且将较高温度的游离态水带到温度较低的被火面，而预留孔洞改变了其周围原有的游离态水的流动方向，其下部温度较高的游离态水直接从预留孔洞处喷出形成水蒸气，其从而使其在出现平台之前其温度均比计算值高。出现平台之后，在靠近受火面的测点（如 1、2、3、6 点），其温度升高较快，但由于预留孔洞的存在使得其受火边界发生改变，大量热量从预留孔洞中散失，使得其测量值偏低；而在远离受火面的测点（如 4、5 点），其温度升高很慢，但从其下部温度较高的游离态水中得到的热量比从预留孔洞中散失的热量要多，使得其测量值偏高。

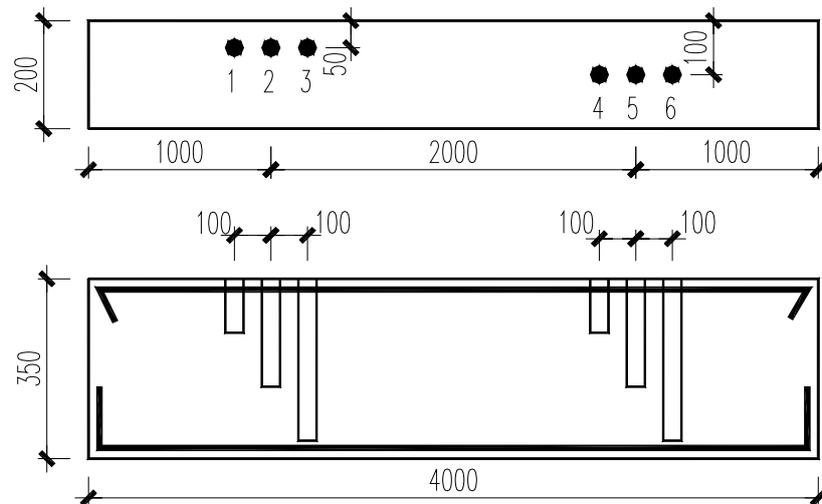
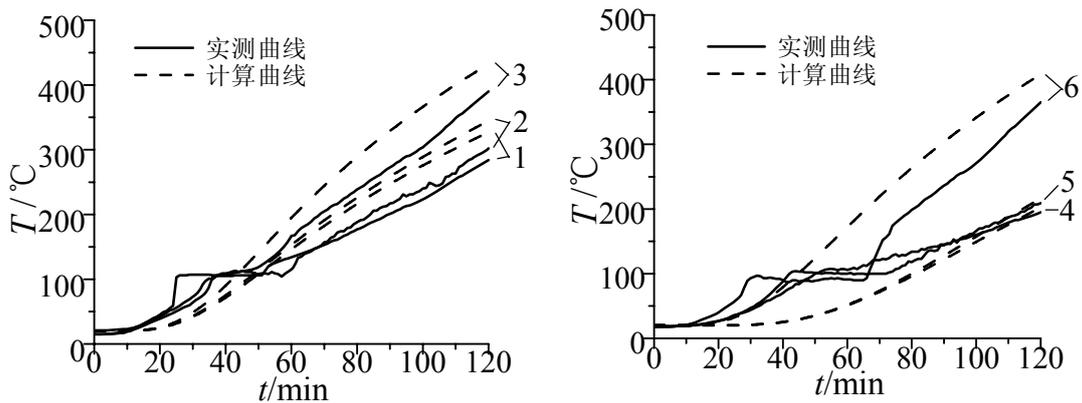


图 4-14 试验梁中热电偶测点编号和布置图 (单位 mm)



(a) 1、2、3 点温度实测值与计算值比较 (b) 4、5、6 点温度实测值与计算值比较

图 4-15 测点温度实测值与计算值比较图

4.4.3 高温下构件的变形

在无粘结预应力混凝土梁抗火试验中,简支梁的挠度和轴向变形是初始荷载和高温共同作用下而产生的结果。

在试验梁跨中部和自由端设置百分表,每隔五分钟读一次数。表 4-6 列出了各试验梁在各个时刻的实测跨中挠度,表 4-7 列出了各试验梁在各个时刻的实测轴向变形值。根据试验实测数据绘出各试验梁跨中挠度增量——时间关系曲线和轴向变形——时间关系曲线,如图 4-16 所示。

表 4-6 高温下挠度增量与时间实测数据(mm)

梁号 时间(min)	L42	L52	L62	L72	L53
0	0	0	0	0	0
5	1.37	0.15	1.6	0.5	0.08
10	3.87	1.43	3.2	3	0.9
20	6.97	4.43	7.55	6.62	3.65
30	11.52	7	11.15	10.5	6.35
40	15.47	9.3	15.55	15.21	8.75
50	19.7	11.05	17.95	18.5	10.9
60	25.27	12.37	20.11	20.35	12.05
80	34.38	14.36	23.95	25.45	13.55
90	42.28	16.31	27.5	29.14	14.75
95	46.53	17.24	29.05	30.85	15.45
100	51.18	18.71	29.9	33	16.05
105	55.31	19.81	30.9	35	17.55
110	62.11	21.81	31.85	36.45	17.95
115	76.51	23.66	32.92	38.3	18.95
120		26.34	34.44	39.9	20.25

表 4-7 高温下轴向变形与时间实测数据(mm)

梁号 时间(min)	L42	L52	L62	L72	L53
0	0	0	0	0	0
5	0.15	0.12	0.09	0.19	0.08
10	1	1.04	0.39	2.24	0.5
20	3.6	3.4	3.05	4.44	2.7
30	6.25	6.16	5.85	7.34	5.3
40	8.85	8.7	8.65	9.54	7.9
50	11.45	10.8	10.75	11.39	10.35
60	13.25	12.8	12.49	13.39	12.5
65	14.35	13.6	13.4	14.54	13
75	16.85	15.5	14.93	16.16	15.6
80	18.15	16.5	15.8	17.07	16.6
90	20.85	18.3	17.43	18.79	18.7
95	22.05	19.5	19.2	19.49	20
100	23.65	20.4	20.15	20.34	20.8
105	25.5	21.5	21.25	21.44	22
110	28.95	22.6	22.6	22.54	22.8
115	31.75	23.7	23.9	23.64	23.6
120		24.4	24.45	24.14	24.6

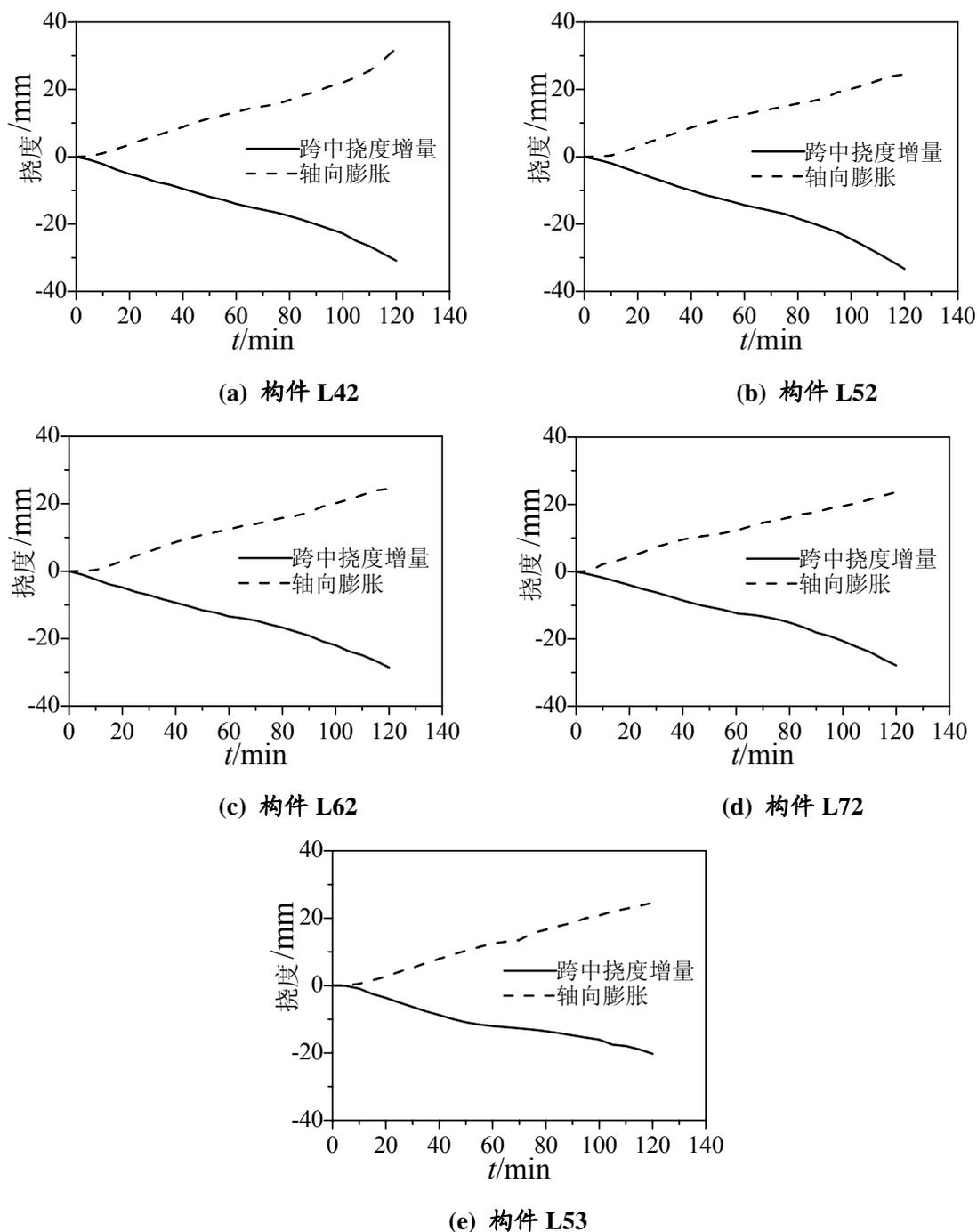


图 4-16 试件跨中挠度增量、轴向变形与时间关系曲线图

4.4.4 高温下无粘结预应力筋的应力变化

高温下无粘结预应力钢筋的应力随时间变化比较复杂，其原因在于，在升温初期，由于火灾温度低，而且预应力筋位置距受火面较远，温度对预应力筋的力学性能影响较小，此时构件主要是由荷载和混凝土热应变而引起的变形，所以预应力筋的应力会有所增加。随着火灾时间和温度的增加，预应力筋产生高温变形，这种高温变形增长很快，数值也较大，导致预应力筋显著松弛，预应力筋应力急

剧降低。图 4-17 为高温试验中无粘结预应力钢筋的应力变化曲线图。图中虚线引出数值为在引出点的时刻下预应力钢筋相应的温度值。

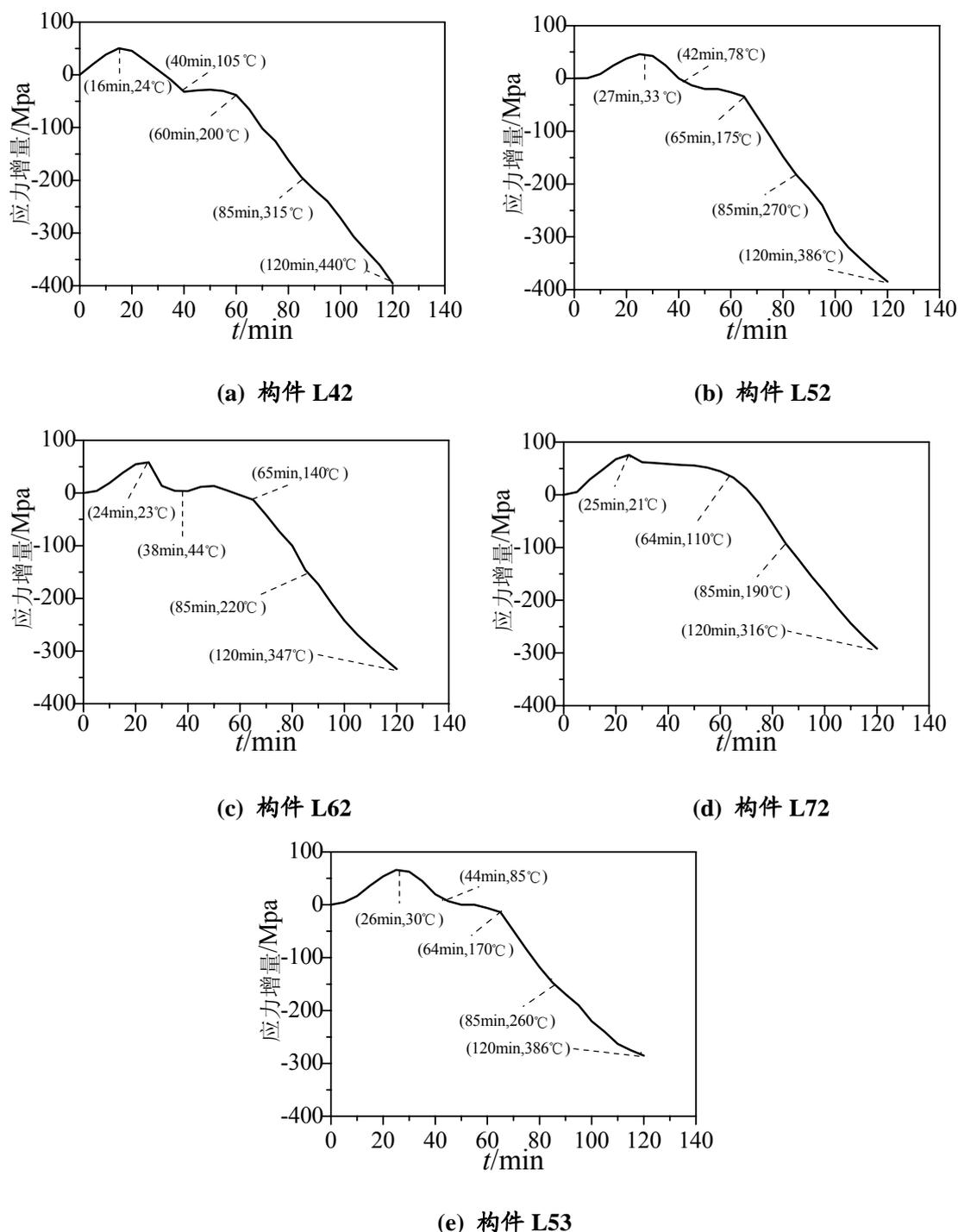


图 4-17 高温下预应力筋应力增量曲线图

4.4.5 不同预应力筋保护层厚度对抗火性能的影响

由于混凝土是惰性材料, 所以适当的增加预应力钢筋的保护层厚度可以延缓

其升温进程,减缓其力学性能退化的速度,从而提高预应力混凝土构件的抗火性能。在本章试验中对预应力钢筋的保护层厚度不同的 L42、L52、L62、L72 构件进行了比较研究,其预应力钢筋的保护层厚度分别为 40mm、50mm、60mm、70mm。图 4-18 为不同预应力筋保护层厚度构件的变形随时间曲线图。

