高考数学必做 61 道圆锥曲线问题
——圆锥曲线性质大全

四、相交之弦，蝴蝶特征

19．横点交弦，竖之蝴蝶

20．纵点交弦，横之蝴蝶

21．蝴蝶定理，一般情形

五、切点之弦，相关问题

22．主轴分割，等比中项

23．定点割线，倒和两倍

24．定点割线，内外定积

25．主轴交点，切线平行

六、定点之弦，张角问题

26．焦点之弦，张角相等

27．定点之弦，张角仍等

28．对称之点，三点共线

29．焦点切点，张角相等

30．倾角互补，连线定角

七、动弦中点，相关问题

31．动弦中点，斜积定值

32．切线半径，斜积仍定

33．动弦中垂，范围特定

34．定向中点，轨迹直径

35．定点中点，轨迹同型

八、向量内积，定值问题

36．焦弦张角，内积定值

37．存在定点，内积仍定

九、其它重要性质

38．光线反射，路径过焦

39．切线中割，切弦平行

40．直周之角，斜过定点

41．正交半径，斜切定圆

42．直径端点，斜积定值

43．垂弦端点，交轨对偶

44．准线动点，斜率等差

45．焦点切线，距离等比

46．共轭点对，距离等积

47．正交中点，连线定点

48．顶点切圆，切线交准

49．平行焦径，交点轨迹

50．内接内圆，切线永保

51．切线正交，顶点轨迹

52．斜率定值，弦过定点

53．直线动点，切弦定点

54．与圆四交，叉连互补

55．交弦积比，平行方等

56．补弦外圆，切于同点

57、焦点切长，张角相等

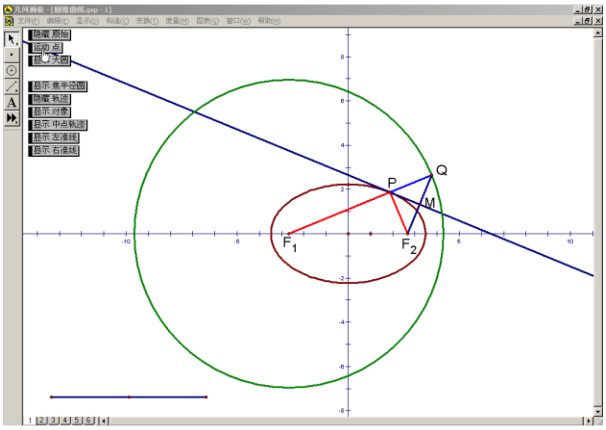
58．斜率积定，连线过定

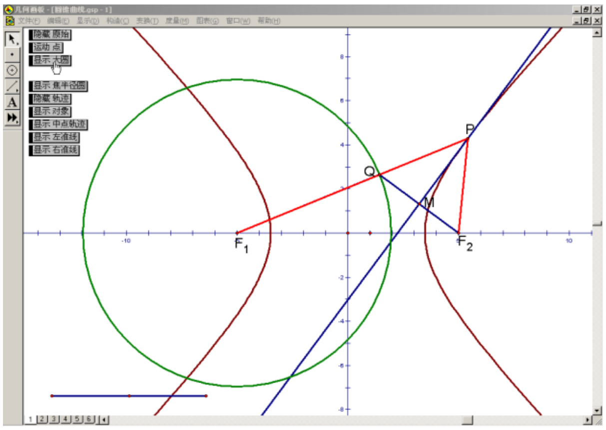
59．切点连线，恒过定点

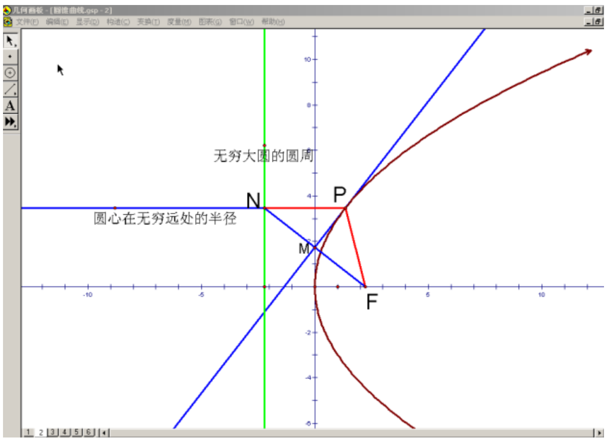
60. 焦点准线，斜率等差 1

61. 焦点准线，斜率等差 2

1．距离和差，轨迹椭双







实验成果	动态课件
定圆上一动点与圆内一定点的垂直平分线与其半径的交点的轨迹是椭圆。	
定圆上一动点与圆外一定点的垂直平分线与其半径所在直线的交点的轨迹是双曲线。	
定直线（无穷大定圆）上一动点与圆外一定点的垂直平分线与其半径所在直线的交点的轨迹是抛物线。	

问题探究 1

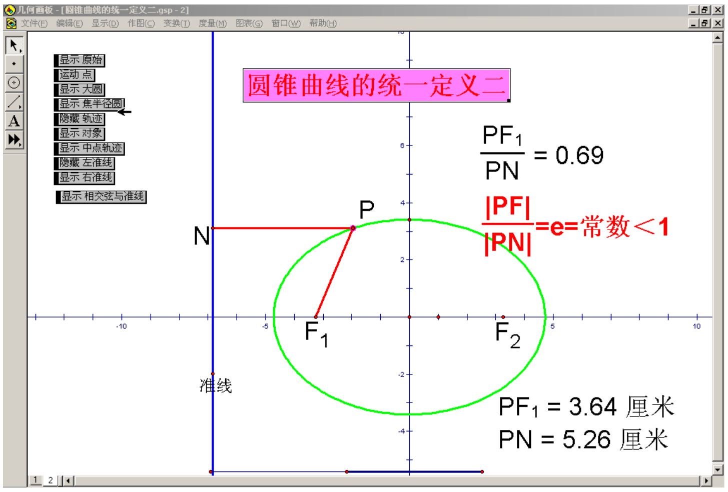
已知动点Q在圆 A：$(x+\lambda)^2+y^2=4$上运动，定点$B(\lambda,0)$，则

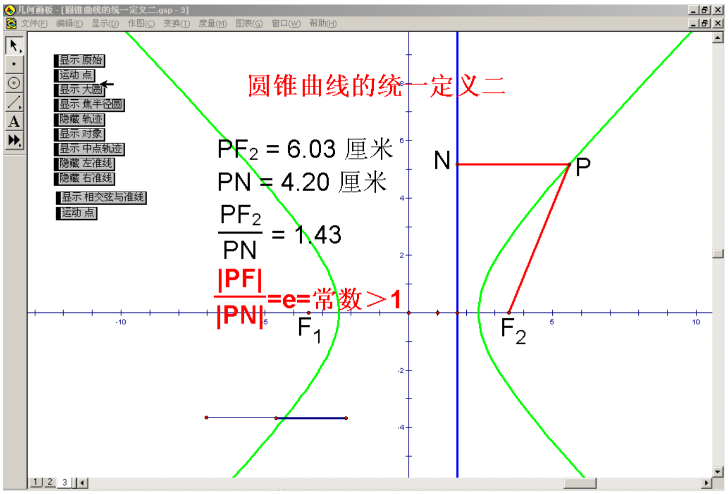
（1）线段QB的垂直平分线与直线QA的交点P的轨迹是什么？

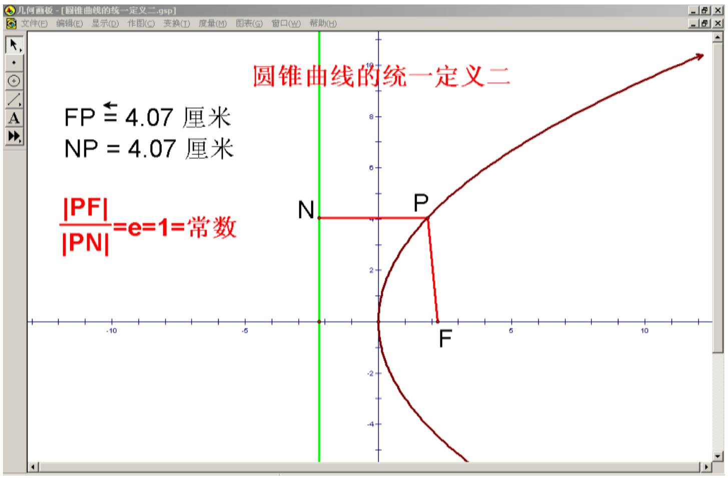
（2）若$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MQ}$，直线$l$过点$M$与直线$QA$的交于点$P$，且$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{MP}=0$，则点$Q$的

轨迹又是什么？

2．距离定比，三线统一







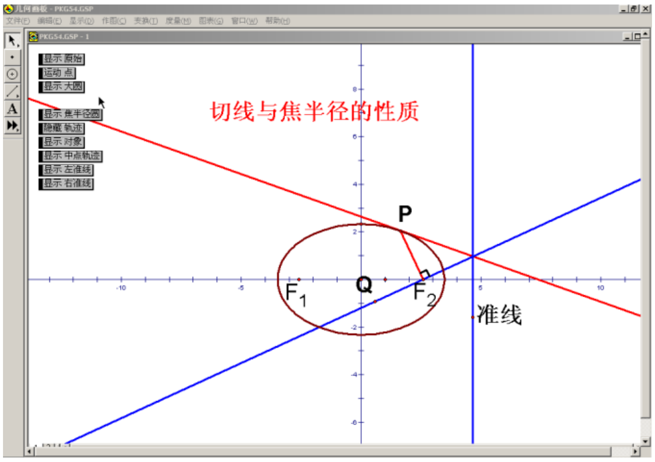
实验成果	动态课件
动点到一定点与到一定直线的距离之比为小于 1 的常数，则动点的轨迹是椭圆———— 。	
动点到一定点与到一定直线的距离之比为大于 1 的常数，则动点的轨迹是双曲线 。	
动点到一定点与到一定直线的距离之比为等于 1 的常数，则动点的轨迹是抛物线 。	

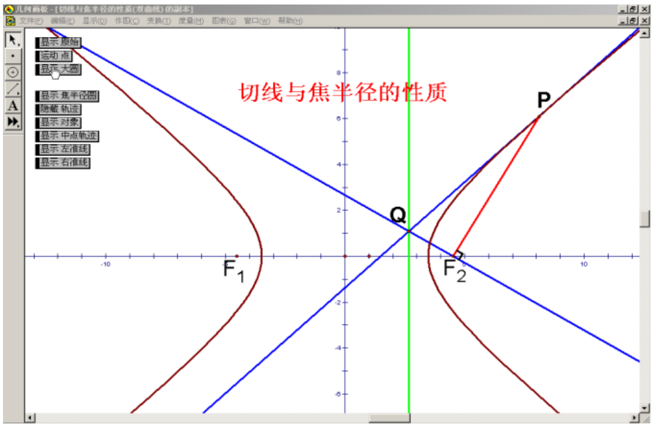
问题探究 2

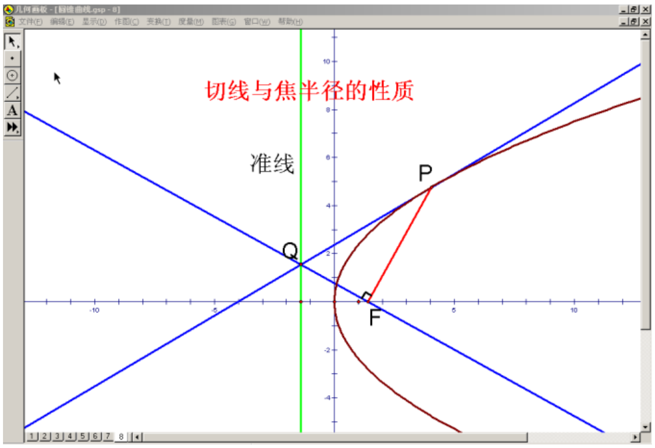
已知定点 $A(-1,0)$，定直线 l_1： $x=-3$，动点 N 在直线 l_1 上，过点 N 且与 l_1 垂直的直

线l_2上有一动点 P，满足$\frac{|PA|}{|PN|}=\lambda$，请讨论点 P 的轨迹类型。

3．切线焦径，准线作法







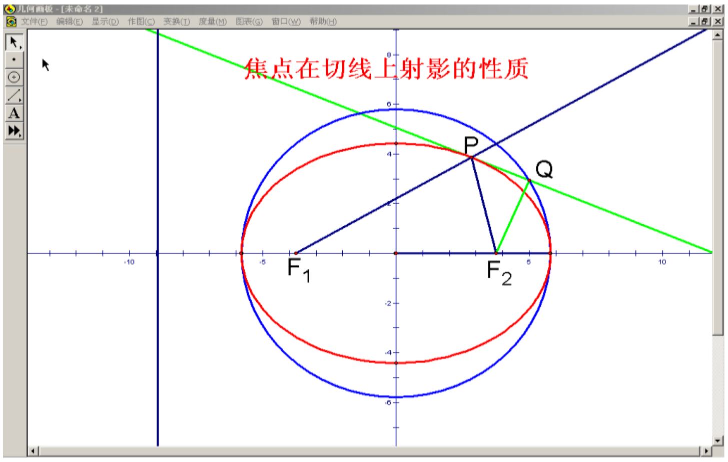
实验成果	动态课件
椭圆上的一点处的切线与该点的焦半径的过相应焦点的垂线的交点的轨迹为椭圆相应之准线	
双曲线上的一点处的切线与该点的焦半径的过相应焦点的垂线的交点的轨迹为双曲线相应之准线	
抛物线上的一点处的切线与该点的焦半径的过相应焦点的垂线的交点的轨迹为抛物线之准线 。	

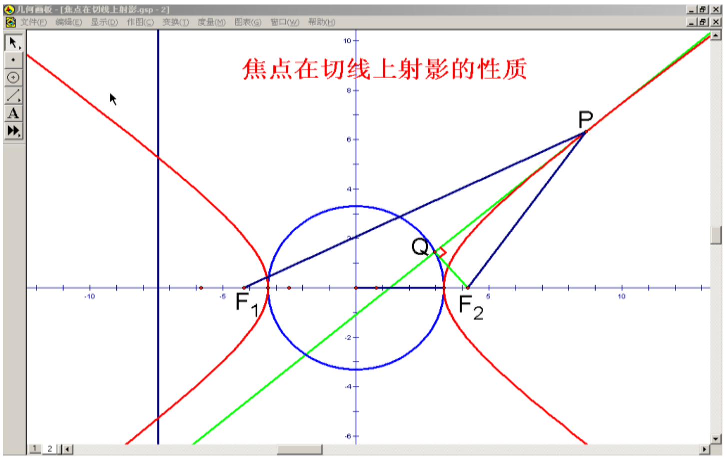
问题探究 3

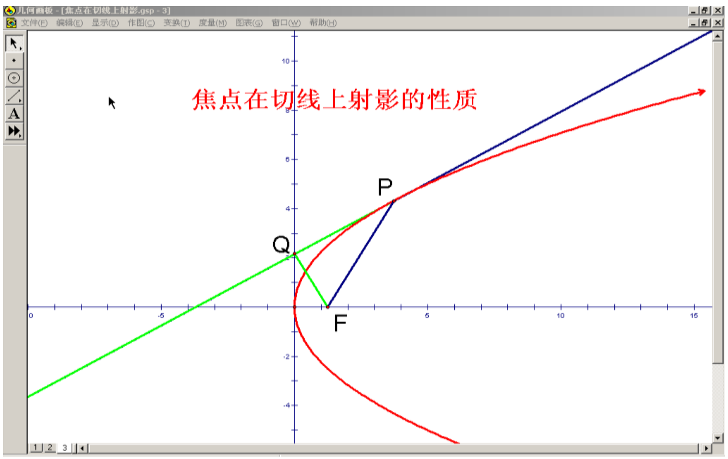
已知两定点 $A(-1,0), B(1,0)$，动点 P 满足条件 $|PA|+|PB|=8$，另一动点 Q 满足

$\overrightarrow{QB}\cdot\overrightarrow{PB}=0$, $\overrightarrow{QP}\cdot(\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|}+\frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|})=0$，求动点 Q 的轨迹方程。

4．焦点切线，射影是圆





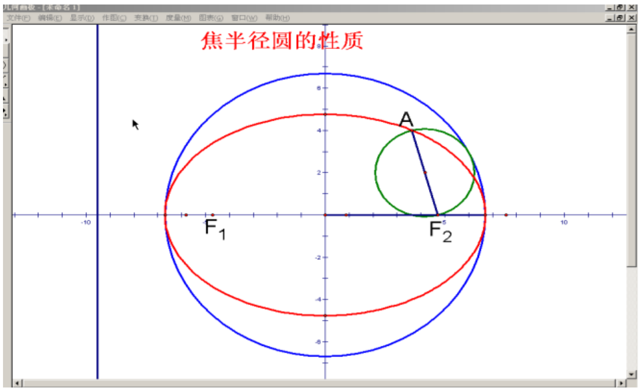


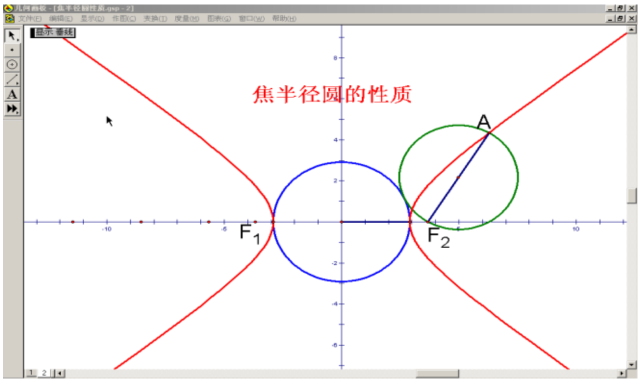
实验成果	动态课件
焦点在椭圆切线上的射影轨迹是以长轴为直径的圆。	
焦点在双曲线切线上的射影轨迹是以实轴为直径的圆。	
焦点在抛物线切线上的射影轨迹是切抛物线于顶点处的直线（无穷大圆）。	

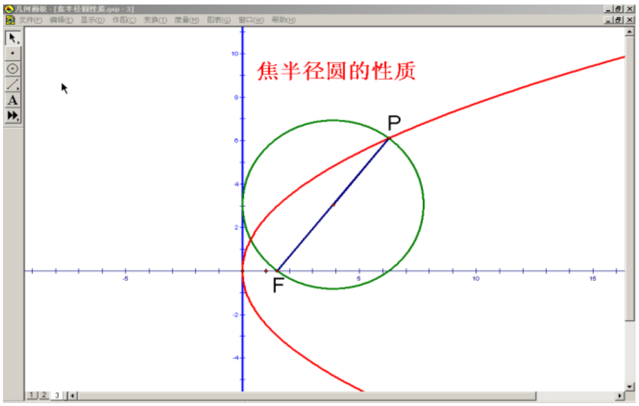
问题探究 4

已知两定点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，动点 P 满足条件 $|PA|-|PB|=2$，动点 Q 满足 $\overrightarrow{QB}\cdot(\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|}+\frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|})=0$，$\overrightarrow{QP}+\lambda(\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|}+\frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|})=0$，求动点 Q 的轨迹方程。

5．焦半径圆，切于大圆







实验成果	动态课件
以焦半径为直径的圆必与长轴为直径的圆（此圆（简称“大圆”）与椭圆内切，）相切	
以焦半径为直径的圆必与实轴为直径的圆（此圆（此圆（简称“小圆”）与双曲线外切）相切。	
以焦半径为直径的圆必与切于抛物线顶点处的直线（此圆无穷大（实为顶点处的切线）与曲线外切）相切	