由图 4-18 可见,虽然增加预应力钢筋的保护层厚度可以提高预应力混凝土构件的抗火性能,如构件 L72、L62 在相同荷载的作用下的抗火性能均比其预应力钢筋保护层厚度小的构件的抗火性能好;但是由于预应力钢筋位置的不同,其越靠近截面中性轴(预应力钢筋保护层厚度越大)对构件提供的抵抗惯性矩越小,这使在相同荷载作用下预应力钢筋的保护层厚度的增加降低了构件的抗火性能,从而使得构件抗火性能随不同预应力钢筋的保护层厚度的变化规律不直观,但从总体说来,增加预应力钢筋的保护层厚度可以提高预应力混凝土构件的抗火性能。

4.4.6 不同加载方式对抗火性能的影响

在火灾实验中,不同的温度—荷载加载途径对混凝土构件的抗火性能有着不小的影响。在本文的高温试验中,对构件 L52 和 L53 进行了两种极端的温度—荷载加载途径。L52 为先加载后升温两小时,而 L53 先升温两小时后恒温加载,其各自的变形曲线图见图 4-19 所示。

由图 4-19 可以看出,先加载后升温的试验梁的抗火性能优于先升温后加载的试验梁的抗火性能。这与文献[41]中所得到的结论是一致的。

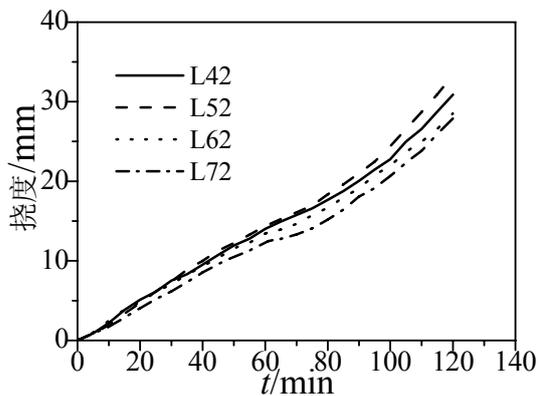


图 4-18 不同保护层厚度构件挠度增量曲线图

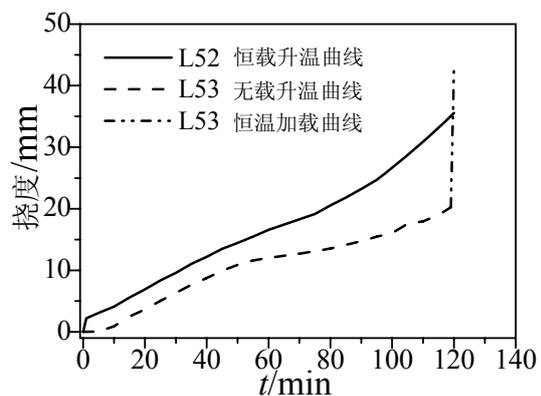


图 4-19 不同加载途径构件挠度增量曲线图

4.5 高温后无粘结预应力混凝土梁试验

4.5.1 试验过程与现象

将火灾冷却后的无粘结预应力混凝土梁进行静力加载试验,研究其破坏形式

以及剩余承载力的大小, 试验过程与未受火的梁静力加载试验相似。由于混凝土受高温损伤已经开裂, 所以与未受火的梁静力加载试验稍有不同, 主要表现在: 由于受高温影响, 在高温后的构件表面上已经出现大量裂缝, 因此在高温后的加载中, 已不存在典型的不开裂弹性阶段, 而出现较为明显的二折线形式; 梁的挠度比常温时明显要大。高温后各试验梁裂缝发展较为明显, 且分布较为均匀, 在跨中表现为竖向裂缝, 支座附近为斜向裂缝。其破坏形态与常温下破坏形态基本相同, 表现为, 裂缝宽度和高度不断增大, 最终形成贯穿裂缝, 三分点处受压混凝土被压碎。

4.5.2 试验的挠度以及预应力筋应力测量

将高温后的试件进行静载试验, 在各级荷载作用下, 挠度变化的记录见表 4-9, 根据表中的数值绘制成的荷载—挠度曲线, 如图 4-20 所示。预应力钢筋的应力增量记录见表 4-10, 根据表中的数值绘制成的荷载—预应力筋应力曲线, 如图 4-21 所示。

表 4-8 高温后静载试验荷载与位移实测数据

L42		L52		L62		L72		L53	
荷载 (kN)	位移 (mm)								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	2.15	10	2.38	10	1.09	10	2.53	10	2.25
30	6.45	30	9.03	30	7.25	30	8.75	30	8.52
50	12.21	50	15.31	50	12.5	50	14.25	50	14.42
60	14.8	60	18	60	15.27	60	17	60	17.37
70	17.2	70	20.86	70	17.6	70	19.45	70	20.22
80	19.9	81	31.51	80	20.15	80	22.2	80	22.55
90	28.55	91	43.21	90	27.05	90	33.6	90	29.27
94	33.15	94	46.12	95	32.28	97	44.4	94	36.17
100	39.15	100	52.79	102	37.73	100	46.72	96	39.27
103	43.2	105	59.33	107	44.41	105	52.1	102	44.84
107	45.2	108	62.56	112	50.11	110	58.22	107	50.34
112	49.6	110	65.78	117	55.41	115	63.7	111	56.87
118	54.92	113	69.13	122	61.01	122	70.5	118	61.32
123	61.2	117	73.08	126	66.31	128	75.98	124	66.47
128	66.42	120	76.76	131	71.83	131	81.98	127	71.57
133	71.8	123	80	135	77.1			131	75.72
138	76.6	125	83.2	140	82.62			134	79.46
142	82.2							136	83.51

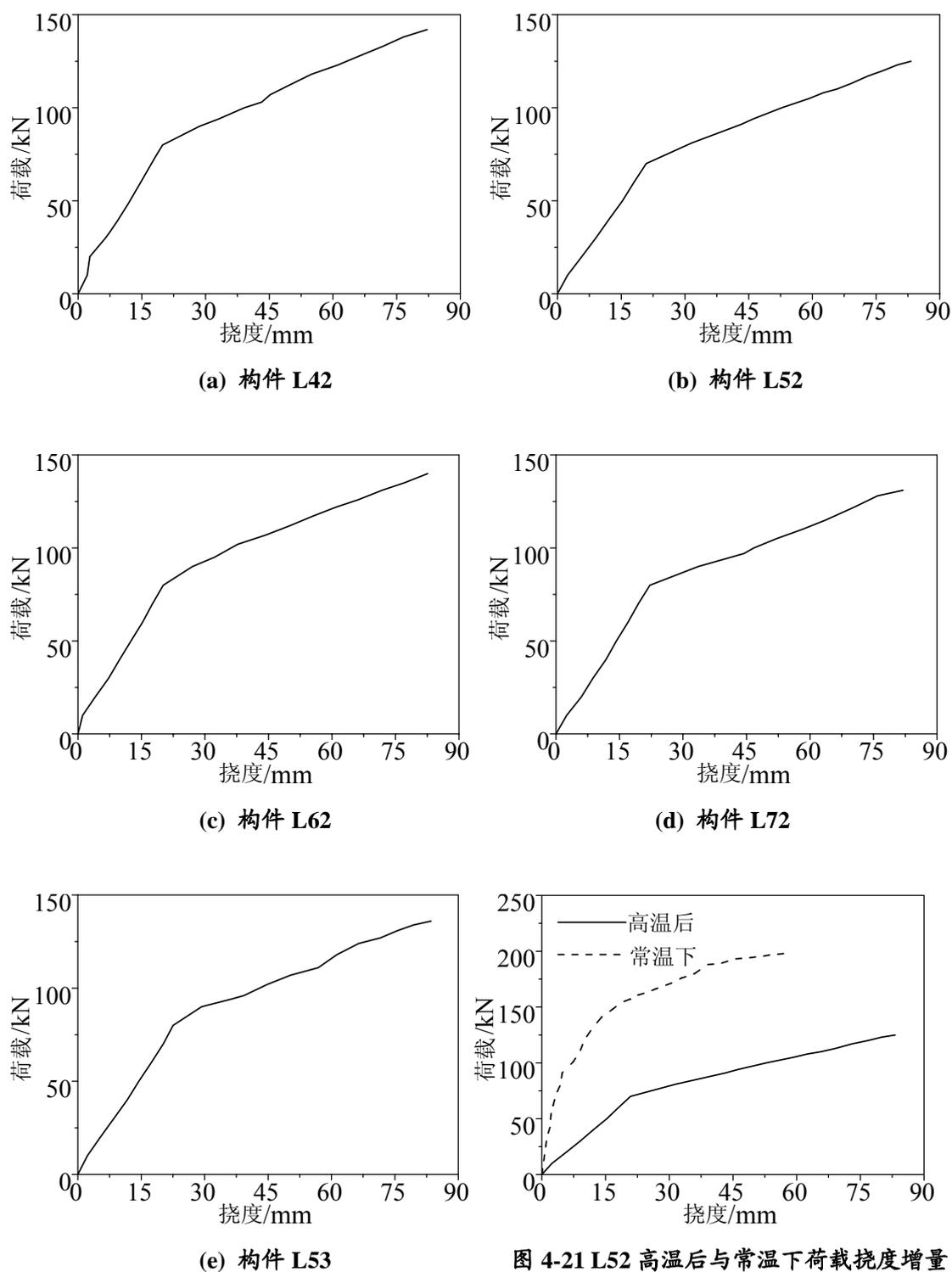


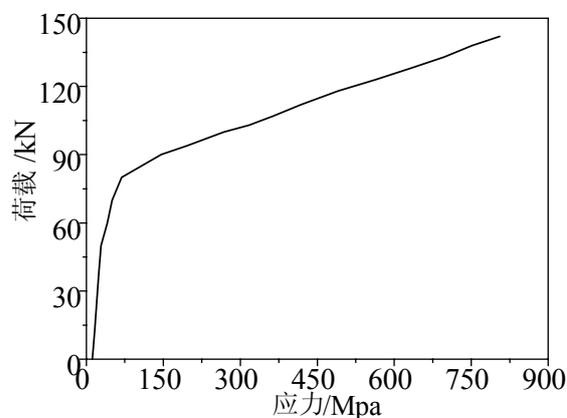
图 4-20 高温后荷载挠度曲线图

图 4-21 L52 高温后与常温下荷载挠度增量对比曲线图

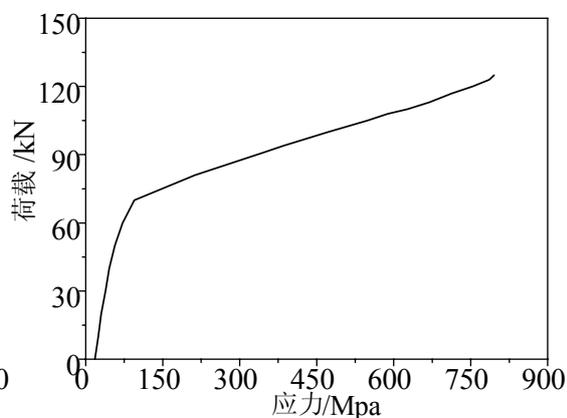
由图 4-20 可以看出，高温后各构件在加载过程中均出现较为明显的二折线形式，分别是开裂弹性阶段和塑性破坏阶段，另外由图 4-21 可以看出，高温后构件 L52 的刚度明显下降，并且其剩余承载力下降了 40%左右。

表 4-9 高温后静载试验荷载与预应力筋应力实测数据

L42		L52		L62		L72		L53	
荷载 (kN)	应力 (Mpa)								
0	11.5	0	17.9	0	14.3	0	8.6	0	11.5
10	15.1	10	24.4	10	15.1	10	10.0	10	17.9
20	18.7	20	30.2	20	16.5	20	11.5	20	23.0
30	21.5	30	38.8	30	21.5	30	13.6	30	27.3
40	25.1	40	46.0	40	26.6	40	16.5	40	33.0
50	28.7	50	56.8	50	41.0	50	25.8	50	38.8
60	41.0	60	71.9	60	60.4	60	37.4	60	46.0
70	50.3	70	94.9	70	80.5	70	51.7	70	61.1
80	69.0	81	212.9	80	103.5	80	74.1	80	79.8
90	146.0	91	346.7	90	192.0	90	201.4	90	162.5
94	197.1	94	386.3	95	259.7	97	320.8	94	232.3
100	267.6	100	471.9	102	332.3	100	348.2	96	267.6
103	317.2	105	548.9	107	405.0	105	414.3	102	333.8
107	364.0	108	588.4	112	474.8	110	487.0	107	395.6
112	418.7	110	626.6	117	541.0	115	551.7	111	461.1
118	490.6	113	669.	122	608.6	122	629.4	118	525.1
123	563.3	117	713.6	126	674.8	128	715.8	124	588.4
128	631.6	120	753.9	131	736.6	131	767.6	127	654.6
133	697.1	123	786.3	135	799.2			131	706.4
138	751.7	125	795.6	140	860.4			134	751.0
142	805.7							136	789.9



(a) 构件 L42



(b) 构件 L52

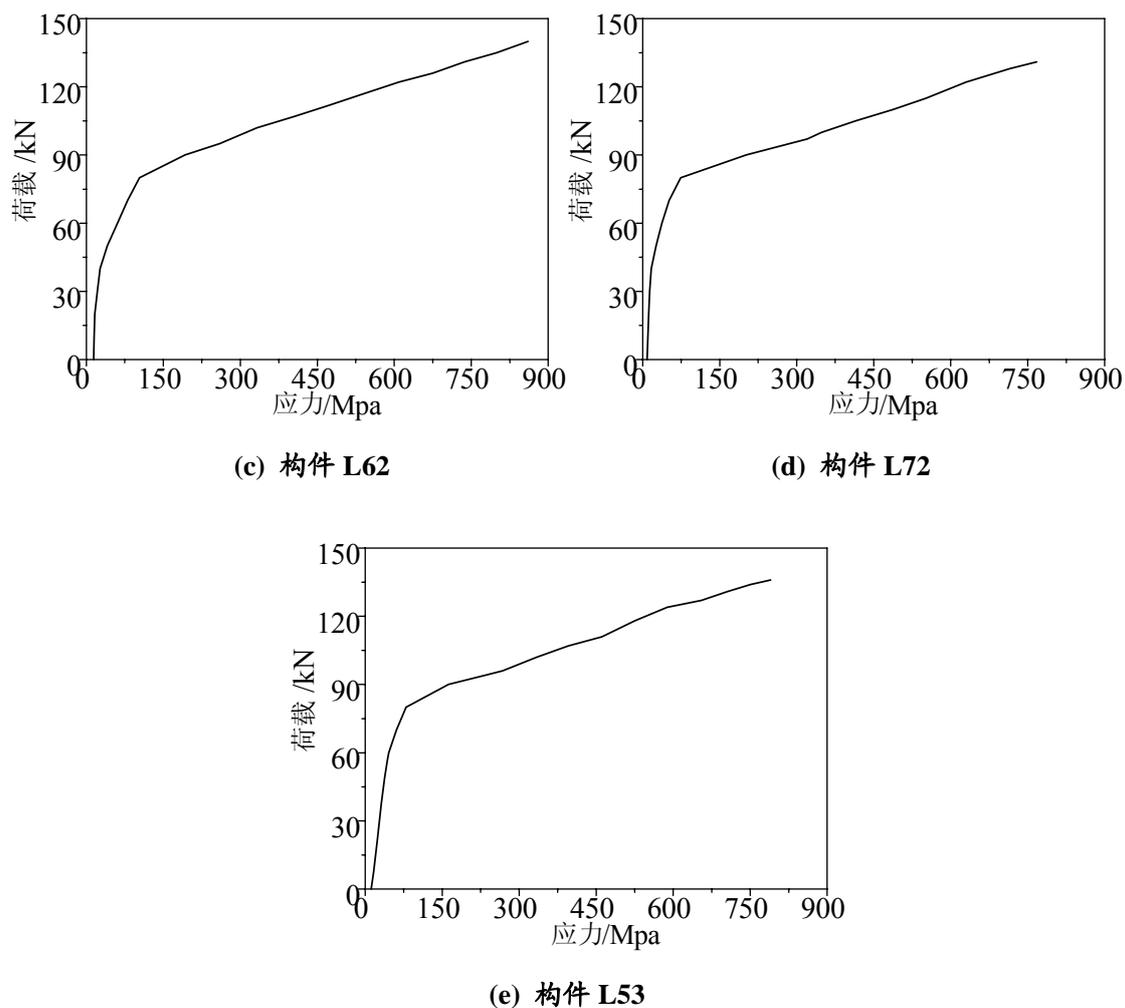


图 4-22 高温后荷载预应力筋应力曲线图

由表 4-9 可以看出,高温后无粘结预应力钢筋的有效预应力丧失了 98%左右。可见,高温作用对无粘结预应力混凝土构件造成的损害是十分严重的。高温作用导致了无粘结预应力钢筋的材质劣化,但在高温后的静载试验中发现,无粘结预应力钢筋仍能发挥一定的作用,如图 4-22 所示,并且其荷载——应力曲线呈明显的二折线形式,与高温后荷载——挠度曲线变化的规律一致。

4.5.3 不同预应力筋保护层厚度对高温后剩余承载力的影响

高温时无粘结预应力钢筋的保护层厚度较大的构件,由于混凝土的惰性使得无粘结预应力钢筋所达最高温度较小,因而使其所受损伤较小,故其高温后剩余承载力较大,图 4-23 为不同预应力钢筋保护层厚度构件 L42、L52、L62、L72 高温后变形曲线图。由于构件中预应力钢筋在截面位置布置上的不同,使得其相应的常温下的承载力也不同,这导致了曲线变化规律的不直观。

4.5.4 不同加载方式对高温后剩余承载力的影响

不同加载方式对无粘结预应力混凝土梁高温后的剩余承载力也有一定的影响。图 4-24 为不同加载方式下的构件 L52、L53 在高温后变形曲线图。由图可以看出先加载后升温的构件的剩余承载力偏小。

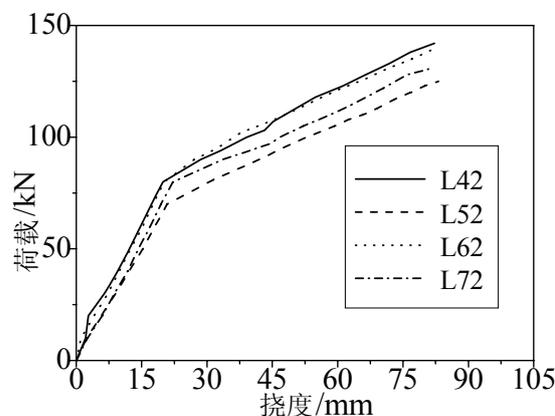


图 4-23 不同预应力钢筋保护层厚度构件高温后变形曲线图

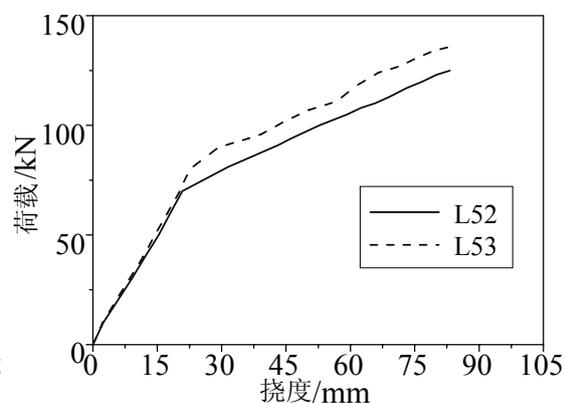


图 4-24 不同加载方式构件高温后变形曲线图

4.6 小结

(1) 进行了一根无粘结预应力混凝土梁的常温静载试验，通过试验得到了常温下预应力混凝土梁的开裂荷载、极限荷载及相应的变形数据。

(2) 对四根不同预应力筋保护层厚度的预应力混凝土梁的进行了恒载升温试验。在荷载相同的情况下，测得了各构件在火灾试验中的相关数据。试验表明：增加预应力钢筋保护层厚度可以延缓其升温速度，减小构件的挠度变形，进而提高构件的抗火性能；所有构件的变形都经历了一个先增大后减小，最后又增加的变化过程，最终试验梁未破坏。同时还进行了一根预应力混凝土梁的先升温后加载试验。试验表明：先加载后升温的试验梁的跨中挠度增量比先升温后加载的试验梁小 20%左右。

(3) 对五根高温后的构件进行了高温后静载试验，测得了各自的剩余承载力和相应的其他数据。试验表明：高温后无粘结预应力梁中有效预应力损失 98%左右，初始损伤导致各构件刚度均明显下降，跨中挠度增量—荷载曲线呈现较为明显的二折线形式，分别是开裂弹性阶段和塑性破坏阶段。另外，试验还发现，由于先加载后升温的构件因构件中残余损伤积累较先升温后加载的构件的大，故前者相应的剩余承载力较后者小一些。

(4) 本章的工作为高温下无粘结预应力混凝土梁抗火性能的理论研究提供了较为准确的试验数据。

第五章 高温下无粘结预应力混凝土梁非线性有限元分析

5.1 概述

高温下混凝土构件的分析与常温下混凝土构件的分析不完全相同,其具有如下特点^[41,59]:

(1) 火灾下,火场的温度随时间而变化,钢筋混凝土构件的温度场也随着时间和空间发生变化,不均匀温度场导致截面上各点材料的恶化程度不等;

(2) 混凝土的高温力学本构关系是应力、应变、温度和时间等 4 个因素耦合的复杂函数关系,且随温度—应力途径的不同而变化;

(3) 混凝土材料的高温徐变数值大,且随温度、应力和时间而不断变化;

(4) 进行高温下无粘结预应力梁的承载力和变形计算必须考虑应力途径和温度历史等因素,整个分析过程适合采用增量法,而不是全量法。

无粘结预应力混凝土结构中由于无粘结预应力钢筋不遵循应变协调原则,使得无粘结预应力混凝土结构的性能研究比较困难。较好的办法就是将所有无粘结预应力钢筋的应力与未知结点位移共同形成待求列向量一并解出^[70]。中南大学王中强博士采用两点梁单元,将无粘结预应力钢筋的内力与未知结点位移共同作为待求列向量,推导出了一面受火下无粘结预应力扁梁非线性有限元分析的增量有限元格式。

笔者采用增量型混凝土和钢筋的热—力本构模型,推导了三面受火下无粘结预应力梁非线性有限元分析的增量有限元格式;用 FORTRAN 语言编写了高温下无粘结预应力梁非线性有限元分析的计算机程序,进行了求解,并与试验结果进行比较。

5.2 基本假设

5.2.1 基本假定

(1) 温度场假设

构件的温度场只取决于周围环境的热量和自身热工参数的变化,而与材料的应力、应变以及是否开裂无关,并且构件的温度场沿轴线方向不变。

(2) 平截面假设

在混凝土开裂前,即使在高温作用下构件沿截面高度和宽度的温度分布不均

匀而产生不同的温度变形,但受外部和内部的约束作用而保持平截面变形;构件开裂后,特别是临近破坏前,开裂截面显然不符合平截面假定,但常温试验表明,如果取一段长度的平均应变考虑,仍基本符合平截面假定。

(3)普通钢筋和混凝土间无滑移假设

钢筋和混凝土的良好粘结是两者共同工作的基础。在高温下,钢筋和混凝土之间的粘结滑移十分复杂,与许多因素有关,并且在这方面的研究很少,缺乏数据。故在推导中假定普通钢筋与混凝土之间粘结良好,即不考虑粘结滑移的影响。

(4)无剪切假定

对于一般的无粘结预应力梁,梁截面高度远小于长度的 1/5,构件变形以弯曲变形为主,故忽略剪切变形的影响。

(5)充分利用混凝土的受拉作用

在分析常温构件时,一般情况下忽略混凝土的受拉作用。高温时构件在未施加荷载只升温的情况下,截面混凝土都是在受火边高温区出现压应力,中间低温部分出现拉应力,如果忽略混凝土的受拉作用,将导致截面应力重分布,与实际情况相差很大。因此对高温作用的混凝土结构,必须要考虑混凝土的受拉作用。只有受拉混凝土达到其开裂应变后才不考虑它的受拉作用而只考虑混凝土的受压作用。