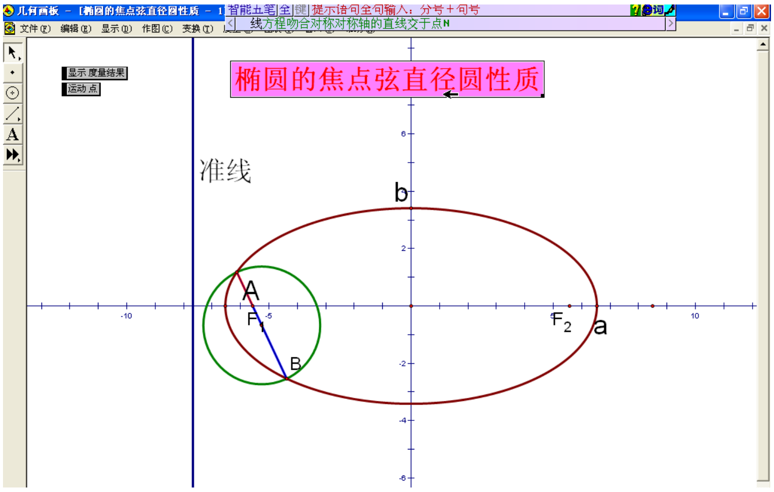
问题探究 5

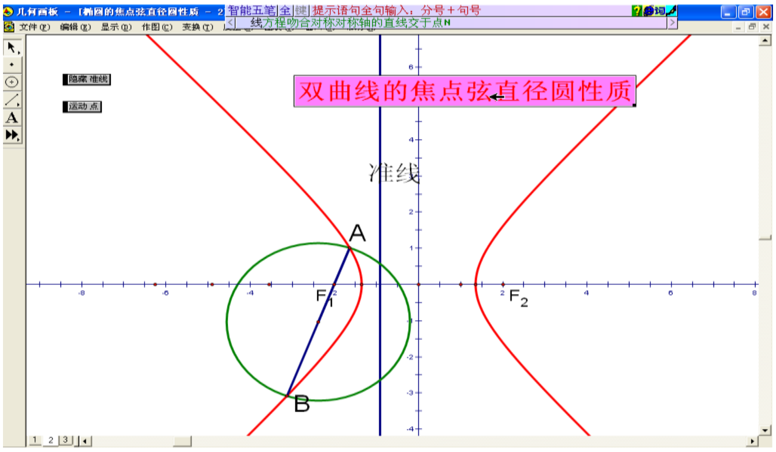
1．已知动点 P 在椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 上，F 为椭圆之焦点，$\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{FM}=\vec{0}$，探究 $2\left|\overrightarrow{OM}\right|+\left|\overrightarrow{PF}\right|$ 是否为定值

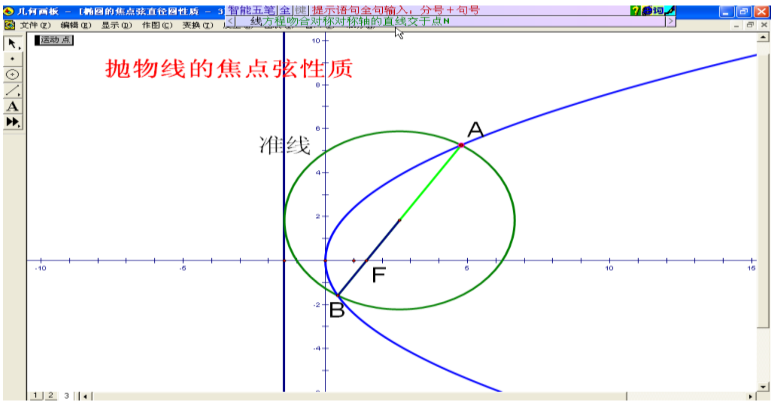
2． 已知点 P 在双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 上，F 为双曲线之焦点，$\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{FM}=\vec{0}$，探究

$2|\overline{OM}|-|\overline{PF}|$是否为定值

6．焦点弦圆，准线定位







实验成果	动态课件
椭圆中以焦点弦为直径的圆必与准线相离	
双曲线中以焦点弦为直径的圆必与准线相交。	
抛物线中以焦点弦为直径的圆必与准线相切。	

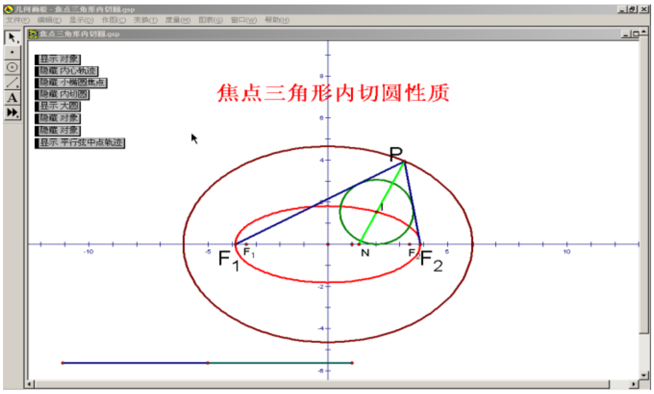
问题探究 6

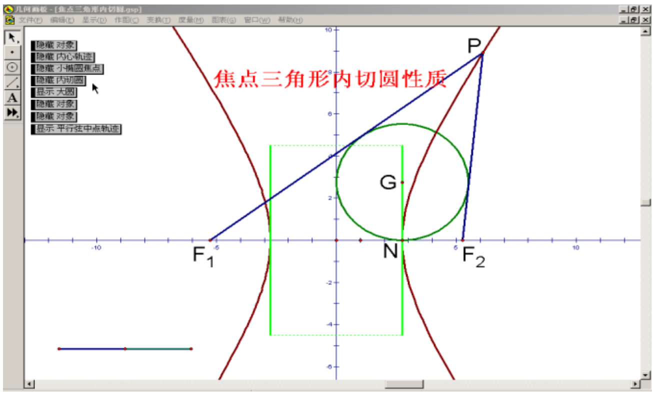
过抛物线$x^2=4y$上不同两点 A、B 分别作抛物线的切线相交于 P 点，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0.$

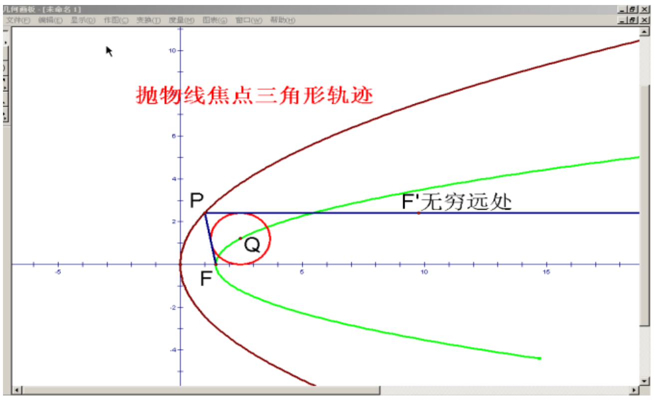
（1）求点 P 的轨迹方程；

（2）已知点 F（0，1），是否存在实数λ使得$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}+\lambda(\overrightarrow{FP})^2=0$？若存在，求出$\lambda$的值，若不存在，请说明理由.

7．焦三角形，内心轨迹







实验成果	动态课件
椭圆焦点三角形的内切圆圆心轨迹是以原焦点为顶点的椭圆	
双曲线焦点三角形的内切圆圆心轨迹是以过双曲线实顶点的两条平行且垂直于实轴的开线段(长为 2b)	
抛物线焦点三角形(另一焦点在无穷远处)的内切圆圆心轨迹是以原抛物线焦点为顶点的抛物线	

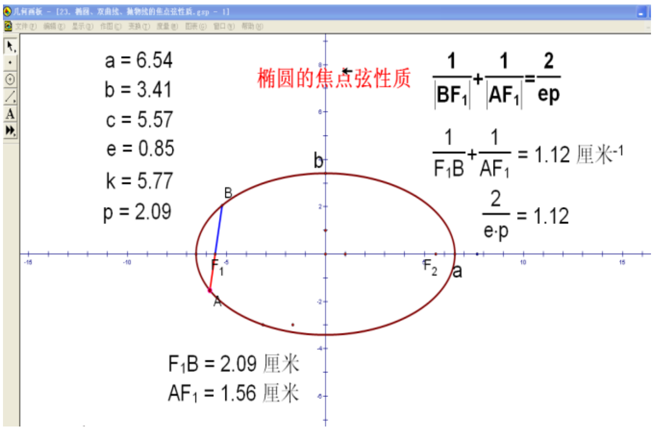
问题探究 7

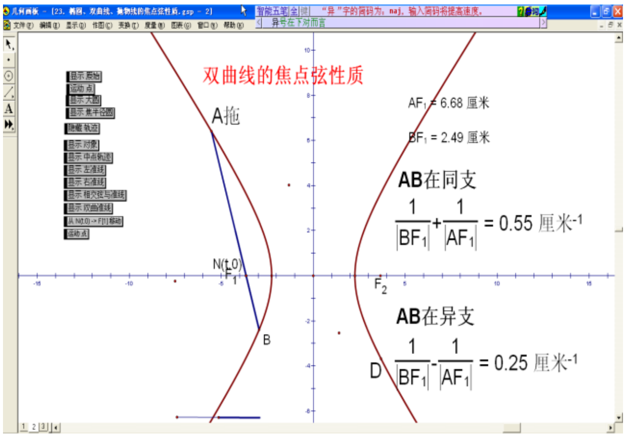
1．已知动点 P 在椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$上，$F_1,F_2$为椭圆之左右焦点，点$G$为$\Delta F_1PF_2$的内心，试求点$G$的轨迹方程。

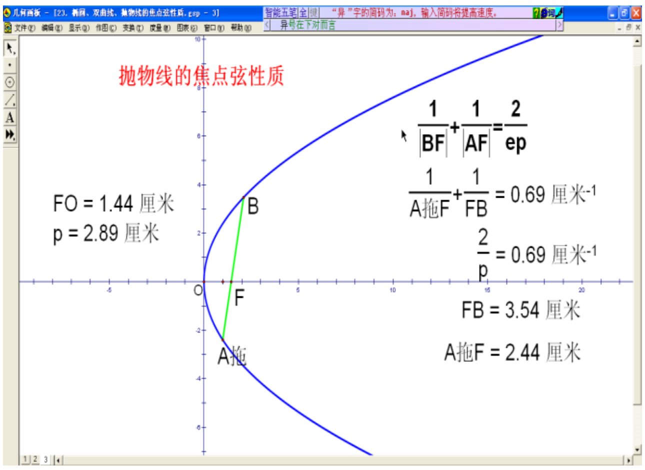
2．已知动点 P 在双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$上，$F_1,F_2$为双曲线之左右焦点，圆$G$是$\Delta F_1PF_2$

的内切圆，探究圆G是否过定点，并证明之。

8．焦点半径，倒和定值







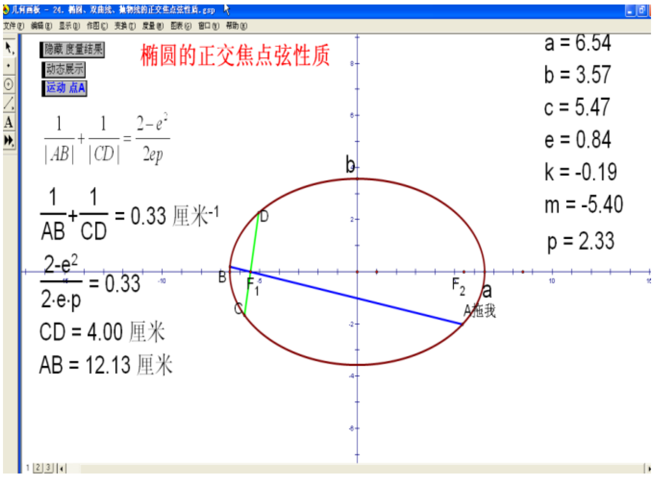
实验成果	动态课件
椭圆的焦点弦的两个焦半径倒数之和为常数 $\frac{1}{BF_1}+\frac{1}{AF_1}=\frac{2}{ep}$	
双曲线的焦点弦的两个焦半径倒数之和为常数 **AB在同支** $\left\|\frac{1}{\|AF_1\|}+\frac{1}{\|BF_1\|}\right\|=\frac{2}{ep}$ **AB在异支** $\left\|\frac{1}{\|AF_1\|}-\frac{1}{\|BF_1\|}\right\|=\frac{2}{ep}$ 。	
抛物线的焦点弦的两个焦半径倒数之和为常数 $\frac{1}{BF}+\frac{1}{AF}=\frac{2}{ep}$	

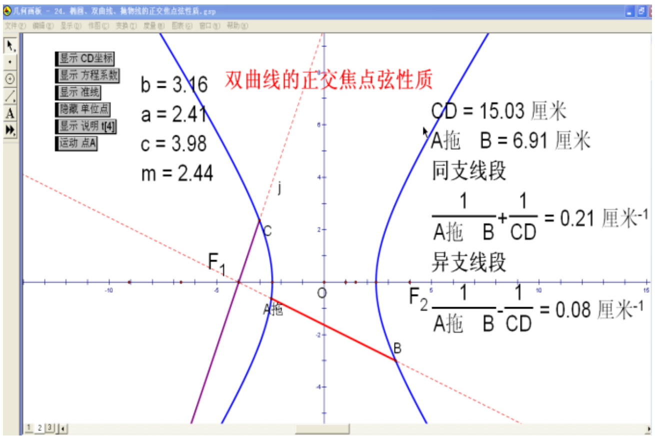
问题探究 8

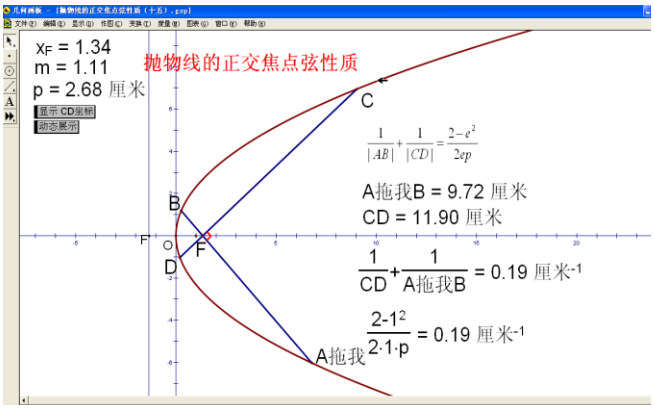
已知椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，$F_1$为椭圆之左焦点，过点$F_1$的直线交椭圆于 A，B 两点，是

否存在实常数λ，使$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \lambda\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}$ 恒成立。并由此求|AB|的最小值。(借用柯西不等式)

9．正交焦弦，倒和定值







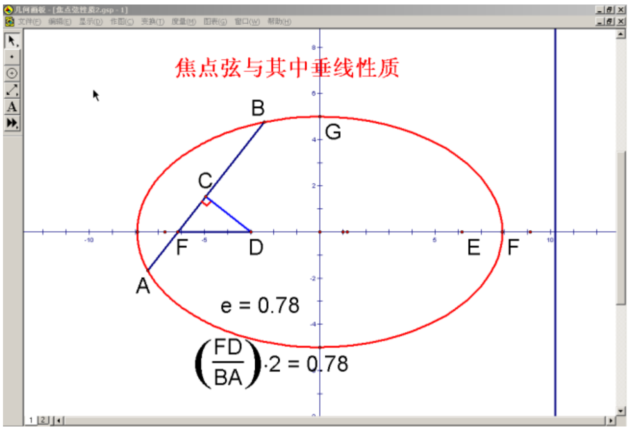
<table>
<tr><th>实验成果</th><th>动态课件</th></tr>
<tr><td colspan="2">椭圆互相垂直的焦点弦倒数之和为常数
$$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{2-e^2}{2ep}$$
。</td></tr>
<tr><td colspan="2">双曲线互相垂直的焦点弦倒数之和为常数
$$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{|2-e^2|}{2ep}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">抛物线互相垂直的焦点弦倒数之和为常数
$$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{2-e^2}{2ep}$$</td></tr>
</table>

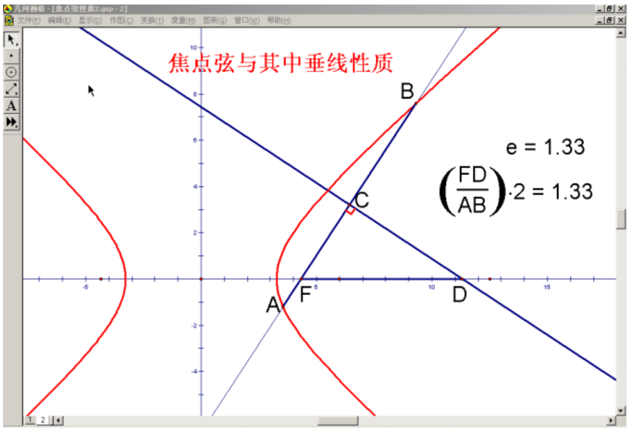
问题探究 9

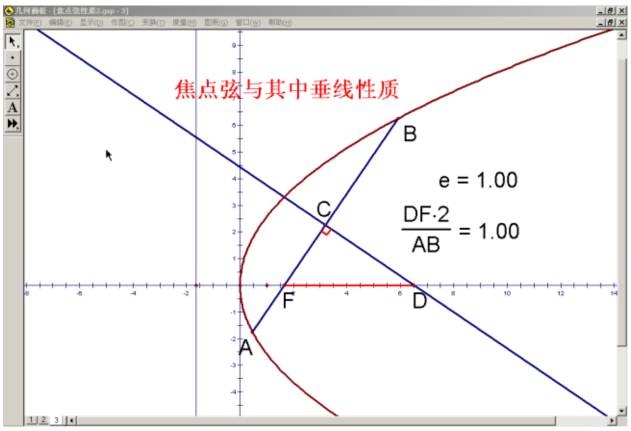
已知椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，$F_1$为椭圆之左焦点，过点$F_1$的直线$l_1,l_2$分别交椭圆于 A，B 两点，和 C，D 两点，且$l_1\perp l_2$，是否存在实常数$\lambda$，使$\left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{CD}\right|=\lambda\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|$恒成

立。并由此求四边形 ABCD 面积的最小值和最大值。

10．焦弦中垂，焦交定长





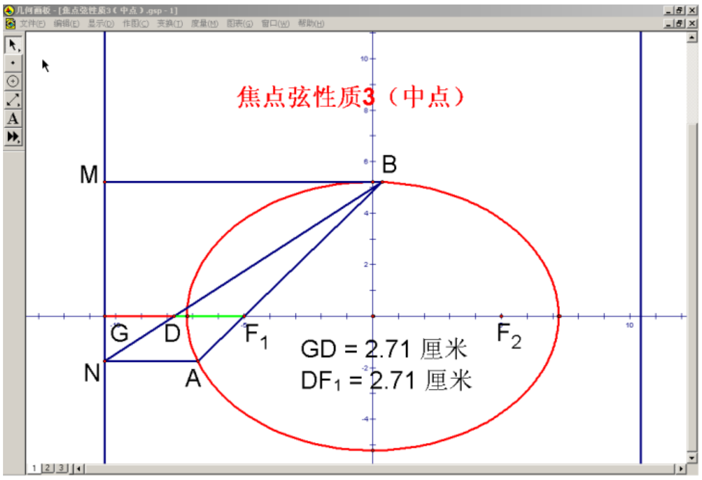


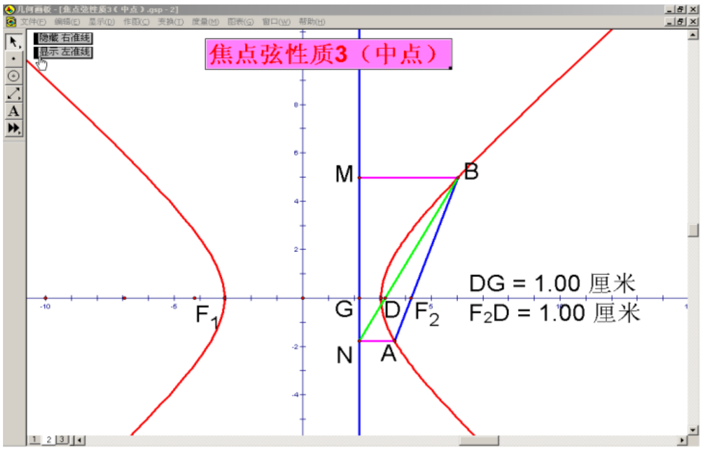
实验成果	动态课件
设椭圆焦点弦 AB 的中垂线与长轴的交点为 D，则 $\lvert FD\rvert$ 与 $\lvert AB\rvert$ 之比是离心率的一半。	
设双曲线焦点弦 AB 的中垂线与焦点所在轴的交点为 D，则 $\lvert FD\rvert$ 与 $\lvert AB\rvert$ 之比是离心率的一半	
设抛物线焦点弦 AB 的中垂线与对称轴的交点为 D，则 $\lvert FD\rvert$ 与 $\lvert AB\rvert$ 之比是离心率的一半 。	

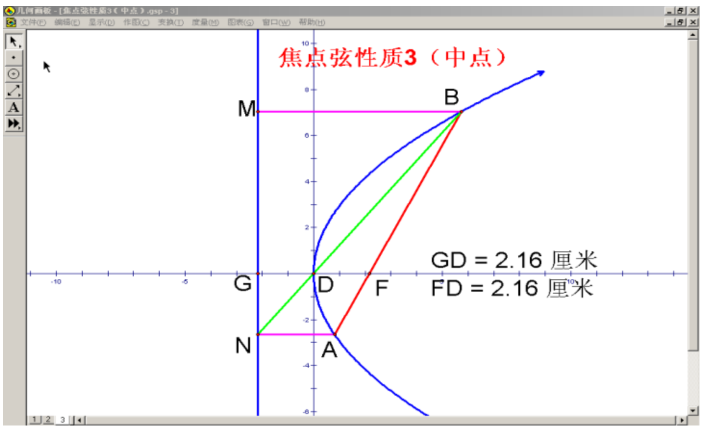
问题探究 10

已知椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，$F_1$ 为椭圆之左焦点，过点 F_1 的直线交椭圆于 A，B 两点，AB 中垂线交 x 轴于点 D，是否存在实常数 λ， 使 $\left|\overline{AB}\right|=\lambda\left|\overline{F_1D}\right|$ 恒成立。

11．焦弦投影，连线截中







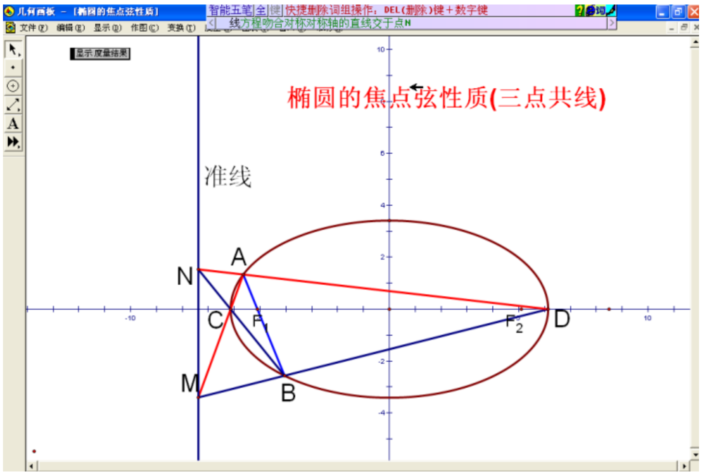
实验成果	动态课件
椭圆的焦点弦的端点在相应准线上的投影与焦点弦端点的交叉连线与对称轴的交点平分焦点与准线和对称轴的交点线段.。	
双曲线的焦点弦的端点在相应准线上的投影与焦点弦端点的交叉连线与对称轴的交点平分焦点与准线和对称轴的交点线段.。	
抛物线的焦点弦的端点在相应准线上的投影与焦点弦端点的交叉连线与对称轴的交点平分焦点与准线与对称轴的交点线段.。	

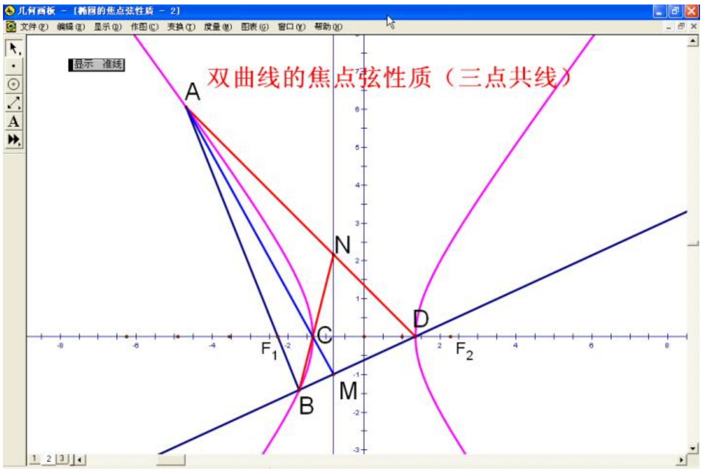
问题探究 11

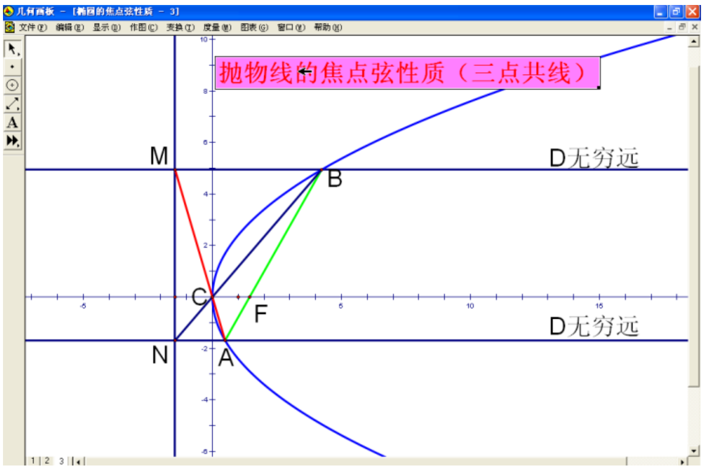
已知椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，$F_1$为椭圆之左焦点，过点$F_1$的直线$l_1$交椭圆于 A，B 两点，

直线l_2 $x=-4$交x轴于点 G，点A,B在直线l_2上的射影分别是N,M，设直线AM,BN的交点为 D,，是否存在实常数λ，使$|\overrightarrow{GD}|=\lambda|\overrightarrow{DF_1}|$恒成立。

12．焦弦长轴，三点共线





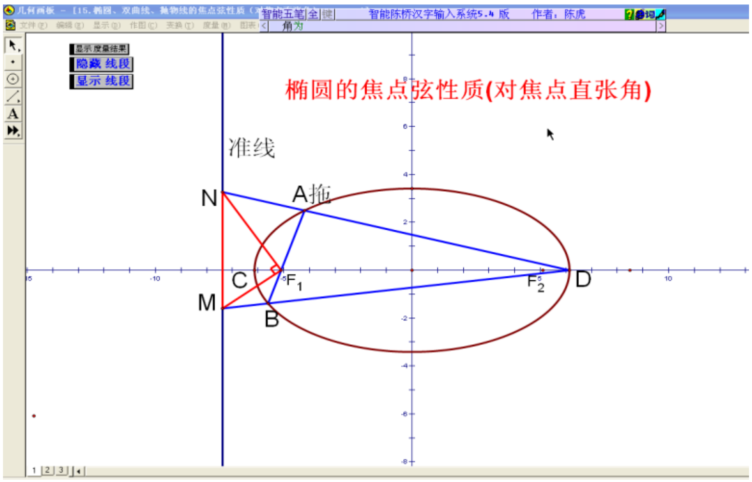


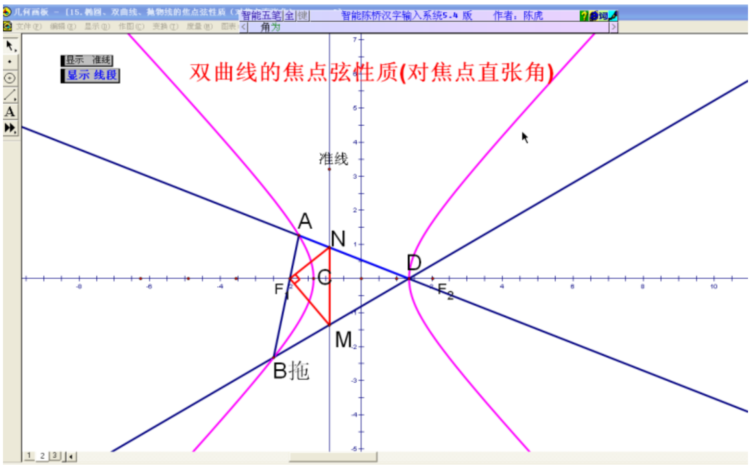
实验成果	动态课件
椭圆焦点弦端点 A、B 与长轴顶点 D 连线与相应准线的交点 N、M，则 N、C、B 三点共线，M、C、A 三点共线	
双曲线焦点弦端点 A、B 与实轴顶点 D 连线与相应准线的交点 N、M，则 N、C、B 三点共线，M、C、A 三点共线	
抛物线焦点弦端点 A、B 与顶点 D（D 在无穷远处）连线与准线的交点 N、M，则 N、C、B 三点共线，M、C、A 三点共线	

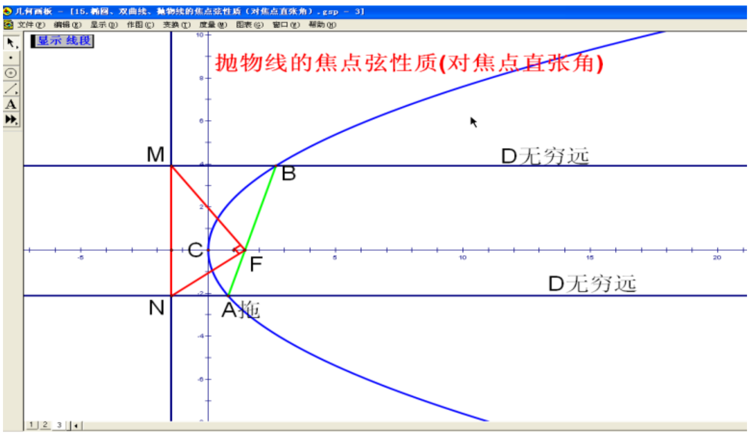
问题探究 12

已知椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$， F_1 为椭圆之左焦点，过点 F_1 的直线 l_1 交椭圆于 A，B 两点，C,D 分别为椭圆的左右顶点，动点 P 满足 $\overline{PA}=\lambda\overline{AD},\overline{PC}=\mu\overline{CB}$, 试探究点 P 的轨迹。

13．对焦连线，互相垂直





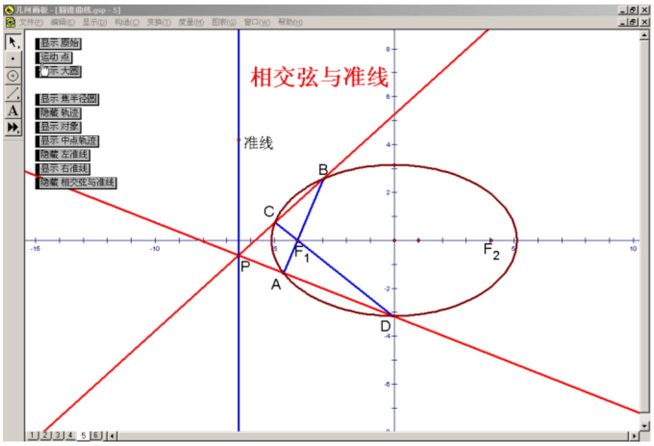


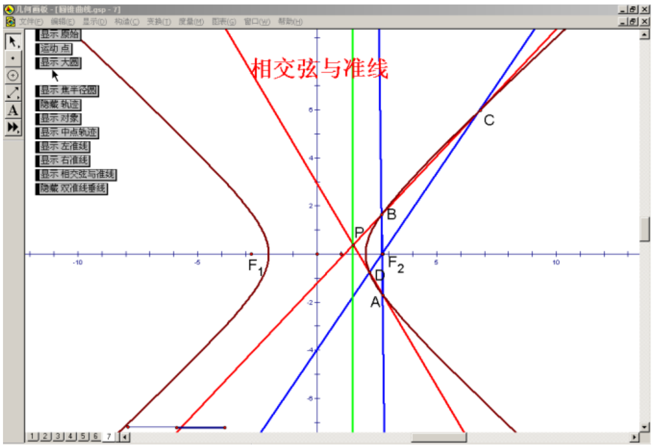
实验成果	动态课件
椭圆左焦点弦端点 A、B 与右顶点 D 连线 AD，BD 交相应准线于点 N、M，则 $NF_1 \perp MF_1$	
双曲线左焦点弦端点 A、B 与右顶点 D 连线 AD，BD 交相应准线于点 N、M，则 $NF_1 \perp MF_1$	
抛物线焦点弦端点 A、B 与顶点 D（无穷远处）连线交相应准线于点 N、M，则 $NF \perp MF$	

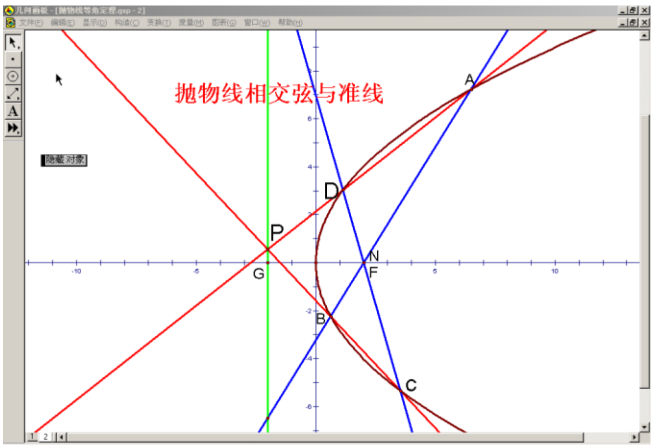
问题探究 13

已知双曲线 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{1}=1$， F_1 为双曲线之左焦点，过点 F_1 的直线 l_1 交双曲线于 A，B 两点， C,D 分别为双曲线的左右顶点，动点 P 满足 $\overline{PA}=\lambda_1\overline{AD},\overline{PC}=\mu_1\overline{CB},$ 动点 Q 满足 $\overline{QA}=\lambda_2\overline{AC},\overline{QB}=\mu_2\overline{BD},$ 试探究 $\angle PF_1Q$ 是否为定值。

14．相交焦弦，轨迹准线





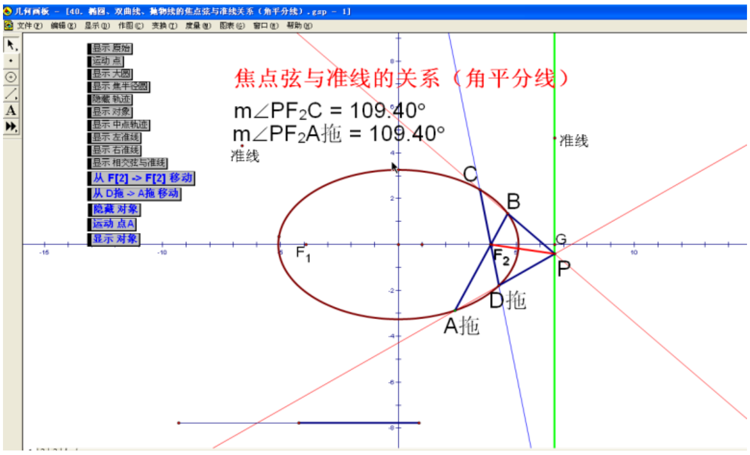


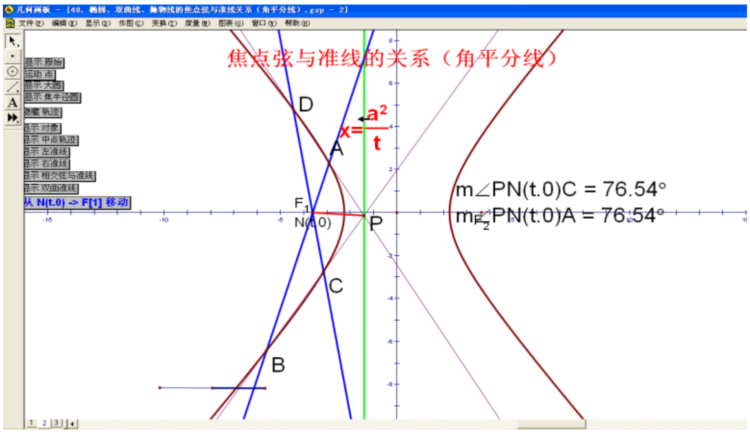
实验成果	动态课件
椭圆的任意两焦点弦端点所在直线交点的轨迹是准线 本性质还可解释圆也有准线（在无穷远处）， 因为当焦点逐步向中心靠拢时准线逐步外移	
双曲线的任意两焦点弦端点所在直线交点的轨迹是准线	
抛物线的任意两焦点弦端点所在直线交点的轨迹是准线	

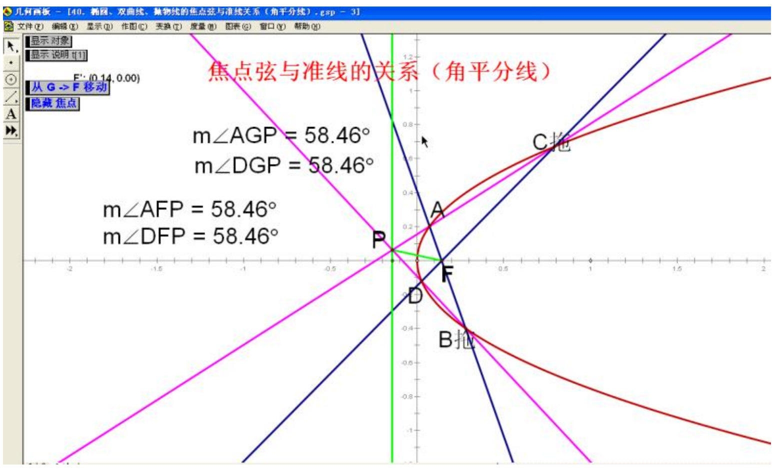
问题探究 14

已知椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，$F_1$为椭圆之左焦点，过点$F_1$的直线$l_1,l_2$分别交椭圆于 A，B 两点，和 C，D 两点，直线l_3 $x=-4$，直线 AD 交直线l_3于点 P，试判断点 P、B、C 是否三点共线，并证明之。

15．相交焦弦，角分垂直





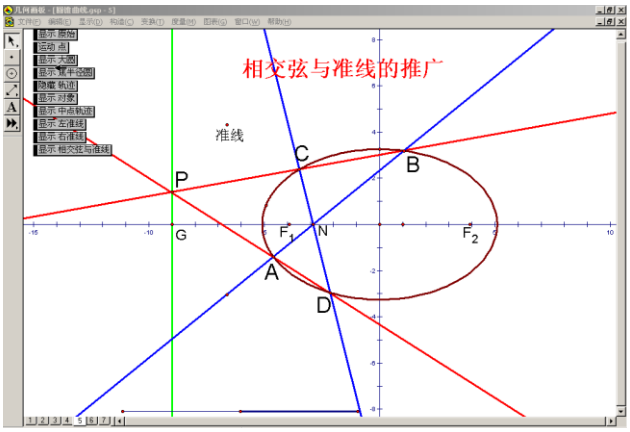


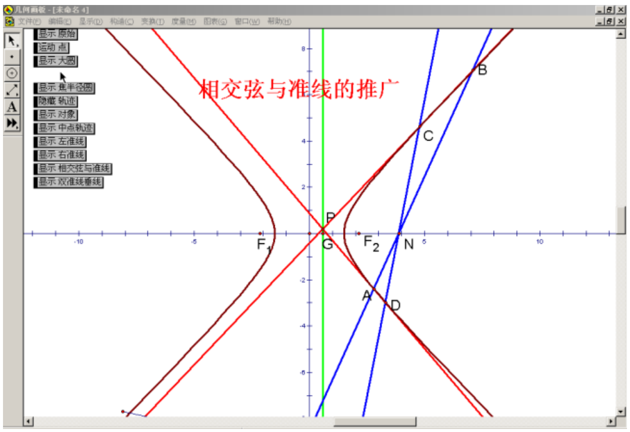
实验成果	动态课件
椭圆的任意两焦点弦 AB，CD 端点所在直线 AD 和 BC 交点 P 必在准线上且交点 P 与焦点F_2的连线平分角$\angle BF_2D$	
双曲线的任意两焦点弦 AB，CD 端点所在直线 AD 和 BC 交点 P 必在准线上且交点 P 与焦点F_1的连线平分角$\angle AF_1C$	
抛物线的任意两焦点弦 AB，CD 端点所在直线 AC 和 BD 交点 P 必在准线上且交点 P 与焦点F 的连线平分角$\angle AFD$	