5.2.2 高温下预应力混凝土材料的热—力本构模型

5.2.2.1 增量型混凝土的热—力本构模型

由式(2-16)可得高温下混凝土变形关系的微分格式如下:

$$d\mathcal{E}_c = d\mathcal{E}_{c,\sigma}(T, \sigma_c) - d\mathcal{E}_{c,T}(T, \sigma_c / f_c) + d\mathcal{E}_{c,cr}(T, \sigma_c / f_c, t) \quad (5-1)$$

式中应变以缩短为正,应力以压应力为正。

由于 $\mathcal{E}_{c,\sigma}(T, \sigma_c)$ 、 $\mathcal{E}_{c,T}(T, \sigma_c / f_c)$ 、 $\mathcal{E}_{c,cr}(T, \sigma_c / f_c, t)$ 都是连续可导函数,将其求导并代入式(5-1)可得:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial \sigma_c} \right) d\sigma_c = d\mathcal{E}_c + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial T} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial T} + \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial T} \right) dT - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial t} dt \quad (5-2)$$

整理得:

$$\begin{aligned} d\sigma_c = & \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial \sigma_c} \right)^{-1} d\mathcal{E}_c \\ & - \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial \sigma_c} \right)^{-1} \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial t} dt \\ & + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial \sigma_c} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial T} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial T} + \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial T} \right) dT \end{aligned} \quad (5-3)$$

式(5-3)即为高温下混凝土材料的热—力本构模型。高温下混凝土的各种应变的计算式在第三章 2.3.3 中已经详细的介绍过。

$$\text{令: } E_{c,\varepsilon} = \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial \sigma_c} \right)^{-1} \quad (5-4)$$

$$E_{c,T} = \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial \sigma_c} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial T} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial T} + \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial T} \right) \quad (5-5)$$

$$E_{c,t} = - \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{c,T}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,\sigma}}{\partial \sigma_c} - \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial \sigma_c} \right)^{-1} \frac{\partial \mathcal{E}_{c,cr}}{\partial t} \quad (5-6)$$

则增量型混凝土的温度—应力耦合本构关系可表示为:

$$d\sigma_c = E_{c,\varepsilon} d\varepsilon_c + E_{c,T} dT + E_{c,t} dt \quad (5-7)$$

式中, $E_{c,\varepsilon}$ 、 $E_{c,T}$ 和 $E_{c,t}$ 可看作相应的切线模量。

5.2.2.2 增量型普通钢筋的热—力本构模型

由式(2-21)可得高温下普通钢筋变形关系的微分格式如下:

$$d\varepsilon_s = d\varepsilon_{s,\sigma}(T, \sigma_s) + d\varepsilon_{s,th}(T) + d\varepsilon_{s,cr}(T, t, \sigma_s) \quad (5-8)$$

式中应变以伸长为正, 应力以拉应力为正。

由于 $\varepsilon_{s,\sigma}(T, \sigma_s)$ 、 $\varepsilon_{s,th}(T)$ 、 $\varepsilon_{s,cr}(T, t, \sigma_s)$ 都是连续可导函数, 将其求导并代入式(5-8)可得:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_{s,\sigma}}{\partial \sigma_s} + \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial \sigma_s} \right) d\sigma_s = d\varepsilon_s - \left(\frac{\partial \varepsilon_{s,\sigma}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{s,th}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial T} \right) dT - \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial t} dt \quad (5-9)$$

整理得:

$$\begin{aligned} d\sigma_s &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{s,\sigma}}{\partial \sigma_s} + \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial \sigma_s} \right)^{-1} d\varepsilon_s \\ &\quad - \left(\frac{\partial \varepsilon_{s,\sigma}}{\partial \sigma_s} + \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial \sigma_s} \right)^{-1} \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial t} dt \\ &\quad - \left(\frac{\partial \varepsilon_{s,\sigma}}{\partial \sigma_s} + \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial \sigma_s} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \varepsilon_{s,\sigma}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{s,th}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial T} \right) dT \end{aligned} \quad (5-10)$$

式(5-10)即为高温下普通钢筋的热—力本构模型。高温下钢筋的各种应变的计算式在第三章 2.4.2 节中已经详细的介绍过。

$$\text{令: } E_{s,\varepsilon} = \left(\frac{\partial \varepsilon_{s,\sigma}}{\partial \sigma_s} + \frac{\partial \varepsilon_{s,cr}}{\partial \sigma_s} \right)^{-1} \quad (5-11)$$

$$E_{s,T} = -\left(\frac{\partial \mathcal{E}_{s,\sigma}}{\partial \sigma_s} + \frac{\partial \mathcal{E}_{s,cr}}{\partial \sigma_s}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{s,\sigma}}{\partial T} + \frac{\partial \mathcal{E}_{s,th}}{\partial T} + \frac{\partial \mathcal{E}_{s,cr}}{\partial T}\right) \quad (5-12)$$

$$E_{s,t} = -\left(\frac{\partial \mathcal{E}_{s,\sigma}}{\partial \sigma_s} + \frac{\partial \mathcal{E}_{s,cr}}{\partial \sigma_s}\right)^{-1} \frac{\partial \mathcal{E}_{s,cr}}{\partial t} \quad (5-13)$$

则增量型普通钢筋的温度—应力耦合本构关系可表示为：

$$d\sigma_s = E_{s,\varepsilon} d\varepsilon_s + E_{s,T} dT + E_{s,t} dt \quad (5-14)$$

5.2.2.3 增量型预应力钢绞线的热—力本构模型

由式(2-28)可得高温下钢绞线变形关系的微分格式如下：

$$d\varepsilon_u = d\varepsilon_{u,\sigma}(T, \sigma_u) + d\varepsilon_{u,th}(T) + d\varepsilon_{u,cr}(T, t, \sigma_u) \quad (5-15)$$

式中应变以伸长为正，应力以拉应力为正。

由于 $\varepsilon_{u,\sigma}(T, \sigma_u)$ 、 $\varepsilon_{u,th}(T)$ 、 $\varepsilon_{u,cr}(T, t, \sigma_u)$ 都是连续可导函数，将其求导并代入式(5-15)可得：

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial \sigma_u} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial \sigma_u}\right) d\sigma_u = d\varepsilon_u - \left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{u,th}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial T}\right) dT - \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial t} dt \quad (5-16)$$

整理得：

$$\begin{aligned} d\sigma_u &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial \sigma_u} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial \sigma_u}\right)^{-1} d\varepsilon_u \\ &\quad - \left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial \sigma_u} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial \sigma_u}\right)^{-1} \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial t} dt \\ &\quad - \left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial \sigma_u} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial \sigma_u}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{u,th}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial T}\right) dT \end{aligned} \quad (5-17)$$

式(5-17)即为高温下钢绞线的热—力本构模型。高温下钢绞线的各种应变的计算式在第三章 2.5.2 节中已经详细的介绍过。

$$\text{令：} \quad E_{u,\varepsilon} = \left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial \sigma_u} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial \sigma_u}\right)^{-1} \quad (5-18)$$

$$E_{u,T} = -\left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial \sigma_u} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial \sigma_u}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{u,th}}{\partial T} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial T}\right) \quad (5-19)$$

$$E_{u,t} = -\left(\frac{\partial \varepsilon_{u,\sigma}}{\partial \sigma_u} + \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial \sigma_u}\right)^{-1} \frac{\partial \varepsilon_{u,cr}}{\partial t} \quad (5-20)$$

则增量型钢绞线的温度—应力耦合本构关系可表示为：

$$d\sigma_u = E_{u,\epsilon} d\epsilon_u + E_{u,T} dT + E_{u,t} dt \quad (5-21)$$

5.3 截面本构矩阵

对于高温下无粘结预应力梁的截面本构矩阵在文献[59]已有谈及，但文献[59]中的梁为扁梁，因而其温度场可简化为一维温度场，其温度在宽度方向相同，截面只要按高度方向划分即可。但作为一般的三面受火下的矩形截面梁的温度场为二维温度场，其温度在宽度和高度方向都不相同，截面要按高度和宽度两个方向划分。

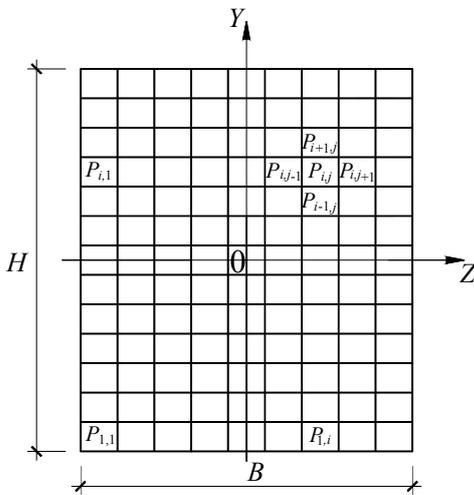


图 5-1 截面划分及坐标图

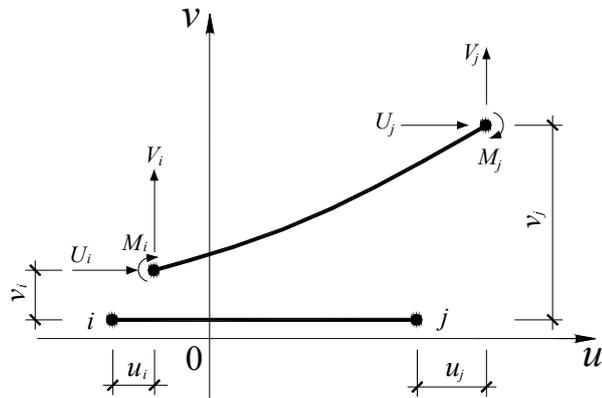


图 5-2 两节点梁单元节点位移与节点力示意图

如图 5-1 所示，取截面的重心为原点，在高度方向将截面划分成 n_c 层，在宽度方向将截面划分成 m_c 份。令 $P_{i,j}$ 块的面积为 ΔA_{cij} ，形心坐标为 (y_{cij}, z_{cij}) ；

普通钢筋有 n_s 根，每根面积为 A_{si} ，坐标为 (y_{si}, z_{si})

无粘结预应力钢绞线有 n_u 根，每根面积为 A_{ui} ，坐标为 (y_{ui}, z_{ui})

设中面轴处应变为 ϵ_0 ，以压为正，截面曲率为 φ ，下翼缘受拉为正。

则其截面增量型平衡方程如下：

$$\delta N = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} \delta\sigma_{cij} \Delta A_{cij} + \sum_{i=1}^{n_s} \delta\sigma_{si} A_{si} + \sum_{i=1}^{n_u} \delta\sigma_{ui} A_{ui} \quad (5-22)$$

$$\delta M = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij} \delta\sigma_{cij} \Delta A_{cij} + \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} \delta\sigma_{si} A_{si} + \sum_{i=1}^{n_u} y_{ui} \delta\sigma_{ui} A_{ui} \quad (5-23)$$

式中， δN 、 δM 分别为截面轴力和弯矩的增量； $\delta\sigma_{cij}$ 、 $\delta\sigma_{si}$ 、 $\delta\sigma_{ui}$ 分别为截

面中第 P_{ij} 块混凝土、第 i 根普通钢筋、第 i 根预应力钢筋的应力增量。

由平截面假定可知：

$$\delta \mathcal{E} = \delta \mathcal{E}_0 + y \delta \varphi \quad (5-24)$$

将式(5-24)以及预应力混凝土材料的热—力本构模型式(5-7)、(5-14)、(5-21)代入式(5-22)和(5-23)，可得如下截面的平衡方程式：

$$\begin{aligned} \delta N &= \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} (E_{c,\varepsilon ij} \delta \mathcal{E}_{cij} + E_{c,Tij} \delta T_{cij} + E_{c,tij} \delta t) \Delta A_{cij} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{s,\varepsilon i} \delta \mathcal{E}_{si} + E_{s,Ti} \delta T_{si} + E_{s,ti} \delta t) A_{si} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_u} (E_{u,\varepsilon i} \delta \mathcal{E}_{ui} + E_{u,Ti} \delta T_{ui} + E_{u,ti} \delta t) A_{ui} \\ &= \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} [E_{c,\varepsilon ij} (\delta \mathcal{E}_0 + y_{cij} \delta \varphi) + E_{c,Tij} \delta T_{cij} + E_{c,tij} \delta t] \Delta A_{cij} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_s} [E_{s,\varepsilon i} (\delta \mathcal{E}_0 + y_{si} \delta \varphi) + E_{s,Ti} \delta T_{si} + E_{s,ti} \delta t] A_{si} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_u} (E_{u,\varepsilon i} \delta \mathcal{E}_{ui} + E_{u,Ti} \delta T_{ui} + E_{u,ti} \delta t) A_{ui} \end{aligned} \quad (5-25)$$

$$\begin{aligned} \delta M &= \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij} (E_{c,\varepsilon ij} \delta \mathcal{E}_{cij} + E_{c,Tij} \delta T_{cij} + E_{c,tij} \delta t) \Delta A_{cij} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} (E_{s,\varepsilon i} \delta \mathcal{E}_{si} + E_{s,Ti} \delta T_{si} + E_{s,ti} \delta t) A_{si} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_u} y_{ui} (E_{u,\varepsilon i} \delta \mathcal{E}_{ui} + E_{u,Ti} \delta T_{ui} + E_{u,ti} \delta t) A_{ui} \\ &= \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij} [E_{c,\varepsilon ij} (\delta \mathcal{E}_0 + y_{cij} \delta \varphi) + E_{c,Tij} \delta T_{cij} + E_{c,tij} \delta t] \Delta A_{cij} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} [E_{s,\varepsilon i} (\delta \mathcal{E}_0 + y_{si} \delta \varphi) + E_{s,Ti} \delta T_{si} + E_{s,ti} \delta t] A_{si} \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_u} y_{ui} (E_{u,\varepsilon i} \delta \mathcal{E}_{ui} + E_{u,Ti} \delta T_{ui} + E_{u,ti} \delta t) A_{ui} \end{aligned} \quad (5-26)$$