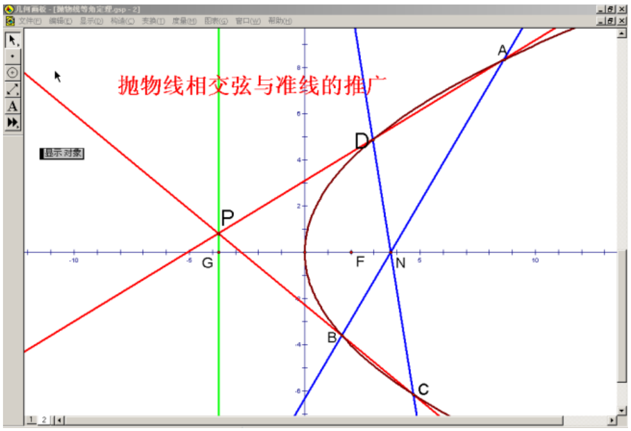
问题探究 15

已知椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$， F_1 为椭圆之左焦点，过点 F_1 的直线 l_1,l_2 分别交椭圆于 A，B 两点，和 C，D 两点，直线 l_3 $x=-4$，直线 AD 交直线 l_3 于点 P，试证明 $\angle PF_1A=\angle PF_1D$。

16．定点交弦，轨迹直线





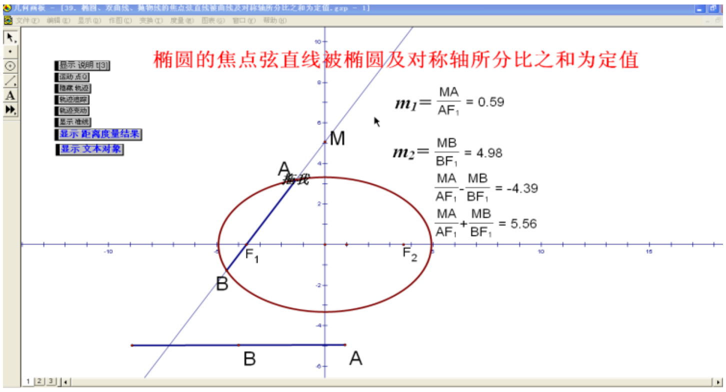


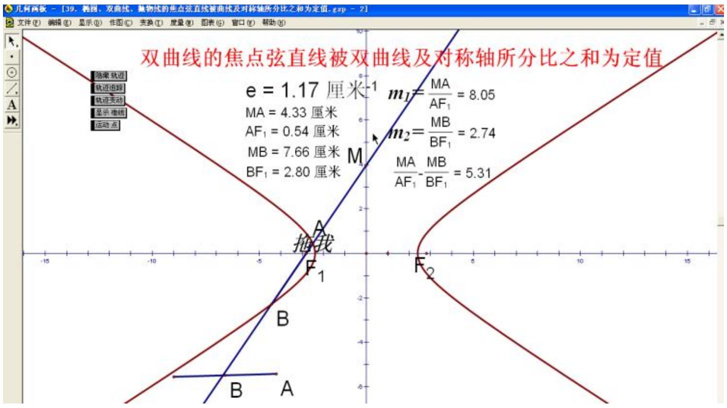
实验成果	动态课件
过椭圆长轴直线上任意一点 N（t,0）的两条弦端点的直线的交点的轨迹是一定直线 $x=\frac{a^2}{t}$。	
过双曲线实轴直线上任意一点 N（t,0）的两条弦端点的直线的交点的轨迹是一定直线 $x=\frac{a^2}{t}$。	
过抛物线对称轴上任意一定点 N（t,0）的两条弦端点的直线的交点的轨迹是一定直线 $x=-t$	

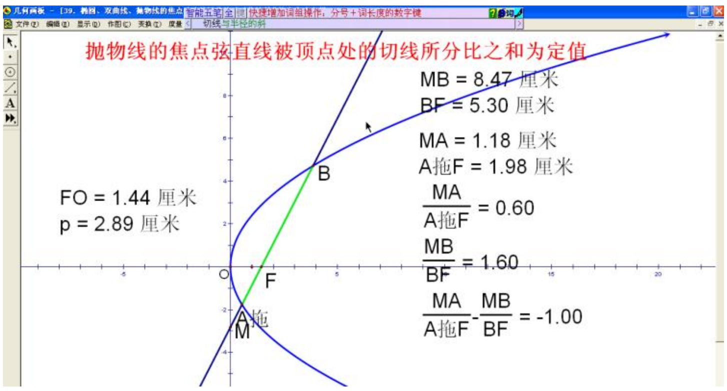
问题探究 16

已知椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，过点$N(2,0)$的直线$l_1,l_2$分别交椭圆于 A，B 两点，和 C，D 两点，设直线 AD 与直线 CB 交于点 P，试证明点 P 的轨迹为直线$x=4$，

17．焦弦直线，中轴分比







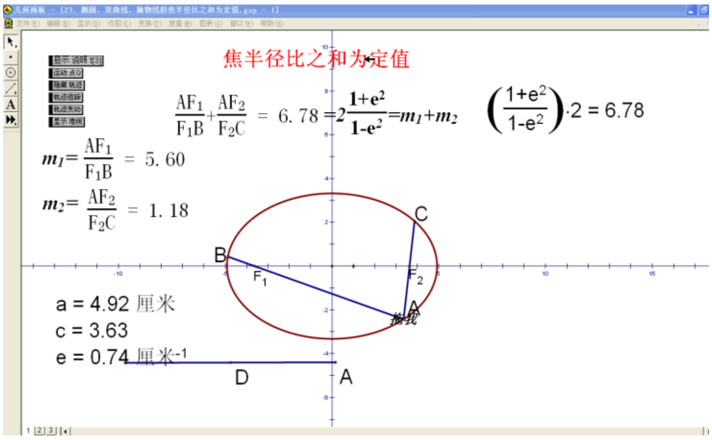
实验成果	动态课件
椭圆的焦点弦所在直线被曲线及短轴直线所分比之和为定值。	
双曲线的焦点弦所在直线被曲线及虚轴直线所分比之和为定值。	
过抛物线的焦点弦所在直线被曲线及顶点处的切线所分比之和为定值。	

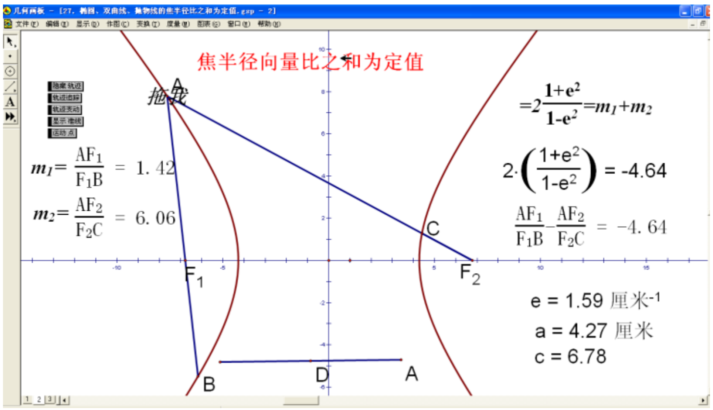
问题探究 17

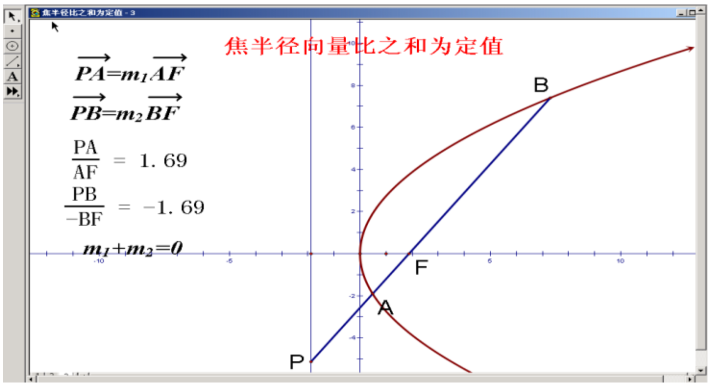
已知椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，点$F_1$为椭圆之左焦点，过点$F_1$的直线$l_1$分别交椭圆于 A，B

两点，设直线 AB 与 y 轴于点 M ， $\overrightarrow{MA}=\lambda\overrightarrow{AF_1},\overrightarrow{MB}=\mu\overrightarrow{BF_1}$,试求 $\lambda+\mu$ 的值。

18．对偶焦弦，比和定值





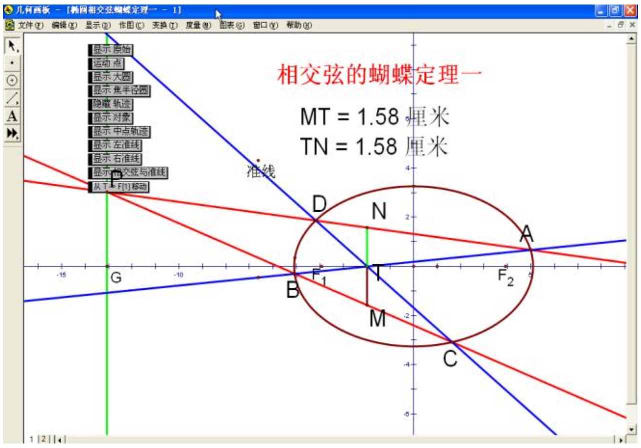


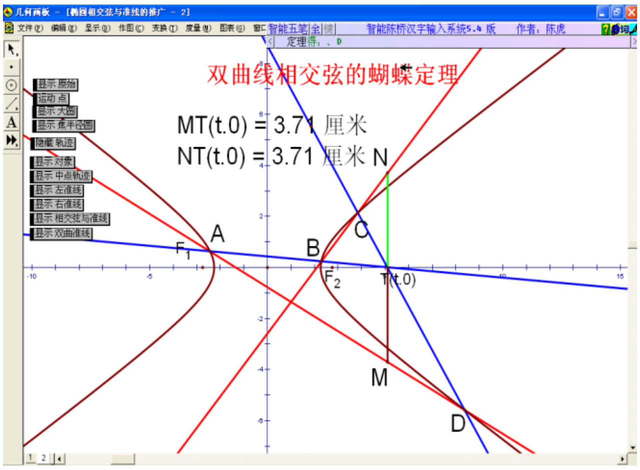
实验成果	动态课件
过椭圆上任一点 **A** 作两焦点的焦点弦 **AC** 和 **AB**，其共线向量模的比之和为定值．即 $\overrightarrow{AF_1}=m_1\overrightarrow{F_1B}$ $\overrightarrow{AF_2}=m_2\overrightarrow{F_2B}$ 。 $m_1+m_2=2\frac{1+e^2}{1-e^2}$为定值	
过双曲线上任一点 **A** 作两焦点的焦点弦 **AC** 和 **AB**，其共线向量模的比之和为定值．即 $\overrightarrow{AF_1}=m_1\overrightarrow{F_1B}$ $\overrightarrow{AF_2}=m_2\overrightarrow{F_2B}$ 。 $m_1+m_2=2\frac{1+e^2}{1-e^2}$为定值 （注：图中测算不是向量，故中间一式用的是差）	
由于抛物线的开放性，焦点只有一个，故准线相应地替换了焦点，即 $\overrightarrow{PA}=m_1\overrightarrow{AF}$ $\overrightarrow{PB}=m_2\overrightarrow{BF}$ $m_1+m_2=0$ 。	

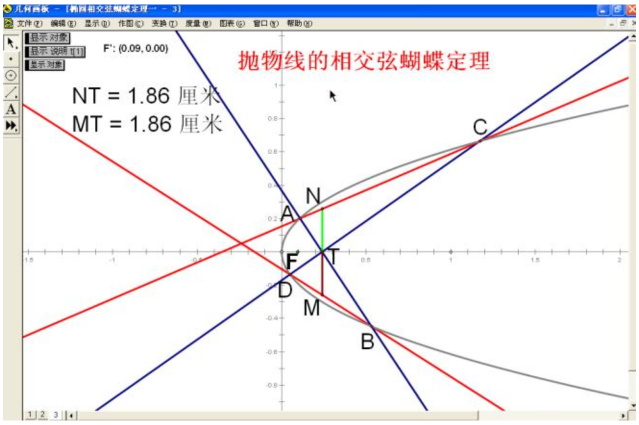
问题探究 18

已知方向向量为 $\vec{e}=(1,\sqrt{3})$ 的直线 l 过点 $A(0,-2\sqrt{3})$ 和椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的焦点，且椭圆 C 的中心 O 和椭圆的右准线上的点 B 满足：$\overrightarrow{OB}\cdot\vec{e}=0,\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AO}\right|$。(1)求椭圆 C 的方程；(2)设 E 为椭圆 C 上任一点，过焦点 F_1,F_2 的弦分别为 ES,ET，设 $\overrightarrow{EF_1}=\lambda_1\overrightarrow{F_1S}$, $\overrightarrow{EF_2}=\lambda_2\overrightarrow{F_2T}$，求 $\lambda_1+\lambda_2$ 的值。

19．横点交弦，竖之蝴蝶





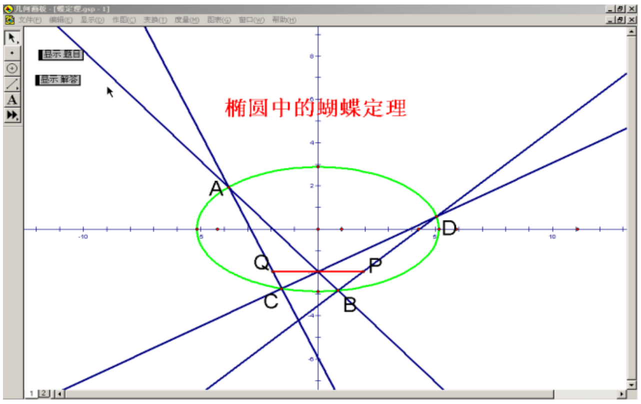


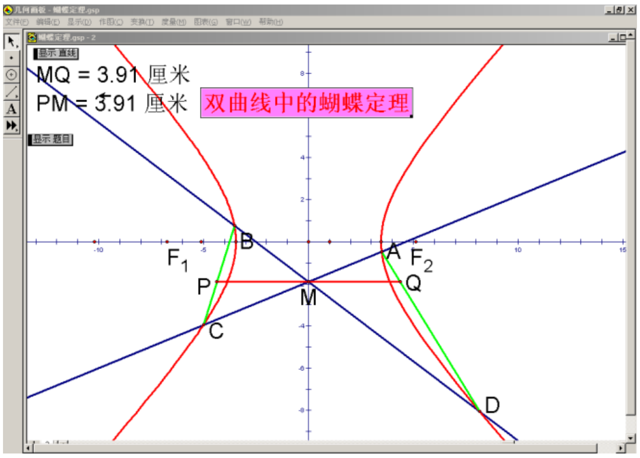
实验成果	动态课件
过椭圆长轴所在直线上任意一点 T（t,0）的两条弦 AB 和 CD 端点的直线 AD 和 BC 截过 T 点的垂线段 NM（$NM \perp F_1F_2$）相等，即 NT＝TM	
过双曲线实轴所在直线上任意一点 T（t,0）的两条弦 AB 和 CD 端点的直线 AD 和 BC 截过 T 点的垂线段 NM（$NM \perp F_1F_2$）相等，即 NT＝TM。	
过抛物线对称轴上任意一点 T（t,0）的两条弦 AB 和 CD 端点的直线 AC 和 BD 截过 T 点的垂线段 NM（$NM \perp FT$）相等，即 NT＝TM。	

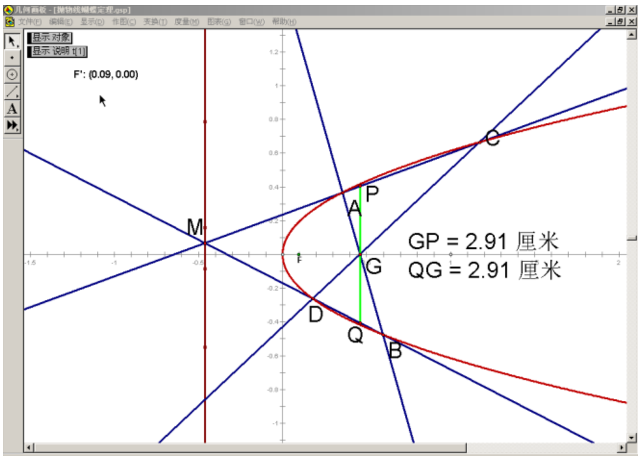
问题探究 19

已知抛物线 $y^2=2x$，过点 $T(2,0)$ 的动直线 l 交抛物线于 A,B 两点，过 A,B 分别作切线 l_1,l_2，点 P 在抛物线上，且 $PT \perp x$轴，l_3 是抛物线在 P 处的切线，若 l_4 过点 T 且 $l_4 \parallel l_3$ 交 l_1,l_2 于 N，M，交抛物线于 C,D，试探索 $|CN|=|DM|$ 是否成立。

20．纵点交弦，横之蝴蝶





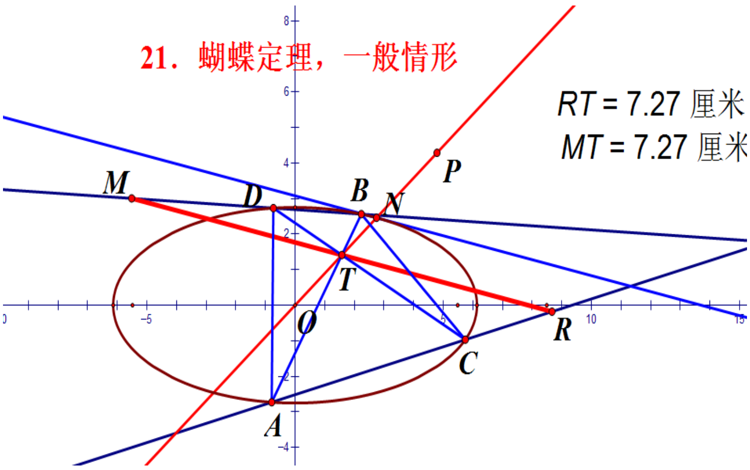


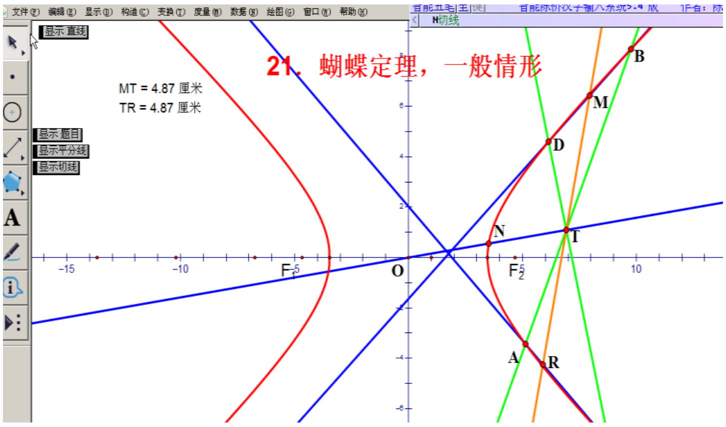
实验成果	动态课件
过椭圆短轴上任意一点 M 的两条弦端点作两条直线,一定截过 M 点与对称轴垂直的直线为相等的线段 PM=MQ	
过双曲线虚轴上任意一点 N（t,0）的两条弦端点作两条直线,一定截过 N 点与对称轴垂直的直线为相等的线段 PM=MQ	
过抛物线对称轴上任意一点 N（t,0）的两条弦端点作两条直线,一定截过 N 点与对称轴垂直的直线为相等的线段 PM=MQ	