将式(5-25)、(5-26)改写成矩阵形式为：

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} E_{c,\varepsilon ij} \Delta A_{cij} & \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij} E_{c,\varepsilon ij} \Delta A_{cij} \\ \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij} E_{c,\varepsilon ij} \Delta A_{cij} & \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij}^2 E_{c,\varepsilon ij} \Delta A_{cij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_s} E_{s,\varepsilon i} A_{si} & \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} E_{s,\varepsilon i} A_{si} \\ \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} E_{s,\varepsilon i} A_{si} & \sum_{i=1}^{n_s} y_{si}^2 E_{s,\varepsilon i} A_{si} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \varepsilon_0 \\ \delta \varphi \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} E_{c,Tij} \Delta A_{cij} \delta T_{cij} + \sum_{i=1}^{n_s} E_{s,Ti} A_{si} \delta T_{si} & \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} E_{c,tij} \Delta A_{cij} + \sum_{i=1}^{n_s} E_{s,ti} A_{si} \\ \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij} E_{c,Tij} \Delta A_{cij} \delta T_{cij} + \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} E_{s,Ti} A_{si} \delta T_{si} & \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{m_c} y_{cij} E_{c,tij} \Delta A_{cij} + \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} E_{s,ti} A_{si} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \delta t \end{bmatrix} \quad (5-27) \\
 &+ \sum_{i=1}^{n_u} \begin{bmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{bmatrix} \delta U_i
 \end{aligned}$$

式中， $\delta U_i = \delta \sigma_{ui} A_{ui}$ 为第 i 束无粘结预应力筋的拉力增量。

将式(5-27)中右边方阵依次记为混凝土应变总弹性矩阵 $[D_c]$ 、钢筋应变总弹性矩阵 $[D_s]$ 和时间、温度总弹性矩阵 $[D_{Tt}]$ ，并记 $[D_c]+[D_s]=[D]$ ，则有：

$$\begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M \end{bmatrix} = [D] \begin{bmatrix} \delta \varepsilon_0 \\ \delta \varphi \end{bmatrix} + [D_{Tt}] \begin{bmatrix} 1 \\ \delta t \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{n_u} \begin{bmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{bmatrix} \delta U_i \quad (5-28)$$

5.4 单元刚度矩阵

单元内任一点的轴向位移 u 和竖向位移 v 假设用如下位移函数表示：

$$u = a_0 + a_1 x \quad (5-29)$$

$$v = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 \quad (5-30)$$

采用两节点梁单元，如图 5-2 所示，将结点 i,j 的轴向位移表示为：

$$\{u\}^n = [u_i \quad u_j]^T \quad (5-31)$$

将结点 i,j 的竖向位移和转角表示为：

$$\{v\}^n = [v_i \quad \theta_i \quad v_j \quad \theta_j]^T \quad (5-32)$$

设单元长度为 l ，在如图 5-2 的局部坐标内，由公式(5-29)、(5-30)得：

$$\{u\}^n = [A_1] \{a\} \quad \{v\}^n = [A_2] \{b\} \quad (5-33)$$

式中， $\{a\}$ 、 $\{b\}$ 分别为待定系数 $[a_0 \quad a_1]^T$ 和 $\{b\} = [b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3]^T$

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & l \end{bmatrix} \quad [A_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \quad (5-34)$$

$$\text{由式(5-33)可得：} \quad \{a\} = [A_1]^{-1} \{u\}^n \quad \{b\} = [A_2]^{-1} \{v\}^n \quad (5-35)$$

式中， $[A_1]^{-1}$ 、 $[A_2]^{-1}$ 分别为 $[A_1]$ 、 $[A_2]$ 的逆矩阵。

则单元位移函数可用结点位移表示为：

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x & 0 & x^2 & x^3 \end{bmatrix} [A] [\Delta] \quad (5-36)$$

式中：

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/l & 0 & 0 & 1/l & 0 & 0 \\ 0 & -3/l^2 & -2/l & 0 & 3/l^2 & -1/l \\ 0 & 2/l^3 & 1/l^2 & 0 & -2/l^3 & 1/l^2 \end{bmatrix} \quad (5-37)$$

$$[\Delta] = [u_i \quad v_i \quad \theta_i \quad u_j \quad v_j \quad \theta_j]^T \quad (5-38)$$

由于所求梁的截面高度远小于长度的 1/5，故不考虑剪切变形的影响，则单元的中面应变 ε_0 和曲率 φ 可表示为^[70]：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{d^2v}{dx^2} \end{Bmatrix} \quad (5-39)$$

将式(5-36)代入式(5-39)得：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi \end{bmatrix} = [B][\Delta] \quad (5-40)$$

式中：

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x \end{bmatrix} [A] \quad (5-41)$$

用增量形式表示则有：

$$\begin{bmatrix} \delta\varepsilon_0 \\ \delta\varphi \end{bmatrix} = [B][\delta\Delta] \quad (5-42)$$

对单元应用虚位移原理：假设物体发生了虚位移 $\{\delta^*\} = [\delta_1^* \quad \delta_2^* \quad \delta_3^* \quad \delta_4^* \dots]^T$ ，其对应的结点虚位移为 $\{\delta^*\}^e$ ，单元内的虚应变为 $\{\varepsilon^*\}$ ，任意截面中面虚应变为 $\{\varepsilon_0^*\}$ ，虚曲率为 $\{\varphi^*\}$ 。则由式(5-40)得：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0^* \\ \varphi^* \end{bmatrix} = [B]\{\delta^*\}^e \quad (5-43)$$

由静力平衡原理可知，单元内的虚应变能为：

$$\iiint_V \{\varepsilon^*\}^T \{\sigma\} dx dy dz = \int_V [\varepsilon_0^* \quad \varphi^*] \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} dx = (\{\delta^*\}^e)^T \int_V [B]^T \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} dx \quad (5-44)$$

式中， N 、 M 为任意截面上的总轴力和总弯矩。

单元结点力所做虚功为 $(\{\delta^*\})^e \{F\}^e$ 。

由虚位移原理得：

$$(\{\delta^*\})^e \{F\}^e = (\{\delta^*\})^e \int_{\epsilon} [B]^T \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} dx \quad (5-45)$$

由 $(\{\delta^*\})^e$ 的任意性，可得单元结点力向量 $\{F\}^e$ 的表达式为：

$$\{F\}^e = \int_{\epsilon} [B]^T \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} dx \quad (5-46)$$

将式(5-46)两边变分，则得增量形式为：

$$\{\delta F\}^e = \int_{\epsilon} [B]^T \begin{Bmatrix} \delta N \\ \delta M \end{Bmatrix} dx \quad (5-47)$$

将式(5-28)代入得：

$$\begin{aligned} \{\delta F\}^e &= \int_{\epsilon} [B]^T \left([D] \begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_0 \\ \delta \varphi \end{Bmatrix} + [D_{Tt}] \begin{Bmatrix} 1 \\ \delta t \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{n_u} \begin{Bmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{Bmatrix} \delta U_i \right) dx \\ &= \int_{\epsilon} [B]^T [D] [B] \{\delta \Delta\} dx + \int_{\epsilon} [B]^T \left([D_{Tt}] \begin{Bmatrix} 1 \\ \delta t \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{n_u} \begin{Bmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{Bmatrix} \delta U_i \right) dx \\ &= [k]^e \{\delta \Delta\} + \int_{\epsilon} [B]^T [D_{Tt}] \begin{Bmatrix} 1 \\ \delta t \end{Bmatrix} dx + \int_{\epsilon} [B]^T \sum_{i=1}^{n_u} \begin{Bmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{Bmatrix} \delta U_i dx \end{aligned} \quad (5-48)$$

则可以得到单元刚度矩阵 $[k]^e$ 的表达式为：

$$[k]^e = \int_{\epsilon} [B]^T [D] [B] dx \quad (5-49)$$

5.5 平衡方程

假设整个梁被划分成 n_e 个单元和 n 个节点，则对每个单元按式(5-48)计算可得 $3n$ 组方程，把这些方程按照文献[71]中的编码法集积起来，便可以得到表征整个构件的平衡方程：

$$[K] \{\delta \Delta\} + [S] \{\delta U\} = \{\delta F\} \quad (5-50)$$

式中， $[K]$ —为按照对号入座原则得到的总刚度矩阵；

$$[S] = \sum_{e=1}^{n_e} ([S_1 \quad S_2 \quad \cdots \quad S_{m_u}]) \quad (5-51)$$

其中，

$$[S_i] = \int_{\epsilon} [B]^T \sum_{i=1}^{n_u} \begin{Bmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{Bmatrix} dx \quad (5-52)$$

$$\{\delta U\} = [\delta U_1 \quad \delta U_2 \cdots \delta U_{n_u}]^T \quad (5-53)$$

式中, $\{\delta F\}$ —为总荷载增量列阵, 其表达式为:

$$\{\delta F\} = \sum_{e=1}^{n_e} \{\delta F_e\} + \{\delta F_U\} \quad (5-54)$$

其中, $\{\delta F_e\}$ 为包括荷载、温度 and 时间的增量荷载向量, 其表达式为:

$$\{\delta F_e\} = \{\delta F_{pe}\} + \{\delta F_{Te}\} \quad (5-55)$$

$$\{\delta F_{Te}\} = -\int_e [B]^T [D_{Tt}] \begin{Bmatrix} 1 \\ \delta t \end{Bmatrix} dx \quad (5-56)$$

其中, $\{\delta F_U\}$ —为温度、时间耦合的无粘结预应力筋附加荷载增量, 其由补充的无粘结预应力筋总变形协调方程推导而来。其表达式为:

$$\{\delta F_U\} = [0 \quad 0 \cdots 0 \quad (E_{ut} \delta T + E_{ui} \delta t) A_{ui}]^T \quad (5-57)$$

笔者采用文献[59]所述方法, 将 UPS 内力 δU 与结点位移 $\delta \Delta$ 共同作为待求列向量一并解出, 避免用试算法逼近求解 δU 。

将构件的总平衡方程改写为:

$$[K]\{\delta \Delta\} + \sum_{j=1}^{n_u} [K_{upj}]\{\delta U_j\} = \{\delta F\} \quad (5-58)$$

式中,

$$[K_{upj}] = \sum_{m=i_j}^{i_n} [S_m] = \sum_{m=i_j}^{i_n} \int_e [B]^T \begin{pmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{pmatrix} dx \quad (5-59)$$

其中, n_u —为无粘结预应力钢筋总束数;
 i_n —为第 i 束无粘结预应力钢筋穿过的总单元数。

令

$$[K_{up1}] = \sum_{j=1}^{n_u} [K_{upj}] = \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{m=i_j}^{i_n} \int_e [B]^T \begin{pmatrix} 1 \\ y_{ui} \end{pmatrix} dx \quad (5-60)$$

则式(5-58)可记为:

$$[K]\{\delta \Delta\} + [K_{up1}]\{\delta U_i\} = \{\delta F\} \quad (5-61)$$

由于结点力和结点位移数目相等, 故还需要补充个数等于 UPS 总束数的一组方程。这组方程可以根据无粘结预应力筋总变形协调条件来建立, 即每束 UPS 的总变形应等于其孔道的总变形。例如, 设第 i 束 UPS 穿过第 i_1 到第 i_n 单元, 总长度为 L_{ui} , 面积为 A_{ui} , 则:

$$\delta U_i = \delta \sigma_{ui} A_{ui} \quad (5-62)$$

将式(5-21)、(5-40)代入式(5-62), 可得:

$$\begin{aligned}
 \delta U_i &= A_{ui} E_{uei} \delta \epsilon_{ui} + (E_{uT} \delta T + E_{ut} \delta t) A_{ui} \\
 &= \frac{E_{ui} A_{ui}}{L_{ui}} \sum_{j=i_1}^{i_n} \int_e [1 \quad y_{uj}] \begin{bmatrix} \delta \epsilon_0 \\ \delta \varphi \end{bmatrix} dx + (E_{uT} \delta T + E_{ut} \delta t) A_{ui} \quad (5-63) \\
 &= \frac{E_{ui} A_{ui}}{L_{ui}} \sum_{j=i_1}^{i_n} \left(\int_e [1 \quad y_{uj}] [B] dx \right) [\delta \Delta_j] + (E_{uT} \delta T + E_{ut} \delta t) A_{ui}
 \end{aligned}$$

$$\text{令} \quad [K_{up2}] = \frac{E_{ui} A_{ui}}{L_{ui}} \sum_{j=i_1}^{i_n} \left(\int_e [1 \quad y_{uj}] [B] dx \right) \quad (5-64)$$