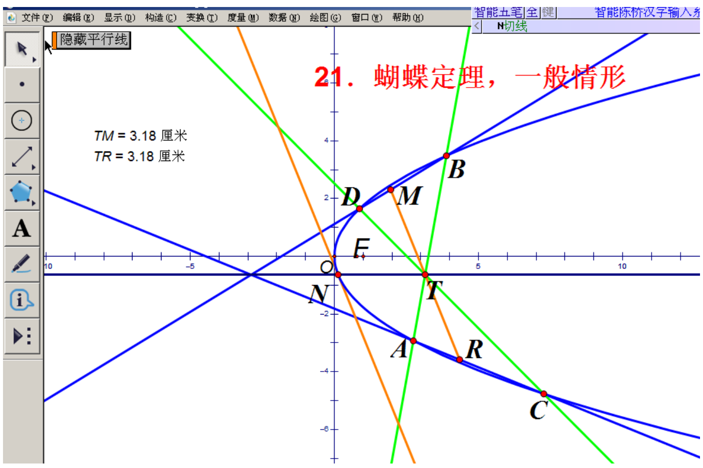
问题探究 20

已知椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，过点 T(1,0) 的直线$l_1,l_2$分别交椭圆于 A，B 两点，和 C，D 两点，设直线l_3过点 T 且$l_3\perp x$轴，交l_{AC},l_{BD}于点 N，M，试证明$|TN|=|TM|$。

21．蝴蝶定理，一般情形

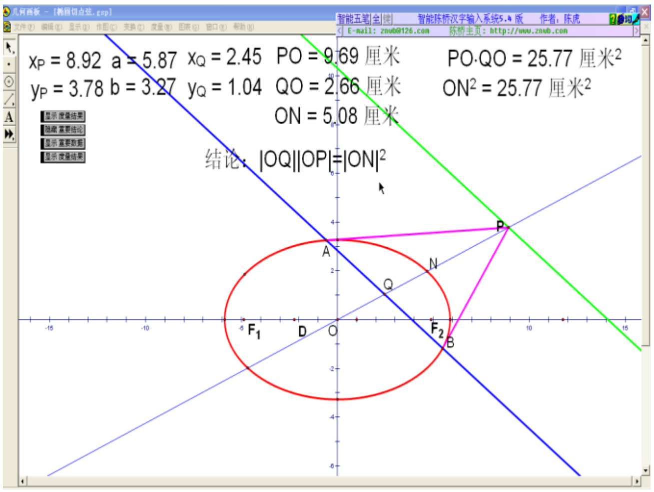


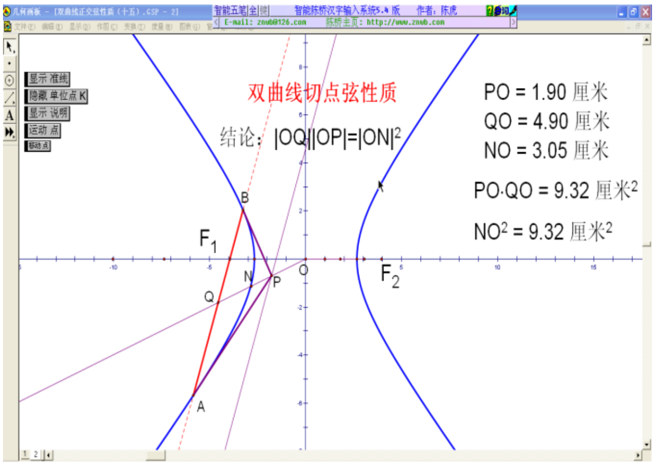


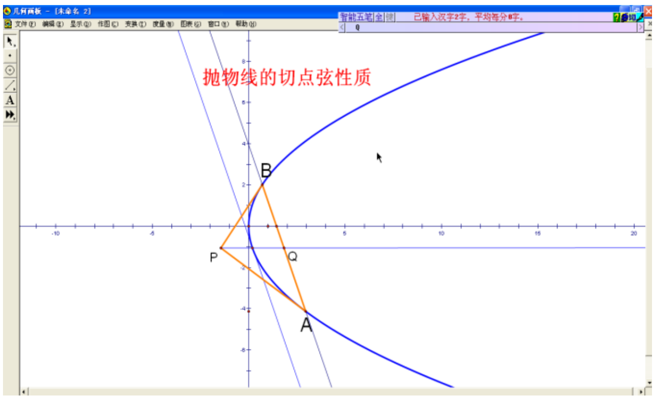


实验成果	动态课件
过椭圆直径所在直线上任意一点T作的两条弦AB，CD，过其端点作两条直线 AC 和 BD,截过 T 点与 N 点切线平行的直线段，被 T 点平分，即 MT=TR（N 点为主轴 OT 与曲线的交点）	
过双曲线直径所在直线上任意一点T作的两条弦 AB，CD，过其端点作两条直线 AC 和 BD,截过 T 点与 N 点切线平行的直线段，被 T 点平分，即 MT=TR（N 点为主轴 OT 与曲线的交点）	
过平行于抛物线对称轴的直线上任意一点T作两条弦 AB，CD，过其端点作两条直线 AC，BD，截过 T 点与 N 点切线平行的直线段，被 T 点平分，即 MT=TR（N 点为主轴 NT 与曲线的交点）	

22．主轴分割，等比中项





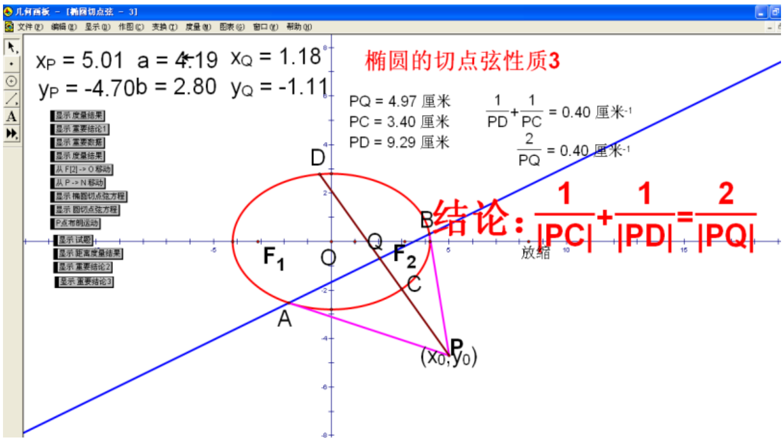


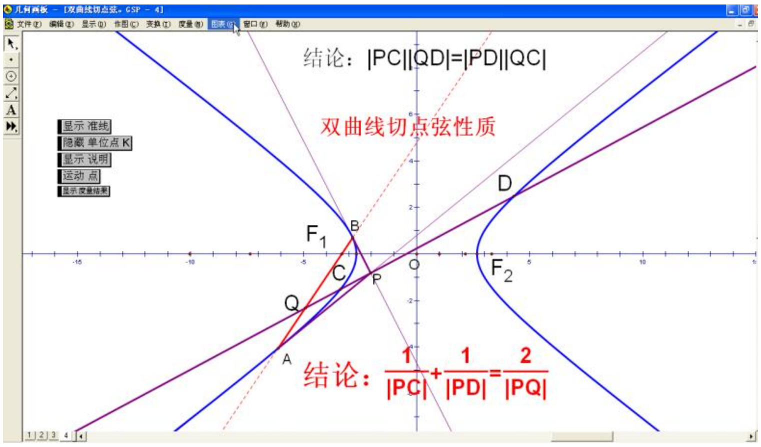
实验成果	动态课件
过椭圆中心 O 与点 $P(x_0,y_0)$ 的连线交椭圆于 N，交切点弦于点 Q，则，$\|OQ\|\|OP\|=\|ON\|^2$。且 Q 点平分切点弦 AB。（无论点 P 在曲线的什么位置，上述结论均成立）。且点 P 与直线 $Ax_0x+By_0y=1$ 沿直线 PO 作反向运动。	
双曲线中心 O 与点 $P(x_0,y_0)$ 的连线交双曲线于 N，交切点弦于点 Q，则，$\|OQ\|\|OP\|=\|ON\|^2$。且 Q 点平分切点弦 AB。（无论点 P 在曲线的什么位置，上述结论均成立）。且点 P 与直线 $Ax_0x+By_0y=1$ 沿直线 PO 作反向运动。	
设过点 P 与抛物线对称轴平行（中心在对称轴方向的无穷远处）的直线交抛物线于 N，交切点弦于点 Q，则，$\|O_\infty Q\|\|O_\infty P\|=\|O_\infty N\|^2$。且 Q 点平分切点弦 AB。（无论点 P 在曲线的什么位置，上述结论均成立）。且点 P 与直线 $y_0y=p(x+x_0)$ 作反向运动。	

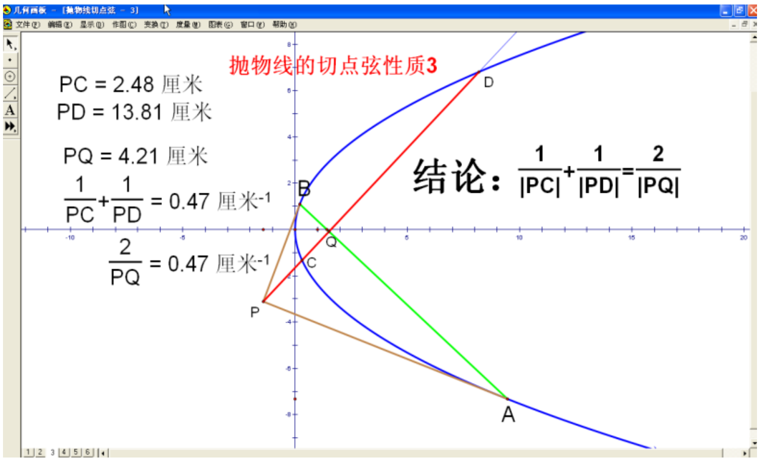
问题探究 22

已知椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，过原点 $O(0,0)$，点 T(2,1) 的直线 l 交椭圆于点 N，过点 T 的中点弦为 AB，过 A，B 分别作切线 l_1,l_2 且交于点 P，求证：$|OT||OP|=|ON|^2$

23．定点割线，倒和两倍





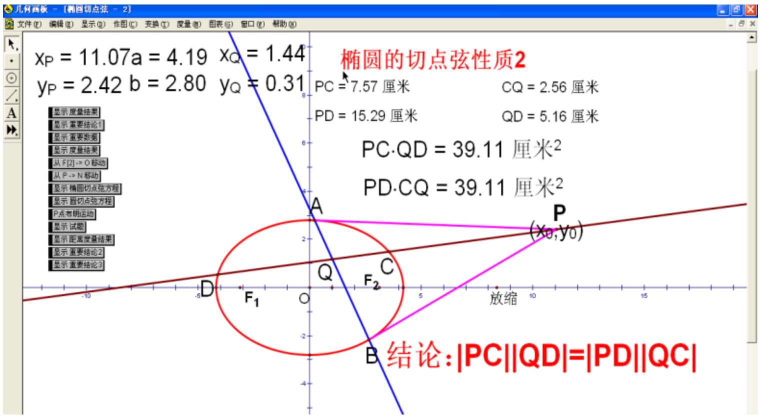


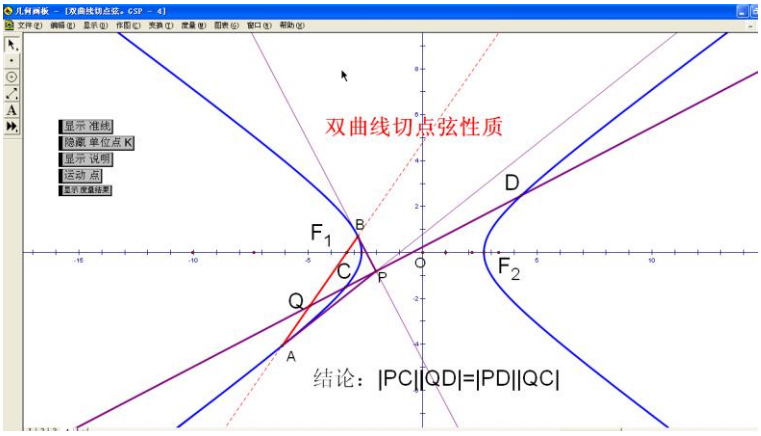
实验成果	动态课件
过椭圆 $Ax^2+By^2=1$ 外一点 $P(x_0,y_0)$ 的任一直线与椭圆的两个交点为 C、D，与椭圆切点弦 $Ax_0x+By_0y=1$ 的交点为 Q，，则 $\frac{1}{\lvert PC\rvert}+\frac{1}{\lvert PD\rvert}=\frac{2}{\lvert PQ\rvert}$ 成立。反之亦然。	
双曲线 $Ax^2+By^2=1$ 外一点 $P(x_0,y_0)$ 的任一直线与双曲线的两个交点为 C、D，与双曲线切点弦 $Ax_0x+By_0y=1$ 的交点为 Q，，则 $\frac{1}{\lvert PC\rvert}+\frac{1}{\lvert PD\rvert}=\frac{2}{\lvert PQ\rvert}$ 成立。反之亦然。$K_{PA}\cdot K_{PB}=-\frac{b^2}{a^2}$	
过抛物线外一点 P 的任一直线与抛物线的两个交点为 C、D，与抛物线切点弦的交点为 Q，，则 $\frac{1}{\lvert PC\rvert}+\frac{1}{\lvert PD\rvert}=\frac{2}{\lvert PQ\rvert}$ 成立。反之亦然。	

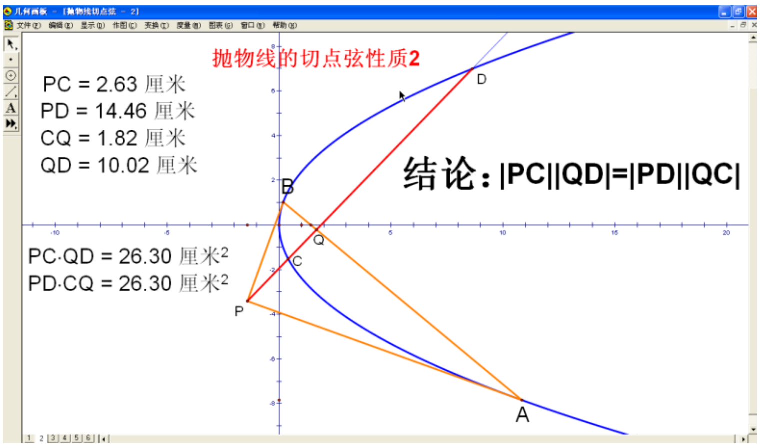
问题探究 22

过抛物线 $y=x^2$ 外一点 $P(2,0)$ 作抛物线的两条切线 PA，PB，切点分别为 A，B，另一直线 l 过点 P 与抛物线交于两点 C、D，与直线 AB 交于点 Q，试探求 $\frac{\lvert PQ\rvert}{\lvert PC\rvert}+\frac{\lvert PQ\rvert}{\lvert PD\rvert}$ 的值是否为定值。

24．定点割线，内外定积





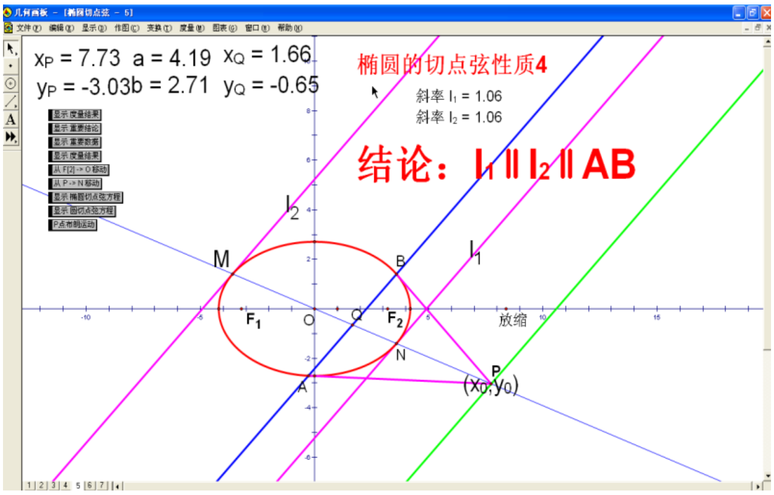


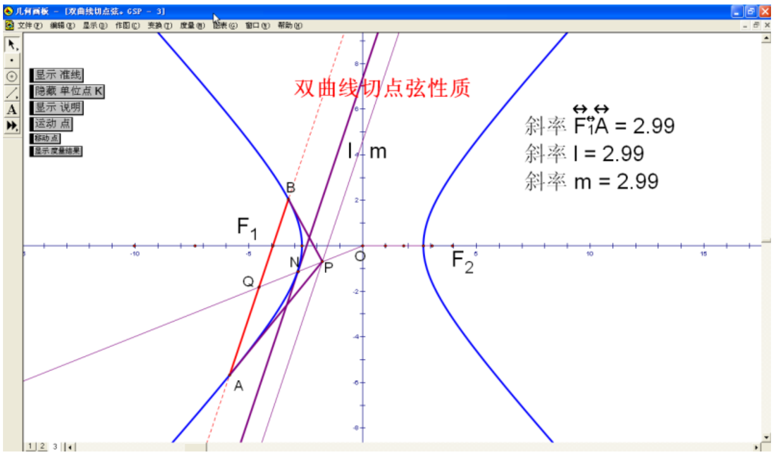
实验成果	动态课件
过椭圆 $Ax^2+By^2=1$ 外一点 P 的任一直线与椭圆的两个交点为 C、D，点 Q 是此直线上另一点，且满足 $\left\|\overline{CP}\right\|\left\|\overline{QD}\right\|=\left\|\overline{PD}\right\|\left\|\overline{CQ}\right\|$ 则点 Q 的轨迹即为切点弦 $Ax_0x+By_0y=1$，反之亦然。	
过双曲线 $Ax^2+By^2=1$ 外一点 P 的任一直线与双曲线的两个交点为 C、D，点 Q 是此直线上另一点，且满足 $\left\|\overline{CP}\right\|\left\|\overline{QD}\right\|=\left\|\overline{PD}\right\|\left\|\overline{CQ}\right\|$ 则点 Q 的轨迹即为切点弦 $Ax_0x+By_0y=1$，反之亦然。	
过抛物线外一点 P 的任一直线与抛物线的两个交点为 C、D，点 Q 是此直线上另一点，且满足 $\left\|\overline{CP}\right\|\left\|\overline{QD}\right\|=\left\|\overline{PD}\right\|\left\|\overline{CQ}\right\|$ 则点 Q 的轨迹即为切点弦，反之亦然。	

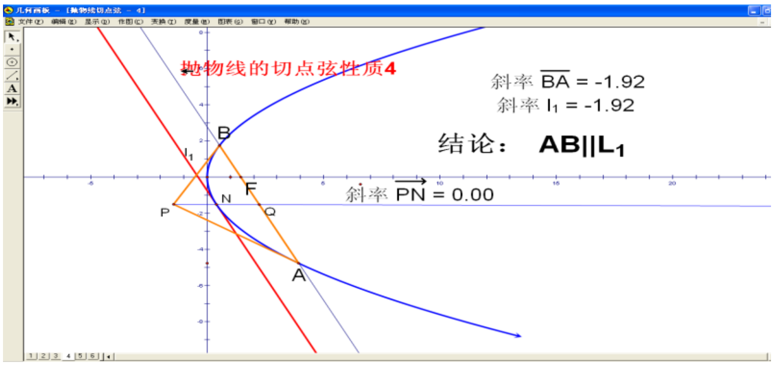
问题探究 23

过椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 外一点 $P(2,2)$ 作直线 l 与椭圆交于两点 C、D，点 Q 在线段 CD 上，且满足 $\left|\overline{CP}\right|\left|\overline{QD}\right|=\left|\overline{PD}\right|\left|\overline{CQ}\right|$ 试探求点 Q 的轨迹。

25．主轴交点，切线平行





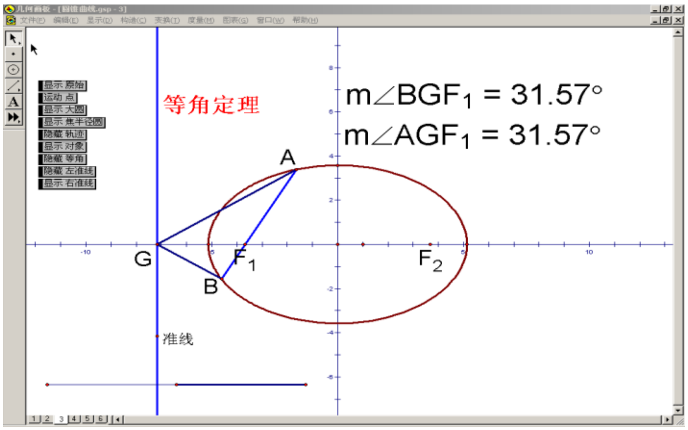


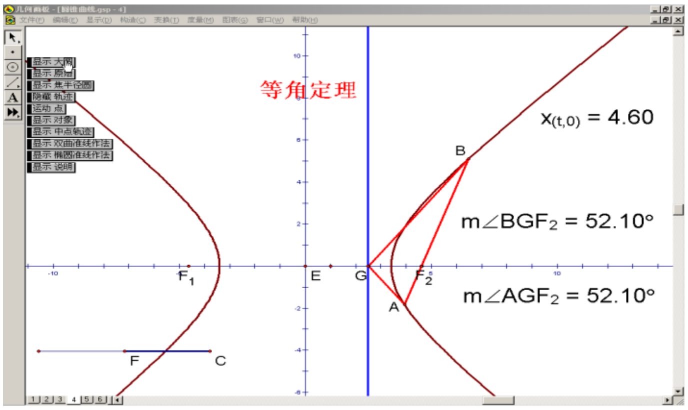
实验成果	动态课件
椭圆 $Ax^2+By^2=1$ 中心 0 与椭圆外一点 $P(x_0,y_0)$ 的直线与椭圆的交点处的切线平行于椭圆的切点弦 $Ax_0x+By_0y=1$。 。	
双曲线 $Ax^2+By^2=1$ 中心 0 与双曲线外一点 $P(x_0,y_0)$ 的直线与双曲线的交点处的切线平行于双曲线的切点弦 $Ax_0x+By_0y=1$。 。	
过抛物线中心 0（这中心在无穷远处）与抛物线外一点 $P(x_0,y_0)$ 的直线与抛物线的交点处的切线平行于抛物线的切点弦 。	

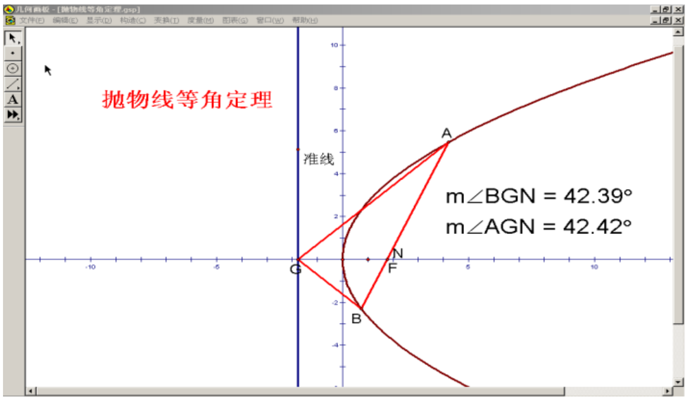
问题探究 24

过抛物线 $y=x^2$ 外一点 $P(2,0)$ 作抛物线的两条切线 PA，PB，切点分别为 A，B，另一直线 l： $x=2$ 与抛物线交于点 N，与直线 AB 交于点 Q，求证：（1）N 点处的切线与直线 AB 平行，（2） $\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{QB}$。

26．焦点之弦，张角相等





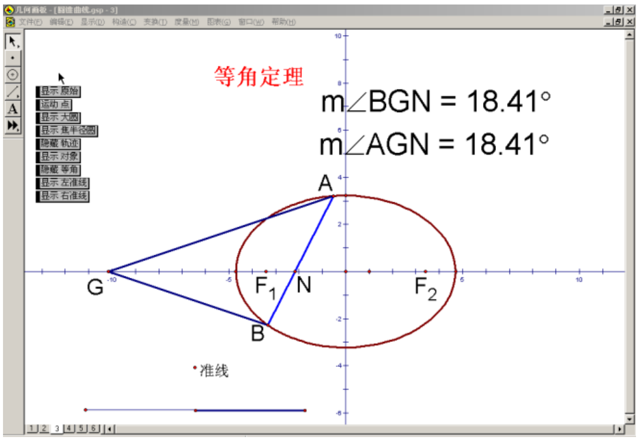


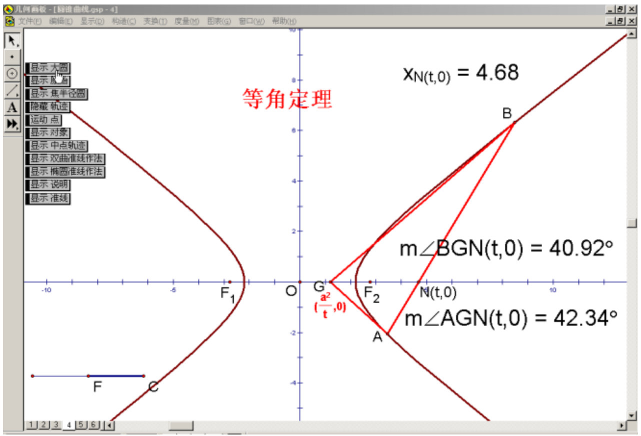
实验成果	动态课件
椭圆准线与长轴的交点 G 与焦半径端点 A、B 连线 AG、BG 所成角 $\angle AGB$ 被长轴平分	
双曲线准线与长轴的交点 G 与焦半径端点 A、B 连线 AG、BG 所成角 $\angle AGB$ 被长轴平分	
抛物线准线与长轴的交点 G 与焦半径端点 A、B 连线 AG、BG 所成角 $\angle AGB$ 被长轴平分	

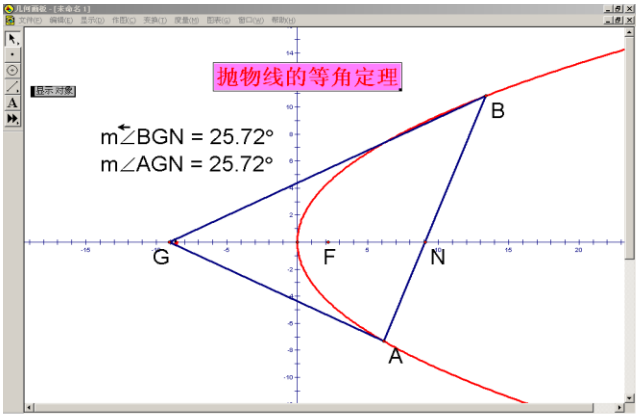
问题探究 26

已知椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，点 F_1 为椭圆之左焦点，过点 F_1 的直线 l_1 分别交椭圆于 A，B 两点，问是否在 x 轴上存在一点 P。使得斜率 $k_{PA}+k_{PB}=0$。

27．定点之弦，张角仍等





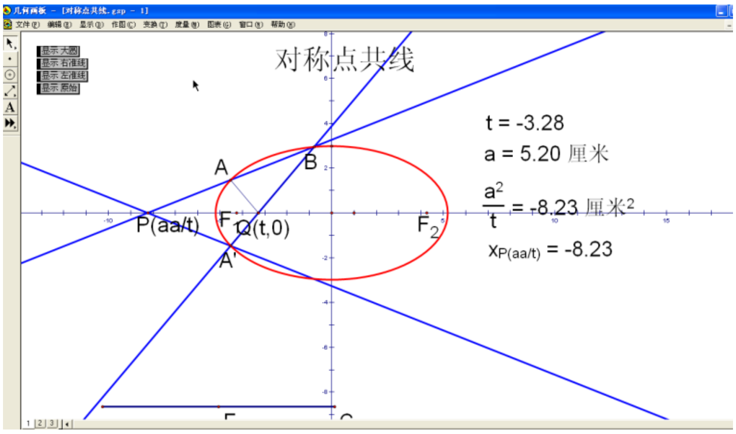


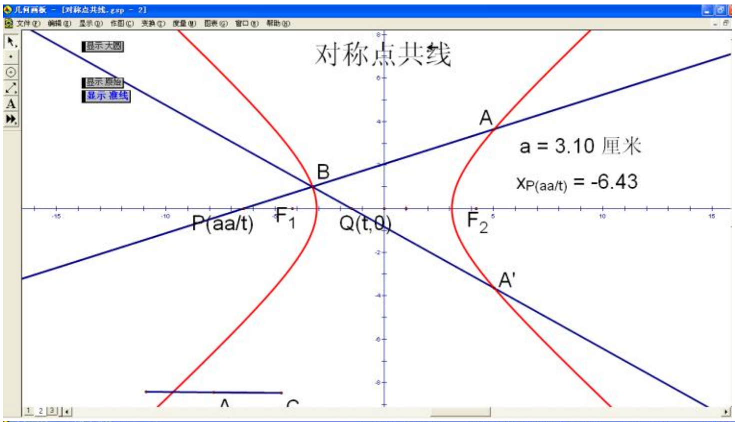
实验成果	动态课件
过椭圆长轴上任意一定点 N(t,0) 的一条弦 AB，端点与对应点 $G(\frac{a^2}{t},0)$ 的连线所成角 $\angle AGB$ 必被对称轴（NG 所在直线）平分。	
过实轴所在直线上任意一定点 N（t,0）的一条弦 AB，端点与对应点 $G(\frac{a^2}{t},0)$ 的连线所成角 $\angle AGB$ 被对称轴（NG 所在直线）平分。	
过对称轴上任意一定点 N（t,0）的一条弦 AB，端点与对应点 $G(-t,0)$ 的连线所成角 $\angle AGB$ 被对称轴（NG 所在直线）平分。	

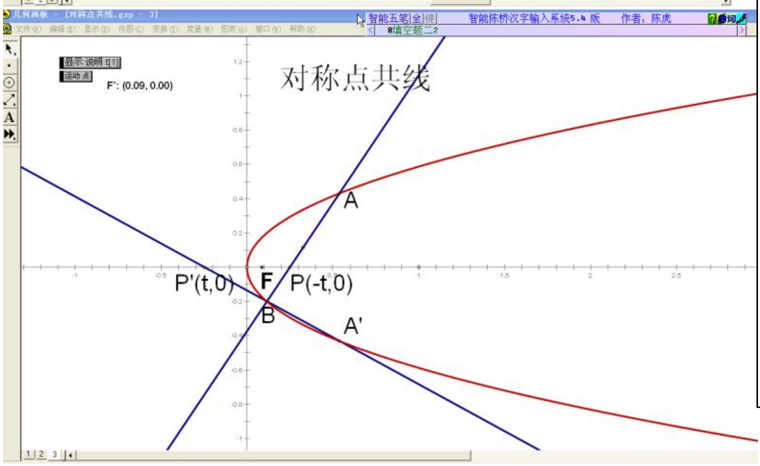
问题探究 27

已知双曲线 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{1}=1$，过 $N(0$ 点的直线 l_1 交双曲线于 A，B 两点，问是否在 x 轴上存在一点 P。使得斜率 $k_{PA}+k_{PB}=0$。

28．对称之点，三点共线





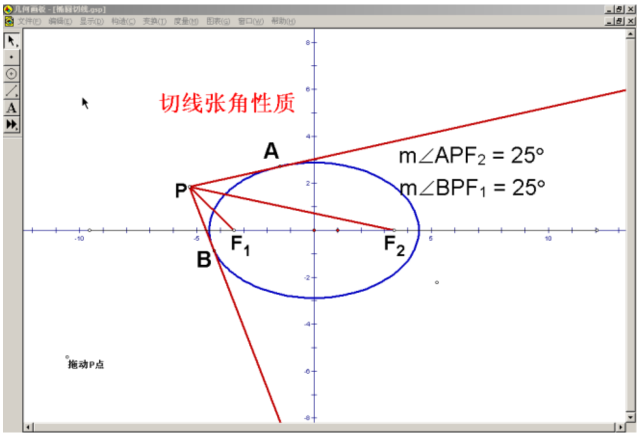


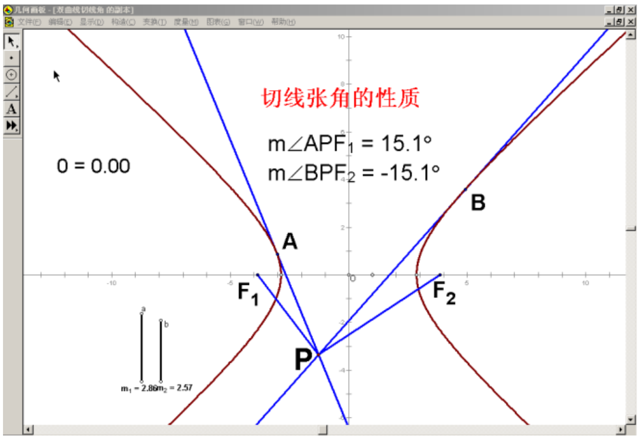
实验成果	动态课件
过点 Q(t,0)的直线交椭圆于 AB 两点，点 A 关于 x 轴的对称点 A’，则点 A’，B，$P(\frac{a^2}{t},0)$三点共线。	
过点 Q(t,0)的直线交双曲线于 AB 两点，点 A 关于 x 轴的对称点 A’，则点 A’，B，$P(\frac{a^2}{t},0)$三点共线。	
过点 P(t,0)的任一直线交椭圆于 AB 两点，点 A 关于 x 轴的对称点 A’，则点 A’，B，P’（-t,0)三点共线。 。	

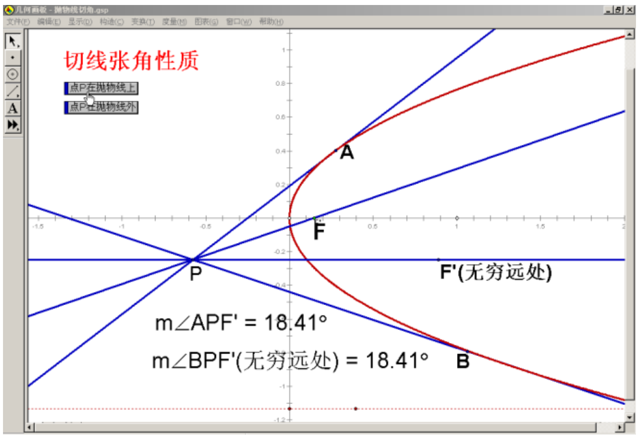
问题探究 28

抛物线 $y^2=4x$，直线l过点$F(t,0)$并交抛物线于 M、N，若$\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}(\lambda>0)$，直线$x=-t$与 x 轴交于点 E，试探究：$\overrightarrow{EF}$与$\overrightarrow{EM}-\lambda\overrightarrow{EN}$的夹角是否为定值。

29．焦点切点，张角相等





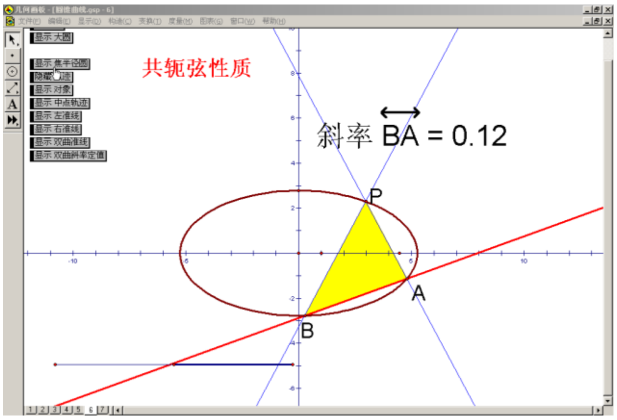


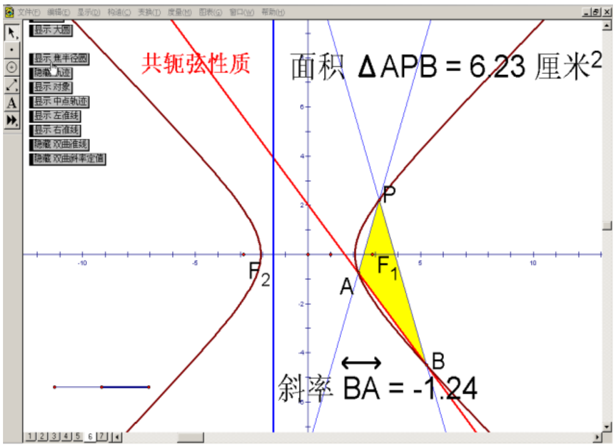
实验成果	动态课件
过椭圆外一点 P 作椭圆的两条切线 PA、PB，点 P 与焦点连线 PF_1, PF_2，则 $\angle APF_1=\angle BPF_2$	
过双曲线外一点 P 作双曲线的两条切线 PA、PB，点 P 与焦点连线 PF_1, PF_2，则 $\angle APF_1=\angle BPF_2$	
过抛物线外一点 P 作抛物线的两条切线 PA、PB，点 P 与焦点连线 PF_1, PF_2（另一焦点在无穷远处），则 $\angle APF_1=\angle BPF_2$ 。	

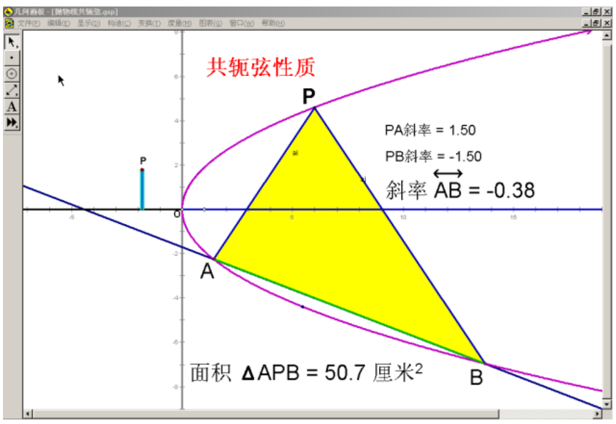
问题探究 29

过点 $P(2,0)$作抛物线 $x^2=4y$ 的切线 PA（斜率不为 0），F 为焦点，研究斜率 k_{PF}与k_{PA}、k_{PB}的关系。

30．倾角互补，连线定角







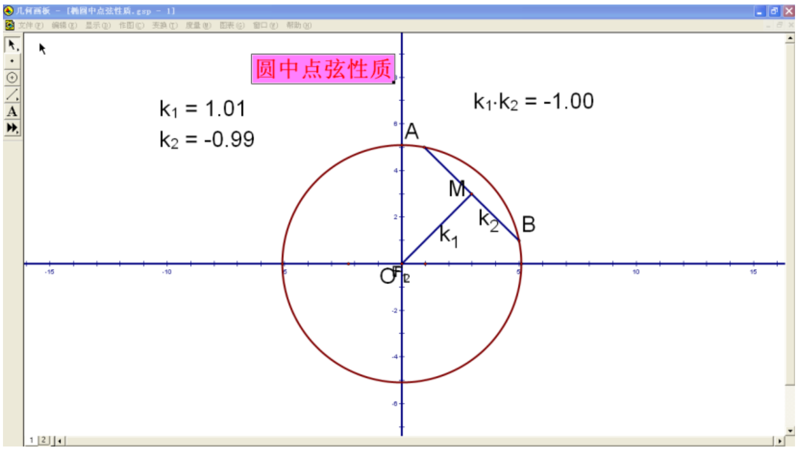
实验成果	动态课件
过椭圆上一定点倾角互补的两直线与椭圆的另两交点的连线的倾角为定值	
过双曲线上一定点倾角互补的两直线与椭圆的另两交点的连线的倾角为定值	
过抛物线上一定点倾角互补的两直线与椭圆的另两交点的连线的倾角为定值	