参照式(5-61)，并考虑所有无粘结筋的内力，则式(5-62)可记为：

$$[K_{up2}] [\delta \Delta] - \{ \delta U_i \} = - \{ \delta F_U \} \quad (5-65)$$

此即补充的无粘结预应力筋总变形协调方程。

综合式(5-61)和式(5-65)，并写成矩阵形式有：

$$\begin{bmatrix} [K] & [K_{up1}] \\ [K_{up2}] & -[1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \Delta \\ \delta U_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta F \\ -\delta F_U \end{bmatrix} \quad (5-66)$$

5.6 非线性方程组的求解方法及收敛准则

5.6.1 非线性方程组的求解

对于一般的非线性问题，最终总是可以归结为求一个非线性的平衡方程组，如用位移作未知数时，最后可得到如下一组总体平衡方程组：

$$[K(\{\delta\})] \{\delta\} = \{R\} \quad (5-67)$$

式中， $K(\delta)$ 为 $n \times n$ 阶矩阵， $\{\delta\} = [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \dots \quad \delta_n]^T$ 。

通常的解法是用 Newton-Raphson 方法求解。设 $\psi(\delta) = K\delta - R = 0$ ，并令 $F(\delta) = K\delta$ ，于是可得：

$$\psi(\delta) = F(\delta) - R = 0 \quad (5-68)$$

则对式(5-67)的求解即为对非线性方程 $\psi(\delta) = 0$ 的根的求解。

假设在迭代求解过程中，已得 δ_n 的值（也可从 0 值开始），则用泰勒级数将 $\psi(\delta)$ 展开得：

$$\psi(\delta) = \psi(\delta_n) + \left(\frac{d\Psi}{d\delta} \right)_n (\delta - \delta_n) \quad (5-69)$$

$$\text{则} \quad \psi(\delta_{n+1}) = \psi(\delta_n) + \left(\frac{d\Psi}{d\delta} \right)_n \Delta \delta_{n+1} \quad (5-70)$$

由式(5-68)可得：
$$\left(\frac{d\Psi}{d\delta}\right)_n = \left(\frac{dF}{d\delta}\right)_n = (K_T)_n \quad (5-71)$$

式中， $(K_T)_n$ 即为图 5-3 中曲线 $F=K\delta$ 在 δ_n 处的斜率，在物理上代表切线刚度。

令 δ_{n+1} 即为方程 $\psi(\delta)=0$ 的根，则综合式(5-70)、(5-71)得：

$$\left(\frac{d\Psi}{d\delta}\right)_n \Delta\delta_{n+1} = (K_T)_n \Delta\delta_{n+1} = -\psi(\delta_n) = R - F(\delta_n) \quad (5-72)$$

式中， $R - F(\delta_n)$ 即为迭代计算过程中所产生的结点不平衡力。

求解式(5-72)可得 $\Delta\delta_{n+1}$ 。

则：
$$\delta_{n+1} = \delta_n + \Delta\delta_{n+1} \quad (5-73)$$

令 $\delta_n = \delta_{n+1}$ ，重复上述迭代过程，则可无限逼近真实解。以上迭代过程即为 Newton-Raphson 法，也称切线刚度法。图 5-3 为其求解示意图。

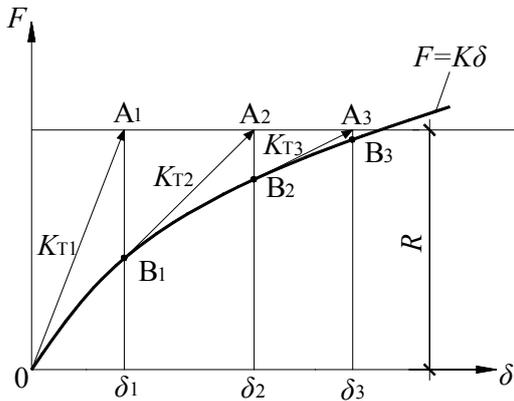


图 5-3 Newton-Raphson 方法示意图

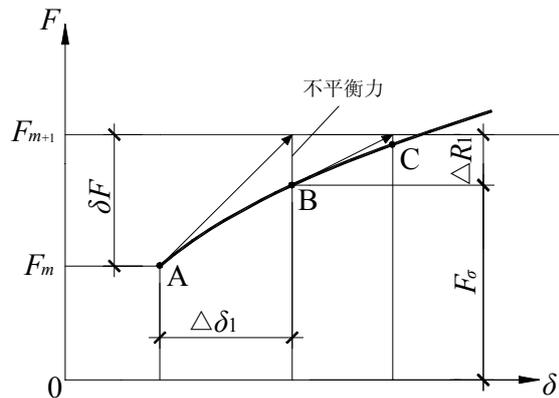


图 5-4 第 m 增量步求解增量方程示意图

高温下结构变形随时间和温度的变化而变化，因而笔者采用文献[59]中所述的荷载增量法或称 mN—R 法进行计算，如图 5-4 所示。以时间增量为步长，根据(5-54)式计算荷载增量，在每个荷载水平上使用 Newton-Raphson 方法进行迭代计算，如果时间步长取值足够小，则解的精确性是可以得到保证的。引入时间增量，则(5-50)式可以写成：

$${}^{t+\Delta t}K^{(n)}\Delta\delta^{(n)} + S^{(n)} \cdot {}^{t+\Delta t}\delta U^{(n)} = \delta F^{(n)} \quad (5-74)$$

式中， n 为迭代次数， ${}^{t+\Delta t}K^{(n)}$ 为 $t + \Delta t$ 时刻第 n 次迭代的刚度矩阵。

具体的迭代步骤为：

(1)计算出 ${}^{t+\Delta t}K^{(n)}$ 、 $S^{(n)}$ 和 $\delta F^{(n)}$ 形成方程组；

(2)求解方程组，得到本次迭代的位移增量的修正量 $\Delta\delta^{(n)}$ 和预应力筋的内力增量修正量 $\delta U^{(n)}$ ，同时得到 ${}^{t+\Delta t}\delta^{(n+1)} = {}^{t+\Delta t}\delta^{(n)} + \Delta\delta^{(n)}$ 和 ${}^{t+\Delta t}U^{(n+1)} = {}^{t+\Delta t}U^{(n)} + \delta U^{(n)}$ ；

(3)计算各单元应变增量和应力增量修正量:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)} = B \Delta \boldsymbol{\delta}^{(n)} \quad (5-75)$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}^{(n)} = E_{\varepsilon} B \Delta \boldsymbol{\delta}^{(n)} + E_T \Delta T + E_t \Delta t \quad (5-76)$$

式中, E_{ε} 、 E_T 和 E_t 为材料增量型温度—应力耦合本构关系中的相关切线模量;

(4)根据收敛准则检验解是否满足收敛条件, 如已满足则认为此增量步内迭代已经收敛。否则, 重复上述迭代步骤。

5.6.2 耦合性的处理和不平衡力的计算

由于 $E_{c\varepsilon}$ 、 E_{cT} 、 E_{ct} 和 $E_{s\varepsilon}$ 、 E_{sT} 、 E_{st} 都依赖于各单元混凝土和钢筋的应变 $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$, 而 $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ 又由各单元结点位移 $\{\boldsymbol{\delta}\}$ 所决定, 则说明上述各切线模量都依赖于 $\{\boldsymbol{\delta}\}$, 因而总刚矩阵 $[K(\boldsymbol{\delta})]$ 也依赖于 $\{\boldsymbol{\delta}\}$; 而总荷载增量中温度和时间的增量荷载 $\{\delta F_{Te}\}$ 的计算中所涉及的 $[D_{Ti}]$ 矩阵也依赖于上述各切线模量, 因此可知总荷载增量 $\{\delta F\}$ 中隐含着 $\{\boldsymbol{\delta}\}$ 。同时根据平衡方程(5-58)式可知, 对于给定的增量步, $\{\boldsymbol{\delta}\}$ 的计算又取决于总刚矩阵 $[K(\boldsymbol{\delta})]$ 和总荷载增量 $\{\delta F\}$ 。由此可见它们之间是相互耦合的。如用直接迭代法计算, 收敛程度可能无法把握, 同时每迭代一次都要重新计算 $\{\delta F\}$, 工作量较大; 如把相关变量完全解耦, 从而直接求解此方程组也是比较困难的。本文采用文献[59]中所用的近似方法对此耦合性进行处理。

首先, 较细地划分时间增量步, 则在此较短时间段内可认为各单元应力 $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ 变化较小。则在每一增量步(如 m 增量步)开始时, 以上一增量步($m-1$ 增量步)结束时的单元应力 $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ 为参量近似预测出温度、时间增量荷载 $\{\delta F_{Te}\}$ 和无粘结预应力筋附加荷载增量 $\{\delta F_U\}$:

$$\{\delta F_{Te}\} = - \int_e [B]^T [D_{Ti} \{\boldsymbol{\sigma}\}] \begin{Bmatrix} \delta T \\ \delta t \end{Bmatrix} dx \quad (5-77)$$

$$\{\delta F_U\} = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ (E_{ur} \{\boldsymbol{\sigma}\} \delta T + E_{ur} \{\boldsymbol{\sigma}\} \delta t) A_{ur}]^T \quad (5-78)$$

根据荷载增量的预测值, 可以在该增量步内的第一次迭代过程中把 $\{\delta F\}$ 看作独立于结点位移 $\{\boldsymbol{\delta}\}$ 的已知量, 从而按照改进的 Newton-Raphson 法求出平衡方程(5-74)式中的 $\{\Delta \boldsymbol{\delta}\}$ 。再根据(5-73)式计算出下一迭代步开始时的 $\{\boldsymbol{\delta}^{(n)}\}$, 由(5-75)式进行计算并与前值相加得各单元 $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$, 而 $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ 仍取前述数值不变, 按照(5-77)、(5-78)式重新计算 $\{\delta F_{Te}\}$ 和 $\{\delta F_U\}$ 并求解平衡方程。依此进行重复迭代, 当 $\{\delta F\}$ 前后计算差值在允许范围之内时, 则认为此数值即为该增量步内真实的荷载增量, 显然可视为独立于结点位移 $\{\boldsymbol{\delta}\}$ 的已知量。

然后, 按照改进的 Newton-Raphson 方法计算出 m 增量步的 $\{\Delta \boldsymbol{\delta}\}$ 。按照(5-76)式计算出该增量步内的 $\{\Delta \boldsymbol{\sigma}\}$, 和 m 增量步开始时的 $\{\boldsymbol{\sigma}\}_{(m)}$ 相加可得到该增量步结束时的各单元应力, 并以此作为 $m+1$ 增量步开始时的 $\{\boldsymbol{\sigma}\}_{(m+1)}$, 用递加公式可表

示为:

$$\{\sigma\}_{(m+1)} = \{\sigma\}_{(m)} + \{\Delta\sigma\} \quad (5-79)$$

在计算出第 m 增量步总荷载增量 $\{\delta F\}$ 后, 即可对平衡方程(5-74)进行计算。由图 5-4 可知, $\{\Delta\delta\}_1$ (图中 B 点) 显然不是 $\{\delta F\}$ 对应的真实解, $\{\delta F\}$ 和 $\{\Delta\delta\}_1$ 对应的荷载增量向量有一个差值 $\{\Delta R\}_1$, 即为不平衡力:

$$\{\Delta R\}_1 = \{\delta F\} - (\{F_\sigma\} - \{F\}_m) \quad (5-80)$$

由于高温下混凝土与钢筋材料的应变由应力作用下的应变、温度应变和短期高温徐变(蠕变)等几项迭加而成, 与常温状态不同, 此不平衡力不是由总应力积分, 而是由应变产生的应力积分所得到的内力的一部分。 $\{F_m\}$ 是当前增量步之前各增量步的 $\{\delta F_p\}$ 、 $\{\delta F_{T_i}\}$ 和 $\{\delta F_U\}$ 的累加值, 即:

$$\{F_m\} = \sum_{i=1}^m (\{\delta F_p\} + \{\delta F_{T_i}\} + \{\delta F_U\}) \quad (5-81)$$

5.6.3 收敛准则

在迭代计算中, 为了终止迭代过程, 必须确定一个收敛标准。一般用不平衡力向量或者位移增量向量的范数来评判。对于一个向量 V , 常用的范数有向量各元素绝对值之和 $\|V\|_1$ 、各元素平方和的平方根 $\|V\|_2$ 和元素中绝对值最大者 $\|V\|_\infty$ 。

若取不平衡力为衡量收敛的标准时, 则满足下列条件时, 认为收敛:

$$\|P_{\text{res}}\| \leq \alpha \|P\| \quad (5-82)$$

式中, $\|P_{\text{res}}\|$ 为残余结点力列阵的范数; $\|P\|$ 为结构荷载列阵的范数; α 为预先设定的收敛允许值。

位移增量收敛准则为:

$$\|\Delta\delta_k\| \leq \alpha \|\delta_k\| \quad (5-83)$$

式中, $\|\Delta\delta_k\|$ 为某级荷载作用下经过 k 次迭代后的结点位移列阵的范数; $\|\delta_k\|$ 为同级荷载作用下, 第 k 次迭代时附加位移增量列阵的范数, 即 $\|\Delta\delta_k\| = \|\delta_k - \delta_{k-1}\|$ 。