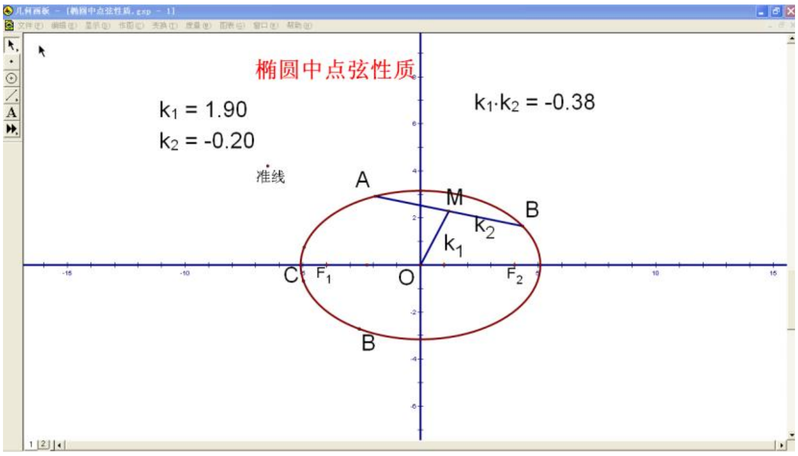
问题探究 30

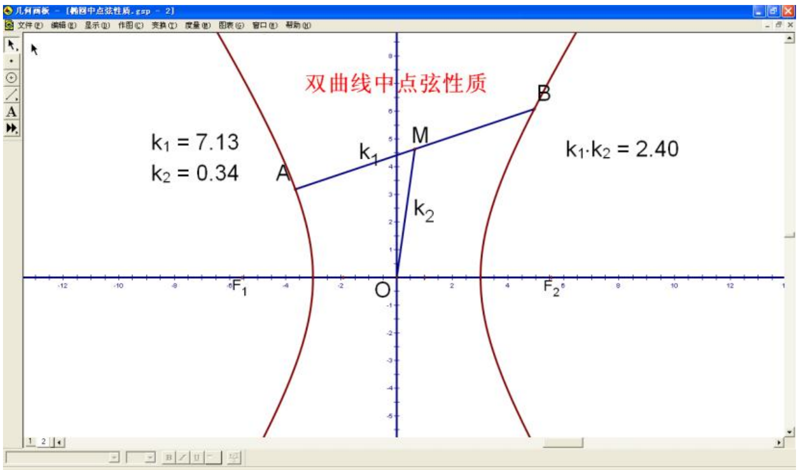
过点 $P(1,2)$ 作直线 PA、PB，分别交抛物线 $y^2=4x$ 于 A、B 两点，且斜率 $k_{PB}+k_{PA}=0$，

（1）探究直线 AB 的斜率是否为定值，（2）试研究三角形 PAB 的面积是否有最大值。

31．动弦中点，斜积定值





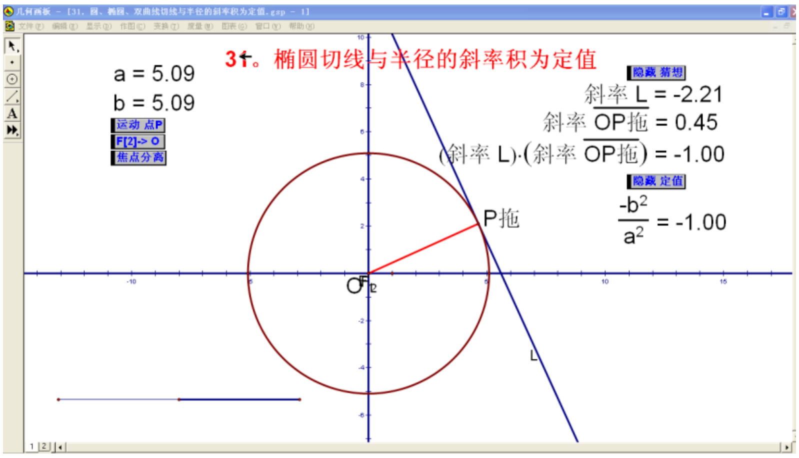


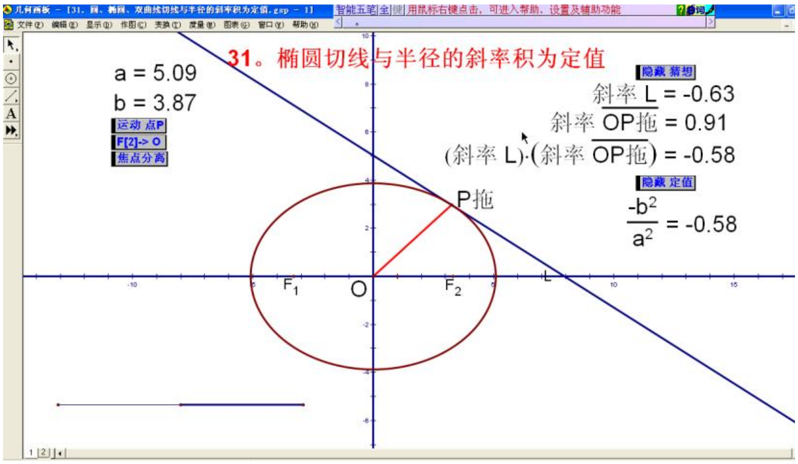
实验成果	动态课件
圆的弦的斜率与其中点和圆中心连线的斜率积为定值 $K_{PA} \cdot K_{PB} = -1$	
椭圆的弦的斜率与其中点和椭圆中心连线的斜率积为定值 $K_{PA} \cdot K_{PB} = -\frac{b^2}{a^2}$	
双曲线的弦的斜率与其中点和双曲线中心连线的斜率积为定值 $K_{PA} \cdot K_{PB} = \frac{b^2}{a^2}$	

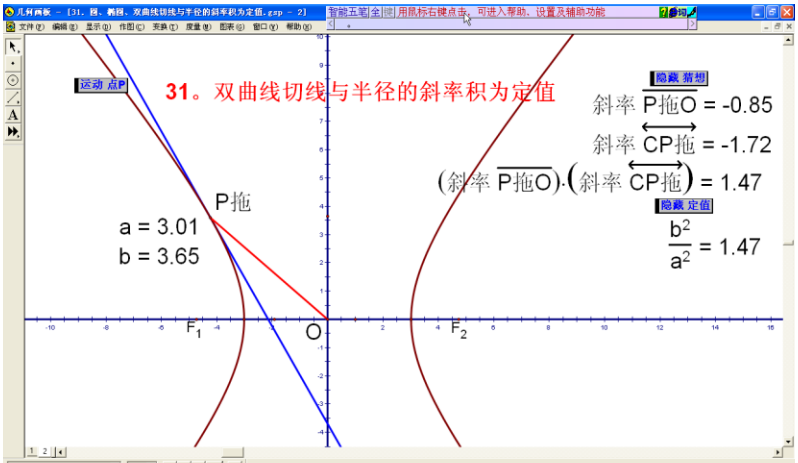
问题探究 31

已知椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$的动弦 AB 的中点为 M，试研究斜率$k_{AB}k_{OM}$是否为定值（O 为原点）。

32．切线半径，斜积仍定





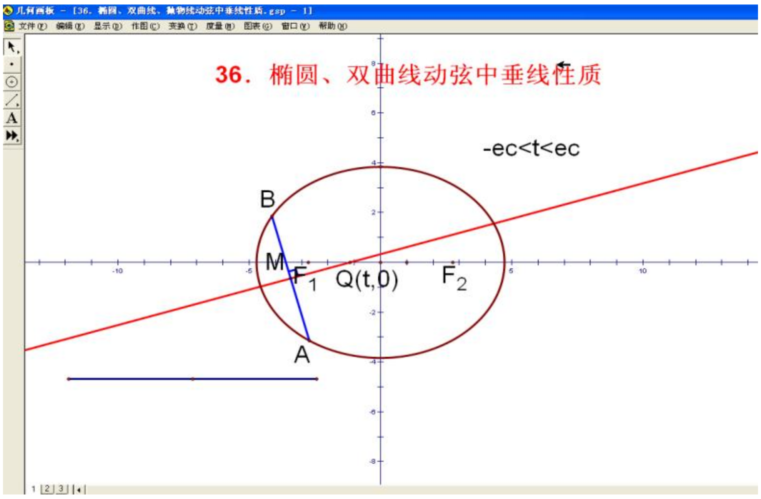


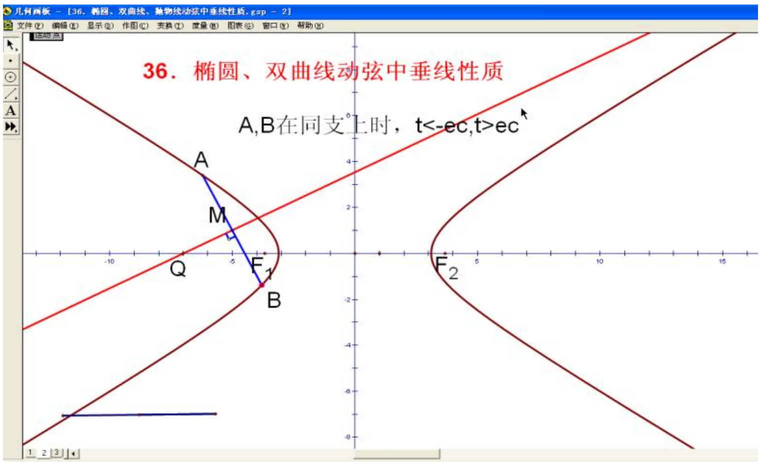
实验成果	动态课件
圆切线与切线处半径的斜率积为定值 $K_{PO} \cdot K_L = -1$	
椭圆切线与切点和中心连线的斜率积为定值 $K_{PO} \cdot K_L = -\dfrac{b^2}{a^2}$	
双曲线切线与切点和中心连线的斜率积为定值 $K_{PO} \cdot K_L = \dfrac{b^2}{a^2}$	

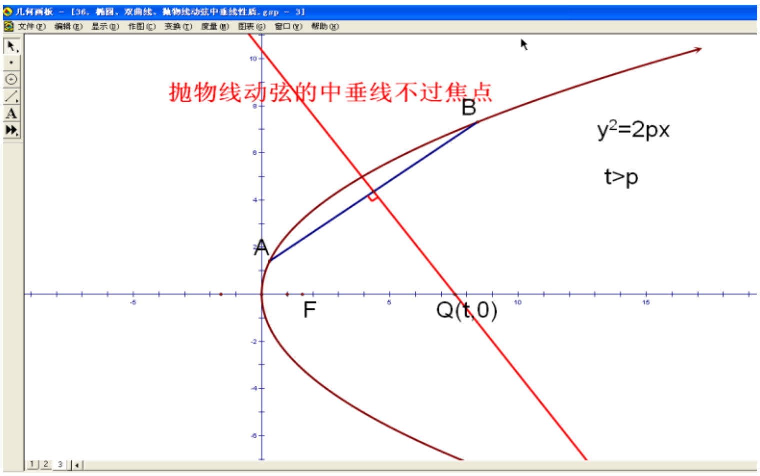
问题探究 32

已知点 P 为椭圆 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 上的动点，设点 P 的切线斜率为 k，试研究斜率 $k_{OP}k$ 是否为定值（O 为原点）。

33．动弦中垂，范围特定





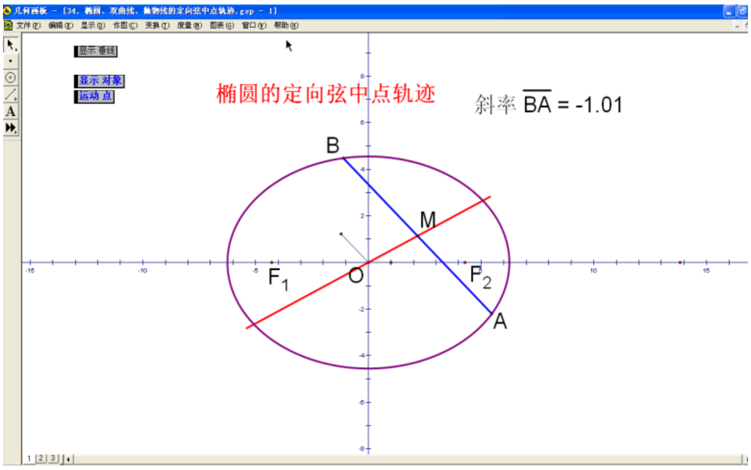


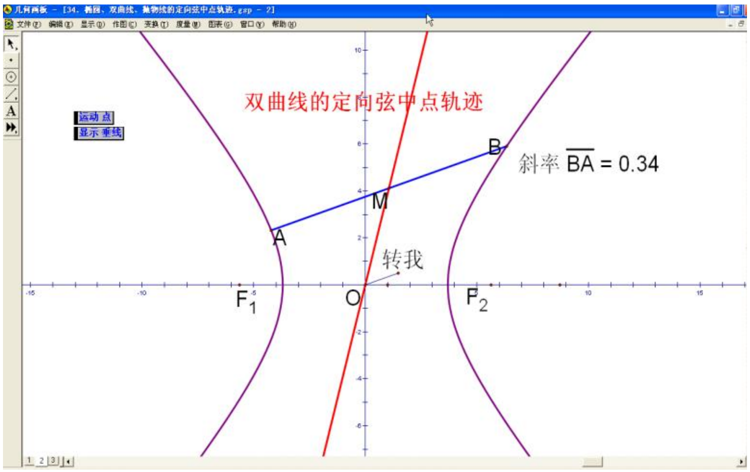
实验成果	动态课件
椭圆的动弦 AB 的中垂线 MQ 必不过焦点（AB 不垂直于长轴） 若设 $Q(t,0)$，则必有 $-ce<t<ce$（**e** 为离心率，**c** 为半焦距）	
双曲线的动弦 AB 的中垂线 MQ 必不过焦点（AB 不垂直于长轴） 若设 $Q(t,0)$，则必有 $-ce<t<ce$（**e** 为离心率，**c** 为半焦距）	
抛物线的动弦 AB 的中垂线 MQ 必不过焦点（AB 不垂直于对称轴） 若设 $Q(t,0)$，则必有 $t>p$（**P** 为焦准距）	

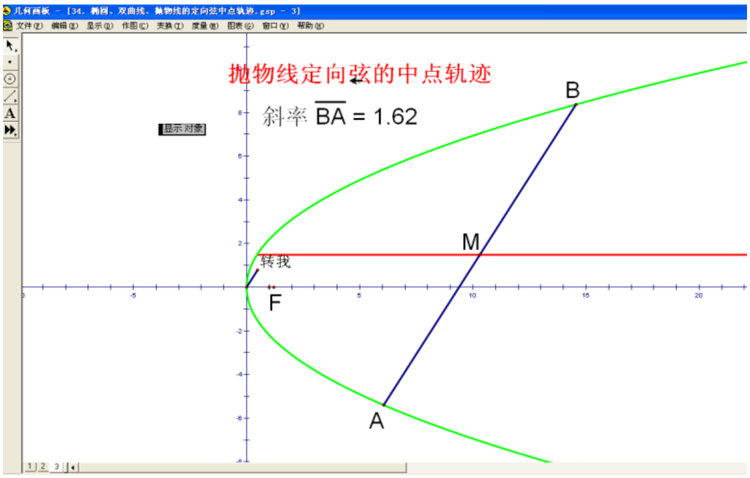
问题探究 33

已知椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 的动弦 AB 的中垂线交 x 轴于点 $P(x_0,0)$，试研究 x_0 的取值范围。

34．定向中点，轨迹直径

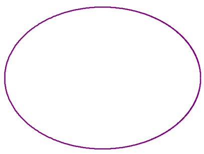






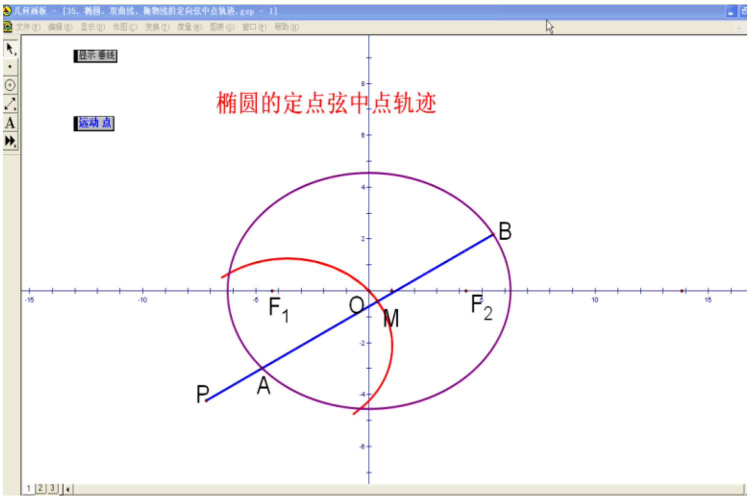
实验成果	动态课件
椭圆的定向弦 AB 的中点轨迹是过椭圆中心的线段。	
双曲线的定向弦 AB 的中点轨迹是过双曲线中心的直线。	
抛物线的定向弦 AB 的中点轨迹为平行于抛物线对称轴的射线。	

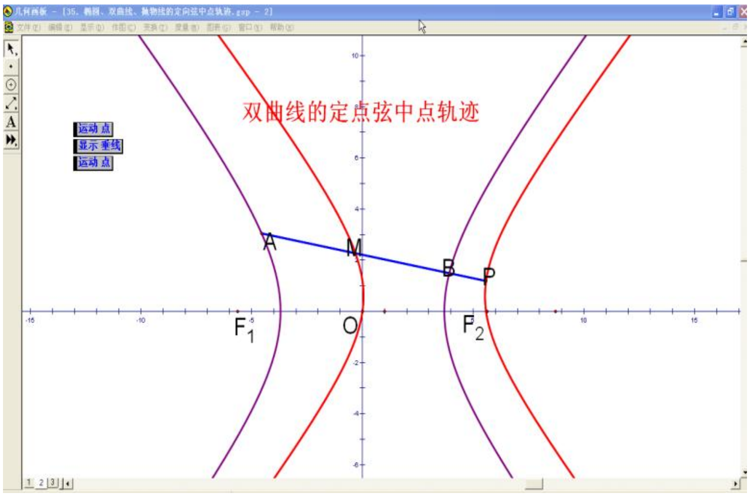
问题探究 34

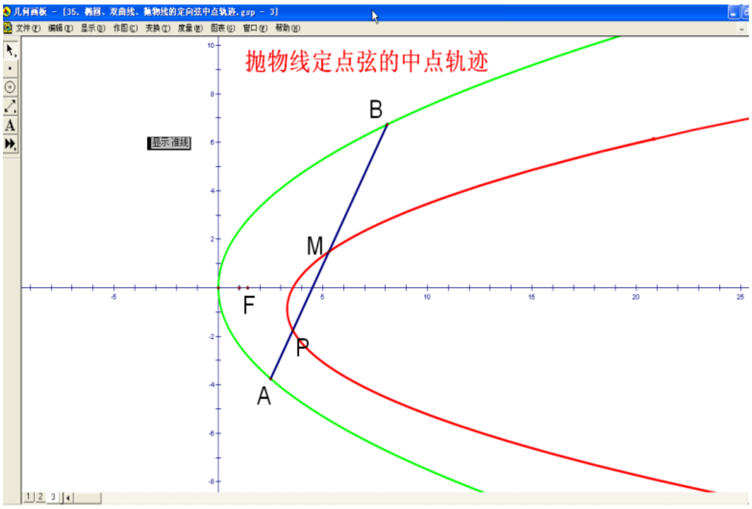


1．对于给定的椭圆，怎样用圆规和直尺找出椭圆的中心、对称轴、顶点、焦点、准线。
2．对于给定的双曲线，怎样用圆规和直尺找出双曲线的中心、对称轴、顶点、焦点、准线、渐近线。
3．对于给定的抛物线，怎样用圆规和直尺找出抛物线的对称轴、顶点、焦点、准线。