本文采用文献[59]中所用方法, 即同时采用不平衡力 $\|P_{\text{res}}\|_2$ 和 $\|\Delta\delta_k\|_\infty$ 两个准则, 只要任意一个满足, 即认为迭代收敛, 结束迭代, 收敛允许值取为 1%。

5.7 火灾下无粘结预应力混凝土梁试验验证

根据本章的理论, 笔者编制了高温下无粘结预应力混凝土梁的有限元程序 GWXWNJL。利用第四章的部分试验结果对程序 GWXWNJL 进行了考证并与文献[59]中按一面受火的计算结果进行了比较。图 5-5 为高温下无粘结预应力混凝土

土梁挠度增量实测值与两种计算值比较图；图 5-6 为高温下无粘结预应力混凝土梁预应力钢筋应力增量实测值与两种计算值比较图。由图 5-5 和图 5-6 可以看出本文理论计算值和试验实测值吻合较好，并且比文献[59]中考虑一面受火的计算方法更吻合实际，笔者所推导的高温下无粘结预应力混凝土梁力学性能的理论 and 计算方法较为正确。

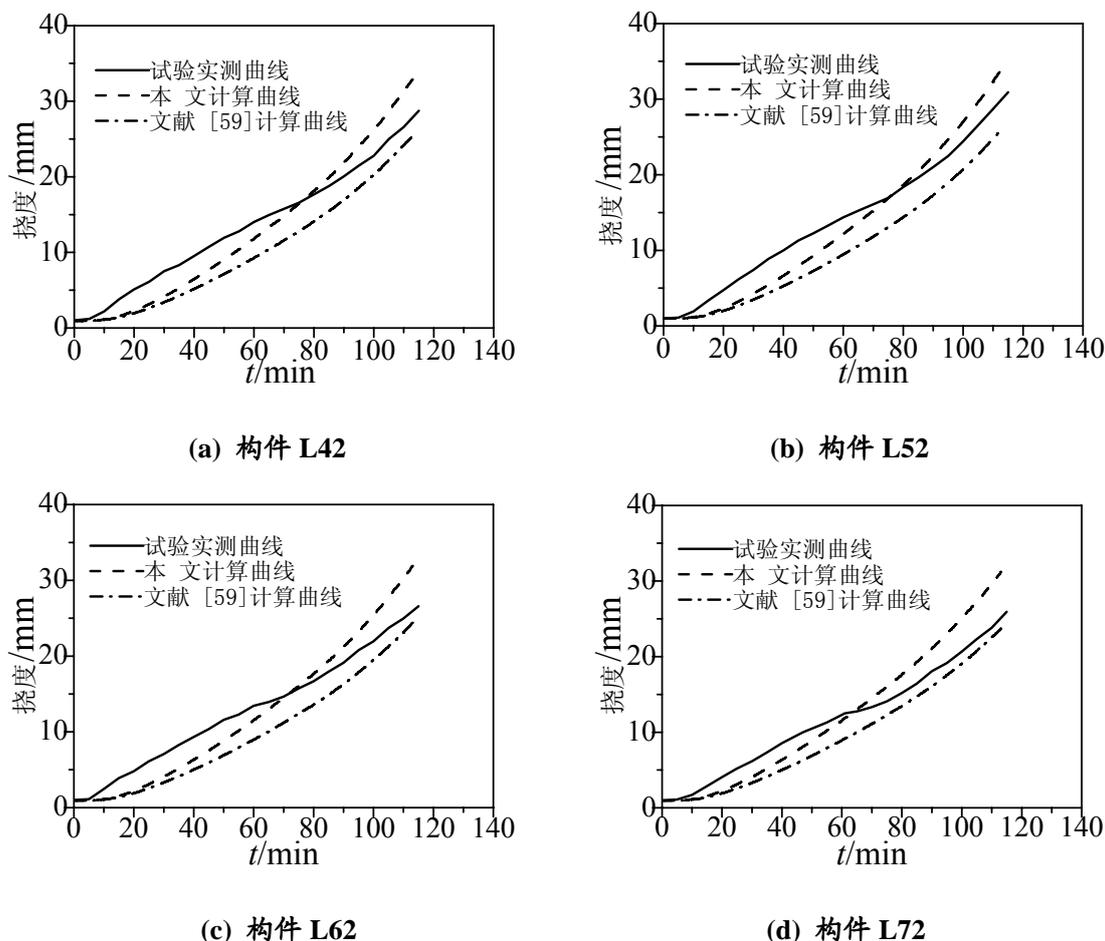
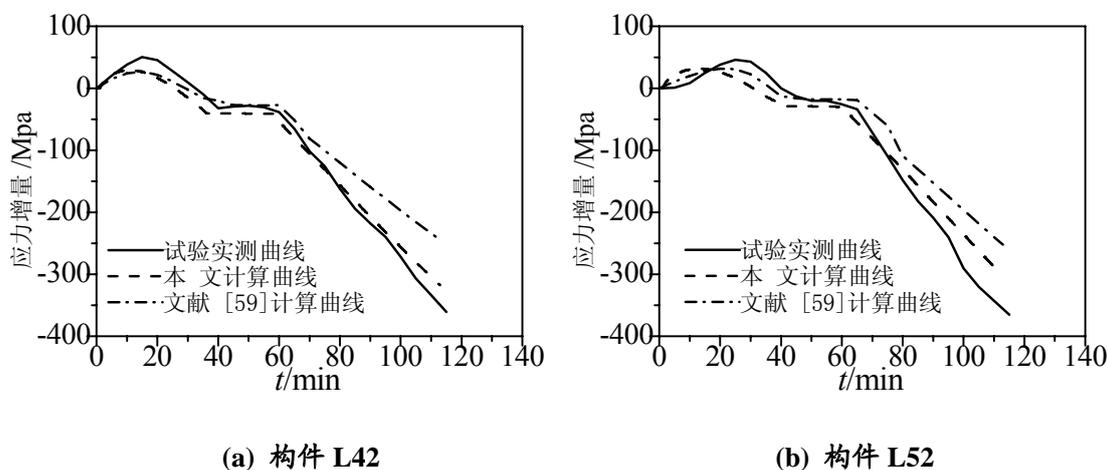


图 5-5 高温下无粘结预应力混凝土梁挠度增量实测值与计算值比较图



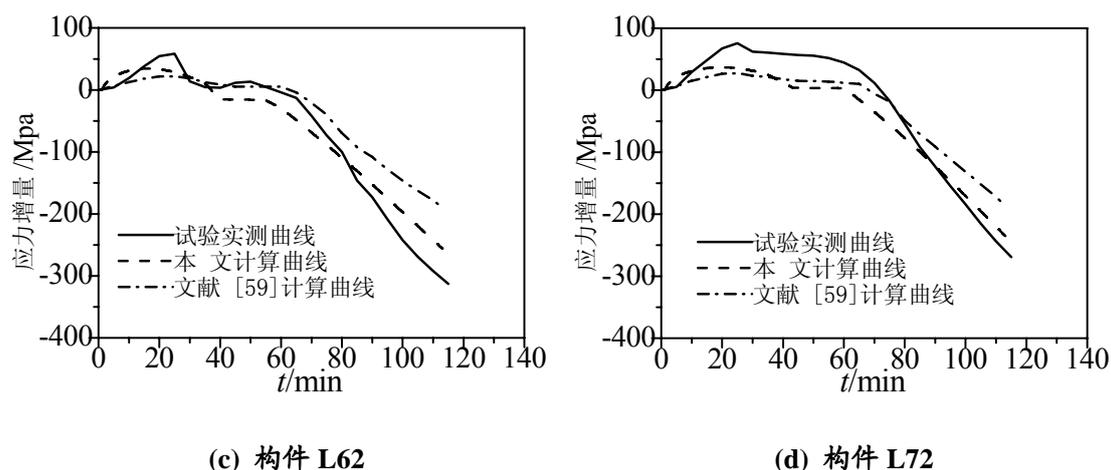


图 5-6 高温下无粘结预应力混凝土梁预应力钢筋应力增量实测值与计算值比较图

5.8 小结

(1) 采用预应力混凝土材料的温度—应力耦合本构模型，并将无粘结预应力筋内力与未知节点位移共同作为待求列向量，推导了三面受火下无粘结预应力混凝土梁的非线性有限元的增量格式，建立了三面受火下考虑无粘结预应力筋总变形协调条件的非线性有限元计算模型；

(2) 编制了高温下无粘结预应力混凝土梁的有限元程序 GWXWNJL，通过计算表明，程序计算结果与第四章试验实测结果吻合较好，笔者所推导的高温下无粘结预应力混凝土梁力学性能的理论 and 计算方法较为正确。

第六章 结论与展望

6.1 主要结论

本文以无粘结预应力混凝土梁为研究对象,对其在火灾下的温度场和受力性能进行了试验研究,并用有限元的方法对其抗火性能进行了研究;同时对无粘结预应力混凝土梁进行了静力试验,研究了高温后无粘结预应力混凝土梁的宏观表象、静载破坏特征以及变形规律,得出了如下的结论:

1. 通过编制火灾下钢筋混凝土矩形梁、T型梁、矩形柱等构件截面温度场非线性有限差分程序并结合火灾下钢筋混凝土梁温度场的试验结果,合理确定了混凝土比热放大系数 1.3 和混凝土表面换热系数计算公式。

2. 进行了 5 根无粘结预应力混凝土梁的高温试验,主要结论如下:

(1) 高温试验中无粘结预应力钢筋的应力随时间变化比较复杂,升温初期预应力筋应力还有所增加,随后开始急剧下降。主要原因在于随着时间的延续和温度的升高,预应力筋会产生很大的高温膨胀变形和高温徐变,导致预应力筋的显著松弛。

(2) 高温试验中,预应力筋的保护层厚度和加载方式等因素对其抗火性能有一定的影响。增加预应力钢筋保护层厚度可以延缓其升温速度,减小构件的挠度变形,进而提高构件的抗火性能;先加载后升温构件的抗火性能优于先升温后加载构件的抗火性能。

3. 进行了 5 根无粘结预应力混凝土梁的高温后静载试验,主要结论如下:

(1) 高温后无粘结预应力钢筋的有效预应力几乎完全丧失,构件刚度和剩余承载力均明显下降,其荷载—挠度曲线和预应力筋应力—荷载曲线均呈典型的二折线形式,分别为开裂弹性破坏阶段和塑性破坏阶段。

(2) 增加预应力钢筋保护层厚度可以增加高温后无粘结预应力混凝土梁的剩余承载力,先加载后升温的构件因构件中残余损伤积累较先升温后加载的构件的大,故前者相应的剩余承载力较后者小一些。

4. 进行了无粘结预应力混凝土梁高温下考虑高温和荷载共同作用的非线性有限元分析,并编写了高温下无粘结预应力混凝土梁非线性有限元分析的计算机程序。计算结果与试验结果值吻合较好,本文的分析理论和计算程序较为正确。

本文的研究成果可为制定我国预应力混凝土结构抗火设计规范提供参考。

6.2 存在的问题及前景展望

无粘结预应力混凝土结构抗火性能的研究是一个复杂的、综合性很强的研究课题，由于本人理论水平、试验条件和时间的限制，在此方面的研究仅触其皮毛，论文还存在着许多的不足之处，有待于今后进一步的深入研究和探讨，比如：

(1) 不同截面尺寸以及不同配筋方式的无粘结预应力混凝土构件的耐火性能试验研究；

(2) 高温后构件的力学性能的理论分析方法和计算。

(3) 对无粘结预应力混凝土构件抗火设计方法的研究。

(4) 建立局部火灾下无粘结预应力混凝土框架结构的抗火分析理论，并提出其抗火设计方法。

参考文献

- [1] 夏靖华. 建筑防火设计与应用. 海洋出版社, 1991. 1~5
- [2] 公安部消防局. 2000 中国火灾统计年鉴. 中国人民公安大学出版社, 2000.
- [3] 路春森等. 建筑结构耐火设计. 中国建筑工业出版社, 1995. 1~3
- [4] 范进, 吕志涛. 混凝土结构抗火研究的主要内容. 建筑技术, 1999, 30(5): 319~320
- [5] Ingberg S H. Test of Severity of Building Fire. Quarterly, National Fire Association, Vol.22, 1928. 36~42
- [6] Kawagoe K. Fire Behavior in Romes. Building Research Institute, Japan, Report, No.27, 1958. 62~71
- [7] Harmathy T Z and Mehaffey J R. Normalized Head Load: A Key Parameter in Fire Safety Design. Fire and Materials, Vol.6, No.1, 1982. 27~31
- [8] IS0834-1975(E). Fire-Resistance Test-Element of Building Construction
- [9] Huang C. L. D. and Gamal N. A. Influence of slab thickness on response of concrete walls under fire. Numerical Heat Transfer, Part A. 1997,19(1):43~64
- [10] Yu J.R. and Hsu T. R. Analysis of heat conduction in solids by space-time finite element methods. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1985, 21(11):2001~2012
- [11] Wilson E. L. and Nicked R. E. Application of the finite element method to heat conduction analysis. Journal Nuclear Engineering and Design, 1966, 4(1): 276~286
- [12] Bathe K. J. Finite element procedures in engineering analysis. 1982
- [13] Harmathy T.Z. Thermal properties of concrete at elevated temperatures. Journal of Materials, 1970, 5(1): 47~74
- [14] Harmathy T.Z. and Allon L.W.. Thermal properties of concrete subject to elevated temperature. ACI Journal Proceedings, 1973, 20(2): 376~406
- [15] Harada T. Strength elasticity and thermal properties of concrete subject to elevated temperature. Concrete for Nuclear Reactors, ACI SP-34, Detroit, 1972: 377~406
- [16] T. T. Lie. Fire resistance of circular steel columns filled with bar-reinforced

- concrete. *Journal of Structural Engineering*, 1994,120(5): 127~135
- [17] Abrams M S. *Compressive Strength of Concrete at Temperature to 1600F. Concrete and Temperature*, SP-25, ACI, Detroit, 1971. 33~58
- [18] Mukaddam M A and Bresler B. *Behavior of Concrete Under Variable Temperature and Loading. Concrete for Nuclear Reactors*, SP-34, ACI, Detroit, 1972. 771~797
- [19] Marechal J. C. *Variations in the modulus of elasticity and poisson's ration with temperature. Concrete foe Nuclear Reactors*, ACI, SP-34, Detroit, 1972:405~503
- [20] Baldwin R. North M. A. *A stress-strain relationship for concrete at high temperature. Magazine of Concrete Research*, 1973, 12: 208~211
- [21] Khuory G A etal. *Strain of concrete during first heating to 600°C under load. Magazine of concrete research*, 1985, 37(133): 195~215
- [22] Khuory G A etal. *Strain of concrete during first heating from 600°C under load. Magazine of concrete research*, 1986, 38(134): 3~12
- [23] Khuory G A etal. *Transient thermal strain of concrete: literal review, conditions within specimen and behaviour of individual constituents. Magazine of concrete research*, 1985, 37(133): 131~143
- [24] Geymayer H. G. *Effect of temperature on creep of concrete: A literature review. ACI SP 34-31, Detroit, 1972: 565~589*
- [25] Day, M. F. , Jenkinson, E. A. and Smith A. I. *Effect of elevated temperatures on high-tensile-steel wires for prestressed concrete. Proceeding Institution of Civil Engineers*, 1960, 16(5): 55~71
- [26] Abrams, M. S. and Cruz C. R. *The behaviors at high temperature of strand for prestressed concrete. Journal of the PCA Research and Development Laboratories*, 1961, 3(3): 8~19
- [27] Gustaferro A H, Abrams M S and Salse E A B. *Fire Resistance of Prestressed Concrete Beams. Study C: Structural Behavior During Fire Tests. Research and Development Department Bulletin, No. RD009. 01B, PCA, Skokie, 1971. p29*
- [28] Ellingwood B and Shaver J R. *Effects of Fire on Reinforced Concrete members. Journal of structural Engineering, ASCE 106(11), 1980. 2151~2166*
- [29] Ellingwood B and Lin T D. *Flexure and Shear Behavior of Concrete Beams During Fires. Journal of structural Engineering, ASCE, V.117, No.2, Mar-Apr,*

1991. 440~458
- [30] Huang Z, Burgess I W and Plank R J. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Fire. *ACI Structural Journal*, V.96, No.1, Jan-Feb, 1999. 127~135
- [31] Standard Methods of Fire Tests of Building Construction and Materials. AMSI/ASTM E119~79
- [32] Workshop CIB W14 Design Guide to structural Fire Safety. *Fire Safety Journal*, Vol.10, No.2, Mar, 1986
- [33] Terro M J. Numerical Modeling of the Behavior of Concrete Structures in Fire. *ACI Structural Journal*, V.95, No.2, Mar-Apr, 1998. 183~193
- [34] Becker J M, Bizri H and Bresler B. A Computer Program for the Fire Response of Structures Thermal. Report No. UCB FRC 71-1, Dep of Civil Eng Uni of California, Berkeley, Jan, 1974
- [35] Chien-Hung Lin, Shun-Tyan Chen. Repair of Fire-Damaged Reinforced Concrete Columns. *ACI Structural Journal*, July-August, 1995
- [36] Sheu M S and Liu P M. Aseismic Diagnosis of R.C Building after man-made Disaster-Fire Damage. Proc, Fifth U.S National Conference on Earthquake Engineering, Chicago, Jun, 1994. 211~228
- [37] Khan M R and Royles R. Post test exposure behavior of reinforced concrete beams. *Magazine of Concrete Research*, Vol.38, No.135, 1986
- [38] 杜红秀, 张雄, 韩继红. 混凝土损失的红外热像检测与评估. *同济大学学报*, 2002, 30 (9): 1078~1082
- [39] 时旭东, 过镇海. 钢筋混凝土结构的温度场. *工程力学*, 1996, 13(1): 35~43
- [40] 董毓利. 混凝土结构的火安全设计. 北京: 中国科学出版社, 2001. 154~186
- [41] 过镇海, 时旭东等. 钢筋混凝土的高温性能及其计算. 清华大学出版社, 2003. 18~96
- [42] 张大长, 吕志涛. 火灾对RC、PC构件材料性能的影响. *南京建筑工程学院学报*, 1998, (2): 25~37
- [43] 胡倍雷、宋玉普. 高温后混凝土在复杂应力状态下的变形和强度特性的试验研究. *四川建筑科学研究*, 1994, (1): 47~50
- [44] 范进, 吕志涛. 高温后预应力钢丝性能的试验研究. *工业建筑*, 2002, 32(9): 30~31

- [45] 陆洲导, 朱伯龙. 钢筋混凝土简支梁对火灾反应的试验研究. 土木工程学报, 1993, 26(3): 47~54
- [46] 陆洲导, 朱伯龙. 钢筋混凝土框架火灾反应分析. 土木工程学报, 1995, 28(6): 18~27
- [47] 陆洲导. 钢筋混凝土梁对火灾反应的研究: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 1989
- [48] 时旭东, 过镇海. 高温下钢筋混凝土框架的受力性能试验研究. 土木工程学报, 2000, 33(1): 36~45
- [49] 杨建平, 时旭东, 过镇海. 两种升温—加载途径下钢筋混凝土压弯构件受力性能的试验研究及分析研究. 工程力学, 2001, 18(3): 81~90
- [50] 孙劲峰, 时旭东, 过镇海. 三面受热钢筋混凝土梁在高温时和降温后受力性能的试验研究. 建筑结构, 2002, 32(1): 34~36
- [51] Schneider Ulrich. Modeling of concrete behaviour at high temperatures. Design of Structures against Fire, Elsevier Applied Science Publishers, London, 1986
- Ashton L.A. and Bates S.C.C.. The fire resistance of prestressed concrete beams. Journal of the ACI, 1968, 32(11): 9~24
- [52] Gustafarro A.H. Design of Prestressed Concrete for Fire Resistance. Journal of the PCI, 1973, 18(6): 102~116
- [53] Bresler B. and Iding R. H. Fire Response of Prestressed Concrete Members. Fire Safety of Concrete Structures, ACI SP-80, Detroit, 1983: 69~113
- [54] Joseph T. R. Report on Unbonded Post-Tensioned Prestressed Reinforced Concrete Flat Plate Floor with Expanded Shale Aggregate. Journal of the PCI, 1968, 13(2): 45~56
- [55] Abram M.S. and Gustafarro A.H.. Fire Endurance of prestressed concrete units coated with spray-applied insulation. Journal of the PCI, 1972, 17(1): 102~116
- [56] 华毅杰. 预应力混凝土结构火灾反应及抗火性能研究: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2000
- [57] 高立堂, 董毓利, 袁爱民. 无粘结预应力混凝土连续板中跨受火试验研究. 建筑结构, 2004, 34(8): 49~52
- [58] 高立堂, 董毓利, 袁爱民. 无粘结预应力混凝土简支板的抗火试验研究. 建筑结构, 2004, 34(4): 42~44
- [59] 王中强. 无粘结预应力混凝土扁梁抗火性能的试验研究和理论分析: [博士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2006

- [60] Lie T. T.. A Method of to Predict the Fire Resistance of Circular Concrete Filled Hollow Steel Columns [J]. Journal of Fire Protection Engineering, 1990, 2(4): 111~126
- [61] Commission of the European Communities. Euro-code No.2, Design of Concrete Structures. Part 10: Structural Fire Design. April 1990
- [62] 钮宏, 陆洲导, 陈磊. 高温下钢筋与混凝土本构关系的试验研究. 同济大学学报, 1990, 18(3): 287~297
- [63] 杨建平. 高温下钢筋混凝土压弯构件的试验研究和理论分析及实用计算: [博士学位论文]. 北京: 清华大学, 2000
- [64] 阎继红. 高温作用下混凝土材料性能试验研究及框架结构性能分析: [博士学位论文]. 天津: 天津大学, 2000
- [65] K.A.S. Susantha, GE Habin, USAMI Tsutomu. Umiaxial stress-strain relationship of concrete confined by various shaped steel tubes. Engineering Structures, 2000, 23(21): 1331~1347
- [66] 罗欣. 高性能混凝土的防火性能、机理及数值模拟研究: [博士学位论文]. 南京: 东南大学, 2001
- [67] Huang Zhaohui, Andrew Platten, John Roberts. Non-linear Finite Element Model to Predict Temperature Histories within Reinforced Concrete in Fires[J]. Building and Environment, 1996, 31(2): 109~118
- [68] V.K.R. Kodur, T.C. Wang and F.P. Cheng. Predicting the Fire Resistance Behaviour of High Strength Concrete Columns. Cement and Concrete Composites, 2004, 26(2): 141~153
- [69] 丁发兴, 余志武, 唐国庆. 底面受火下钢筋混凝土T梁温度场非线性分析[J]. (待发表).
- [70] 周朝阳, 罗小勇, 余志武. 无粘结预应力混凝土框架非线性分析. 建筑结构学报, 1999, 20(4): 48~53
- [71] 朱伯芳. 有限单元法原理与应力. 中国水利水电出版社, 1998. 19~21

致 谢

本文是在余志武教授的悉心指导下完成的。

三年前当我身处困境之时，是余志武老师收留了我，余老师的恩情学生莫齿难忘。余老师学识渊博，思维开阔，有着严谨求实的治学精神和诲人不倦的授业之道，他经常教导我们如何做人、做事、做学问。在他悉心的指导下，我的理论水平和实践能力有了长足的进步，并且顺利地完成了试验和学位论文。能够顺利完成学业，离不开余老师的悉心指导和教诲，作为学生，此情永远铭记在心，今后唯有以踏踏实实做人，勤勤恳恳做事，方不负余老师的辛勤培育。

特别感谢王中强师兄在三年读研期间在学习上给与的指导以及丁发兴师兄在学习和生活上给与的指导和帮助，感谢他们在论文完成期间给予的许多宝贵建议和指导，师兄们的指导和帮助师弟当永铭于心。

学生还要感谢结构与市政工程中心的蒋丽忠教授和陆铁坚教授对我的指导和帮助。

同时还要感谢中南大学防灾减灾研究所对本次试验工作的帮助。

感谢三年来在学习和生活中关心和帮助我的好友朱纯海、俞冠军以及同窗好友温海林、刘于、郑永阳、陈学文、邹飞、贺子瑛、肖林红等人。感谢所有给我关怀和支持的朋友们。

感谢各位授课老师以及中南大学研究生院和土木建筑学院领导的关心与帮助。向即将为本文进行审阅、审评的老师和对本文提出宝贵意见的朋友们表示衷心的感谢。

最后，要感谢我敬爱的父母和我的家人，是他们给了我无私、淳朴的爱，给了我生活的动力和克服困难、战胜自我的精神力量。

本课题得到了国家自然科学基金的资助，特此鸣谢！

衷心地感谢！ 谢谢！

作者：唐国庆

2006年5月

攻读硕士学位期间参与科研及发表论文情况

一、参与科研项目

- [1] 参与中南大学湘雅医院内科病栋加固改造工程, 2003.9
- [2] 参与“火灾作用下预应力混凝土结构的受力性能及设计方法研究”, 国家自然科学基金项目(项目号 50078007): 2004.10~2005.5

二、发表论文

- [1] 余志武, 唐国庆, 丁发兴. 三面受火下钢筋混凝土梁温度场非线性分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(4): 11~14
- [2] 丁发兴, 余志武, 唐国庆. 底面受火下钢筋混凝土T梁温度场非线性分析[J]. (待发表)
- [3] 丁发兴, 余志武, 唐国庆. Elasto-plastic analysis of circular concrete-filled steel tube stub columns at high temperatures[C]. (国际会议论文, 已录用, 待发表)
- [4] 丁发兴, 余志武, 唐国庆. Unified calculation method of uniaxial compressive mechanical properties of concrete at high temperatures[C]. (国际会议论文, 已录用, 待发表)