35．定点中点，轨迹同型





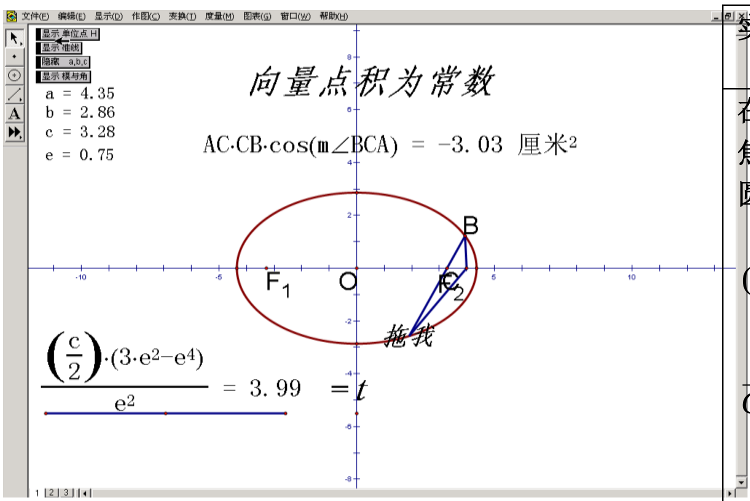


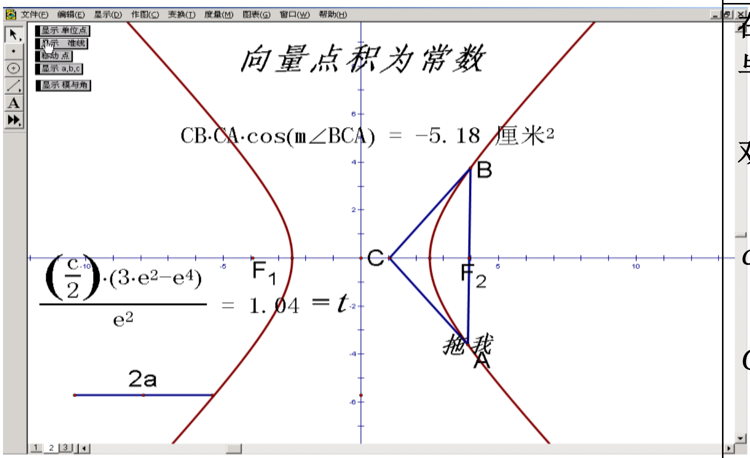
实验成果	动态课件
椭圆的定点弦 AB 的中点轨迹为原椭圆内的椭圆弧	
双曲线的定点弦 AB 的中点轨迹为双曲线	
抛物线的定点弦 AB 的中点轨迹为抛物线。	

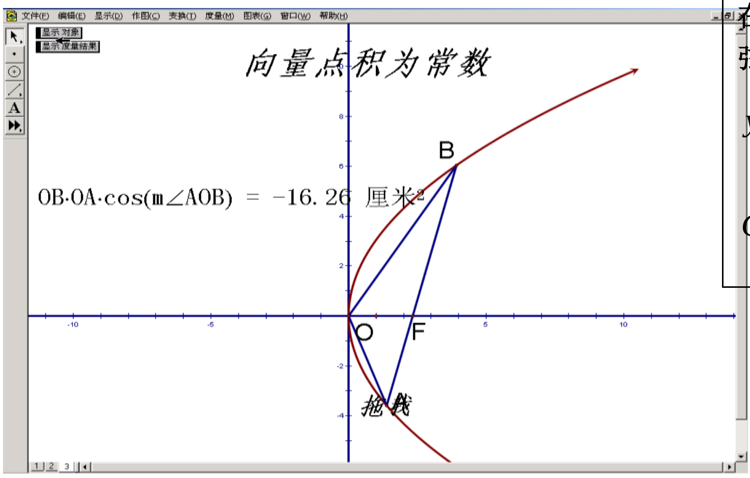
问题探究 35

过点 $P(x_0, y_0)$ 的直线交抛物线 $y^2 = 2x$ 于 AB 两点，试探求 AB 中点的轨迹

36．焦弦张角，内积定值





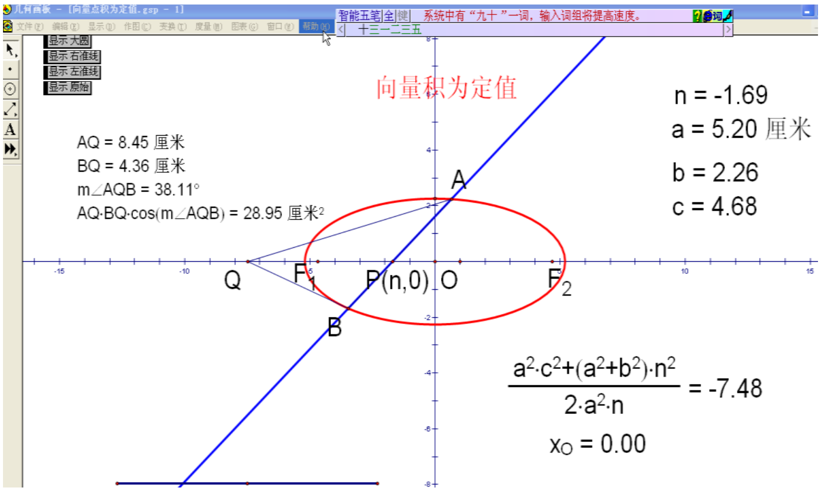


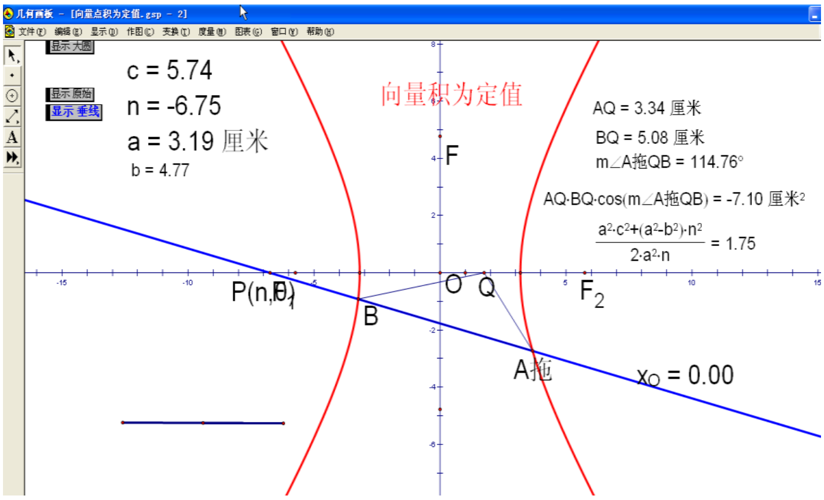
实验成果	动态课件
在椭圆焦点所在直线上必存在一定点，它与焦点弦端点所张的向量点积为定值．且在椭圆、情形下定点坐标为 $(\frac{c(3-e^2)}{2},0)$． c为半焦距，e为离心率 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\frac{c^2}{4}(1-e^2-e^4)$	
在双曲线焦点所在直线上必存在一定点，它与焦点弦端点所张的向量点积为定值．且在双曲线情形下定点坐标为 $(\frac{c(3-e^2)}{2},0)$． c为焦点坐标，e离心率 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\frac{c^2}{4}(1-e^2+e^4)$	
在抛物线对称轴上必存在一定点，它与焦点弦端点所张的向量点积为定值．在抛物线 $y^2=2px$ 情形下定点 C 恰为顶点 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=-\frac{3p^2}{4}$	

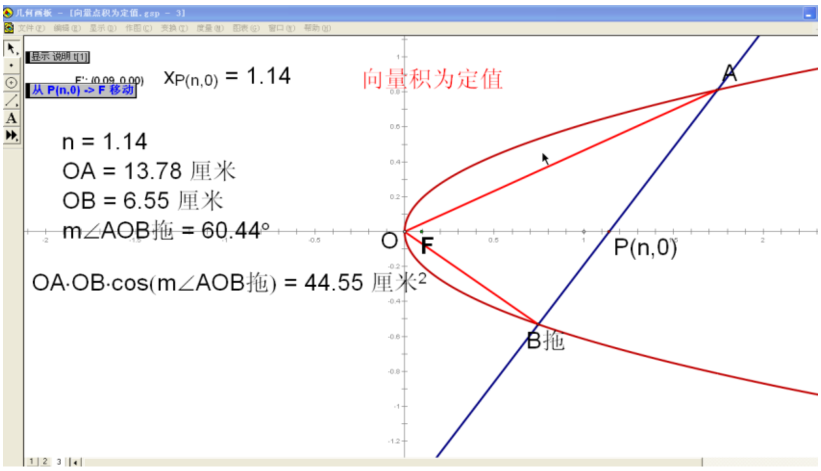
问题探究 36

已知椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，直线过焦点 F(1,0) 交椭圆于 A、B 两点，是否存在一定点 P 使 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值

37．存在定点，内积仍定





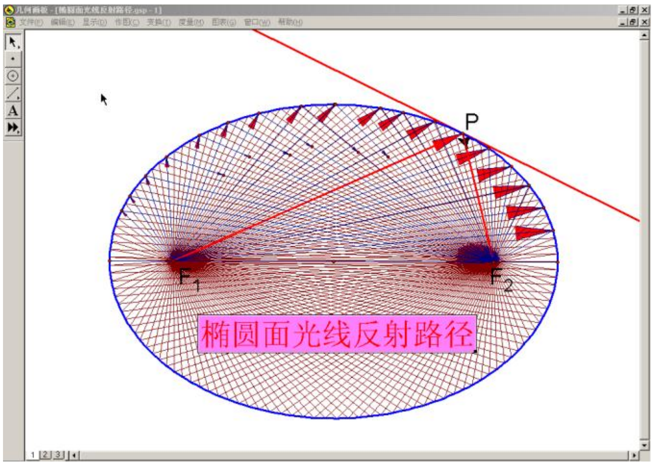


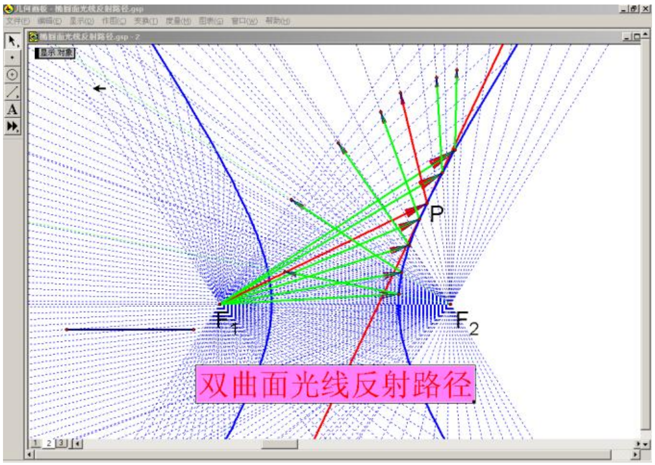
实验成果	动态课件
过椭圆长轴直线上任一定点 $P(n,0)$ 的直线交椭圆于 **A**、**B** 两点，则必存在一定点 $Q(\frac{c^2}{2n}+(1-\frac{e^2}{2})n,0)$，它与 **AB** 弦端点所张的向量点积为定值..。 c为焦点坐标，e离心率	
过双曲线实轴直线上任一定点 $P(n,0)$ 的直线交双曲线于 **A**、**B** 两点，则必存在一定点 $Q(\frac{c^2}{2n}+(1-\frac{e^2}{2})n,0)$，它与 **AB** 弦端点所张的向量点积为定值.. c为焦点坐标，e离心率	
过抛物线 $y^2=2px$ 对称轴直线上任一定点 $P(n,0)$ 的直线交抛物线于 **A**、**B** 两点，则必存在一定点定点 **C** 恰为顶点 $\vec{CA}\cdot\vec{CB}=-\frac{3p^2}{4}$	

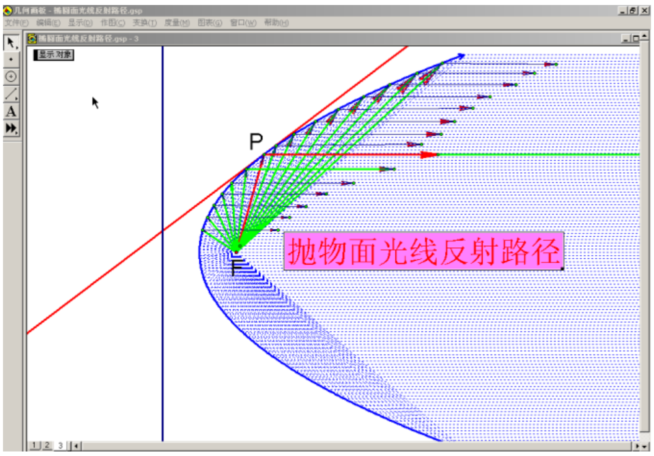
问题探究 37

已知椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$，直线过点 Q(1,0) 交椭圆于 A、B 两点，是否存在一定点 P 使 $\vec{PA}\cdot\vec{PB}$ 为定值。

38．光线反射，路径过焦





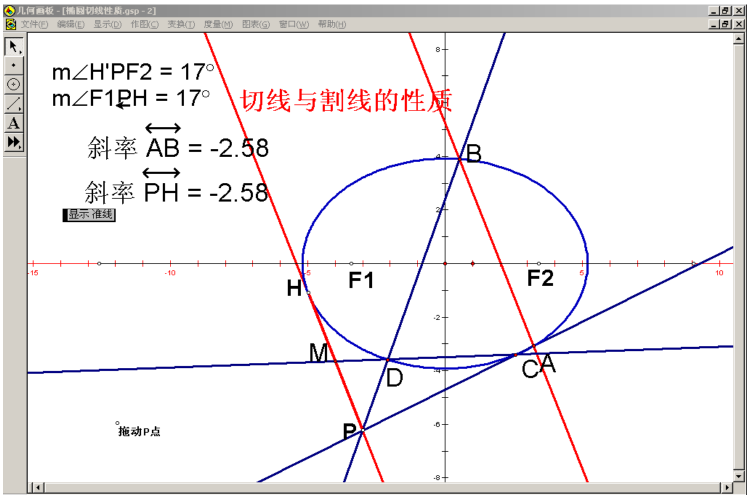


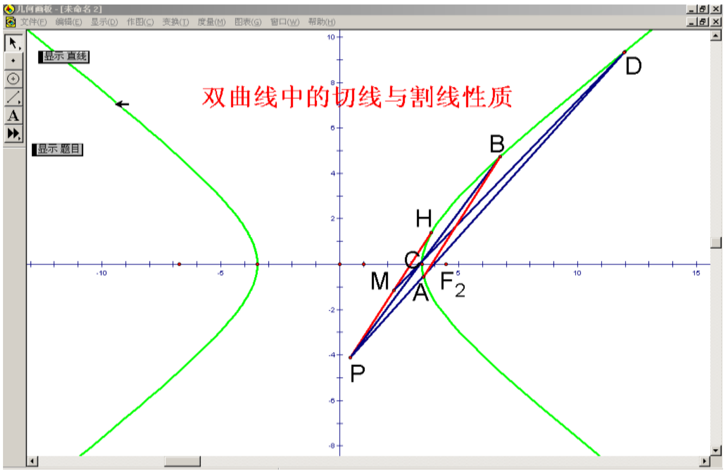
实验成果	动态课件
由焦点发出的光线经椭圆曲面反射后的光线必过另一焦点	
由焦点发出的光线经双曲面反射后的光线所在直线必过另一焦点	
由焦点发出的光线经抛物面反射后的光线必过另一焦点（另一焦点在无穷远处，故反射光线会平行于对称轴）	

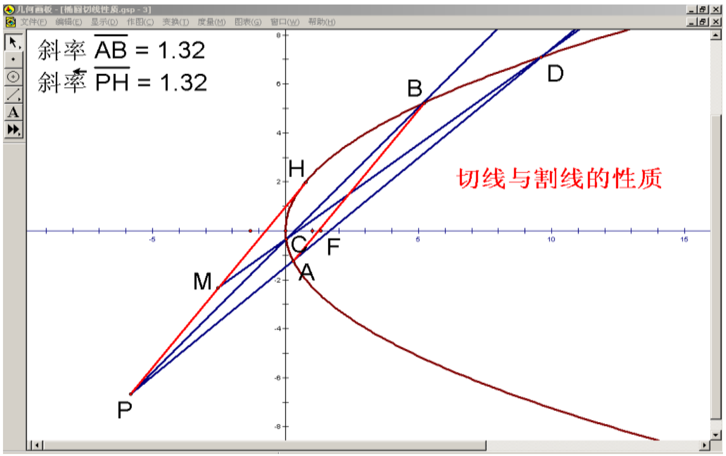
问题探究 38

要测试一只音响的声音效果，请你设计出一个测试房间，使测试效果尽可能准确

39．切线中割，切弦平行







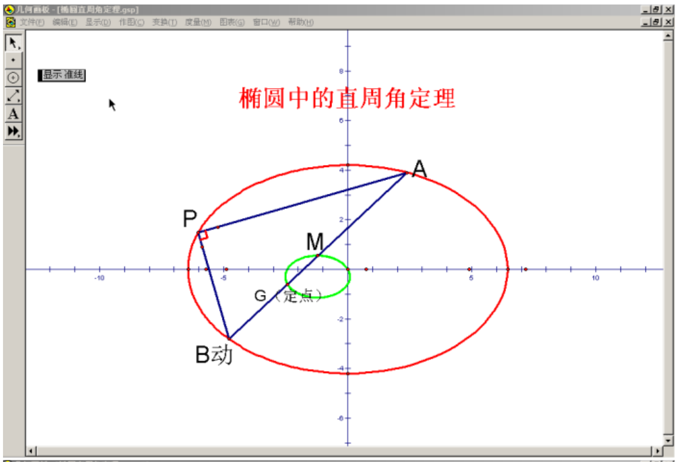
实验成果	动态课件
过椭圆外一定点与切点连线的中点的任一直线交椭圆于两点,这两点分别与定点的连线交椭圆于另两点,这两点连线的斜率与切线斜率相等	
过双曲线外一定点与切点连线的中点的任一直线交双曲线于两点,这两点分别与定点的连线交双曲线于另两点,这两点连线的斜率与切线斜率相等	
过抛物线外一定点与切点连线的中点的任一直线交抛物线于两点,这两点分别与定点的连线抛物线于另两点,这两点连线的斜率与切线斜率相等	

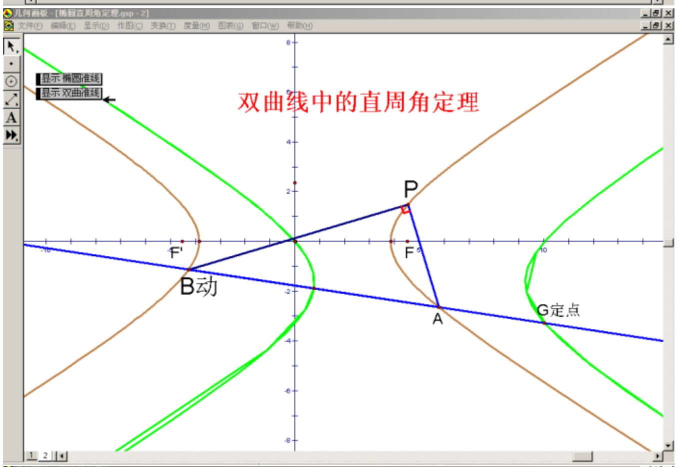
问题探究 39

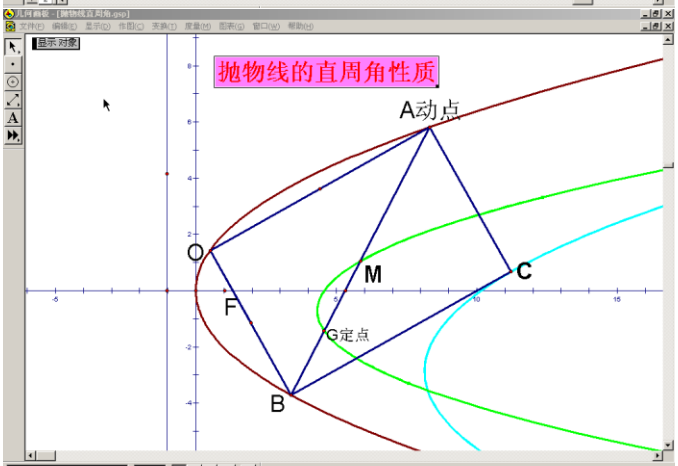
抛物线 $y=x^2$ 上一点 $H(1,1)$，点 P 是以 H 为切点的切线上一点，点 M 满足 $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MH}$，过点 P 的直线 l_1 交曲线于 A,D 两点，过 M，D 的直线 l_2 交曲线于 C 点，过 P，C 的直线 l_3 交曲线于 B 点，求证：

$$\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{PH}(\lambda\neq 0)$$

40．直周之角，斜过定点







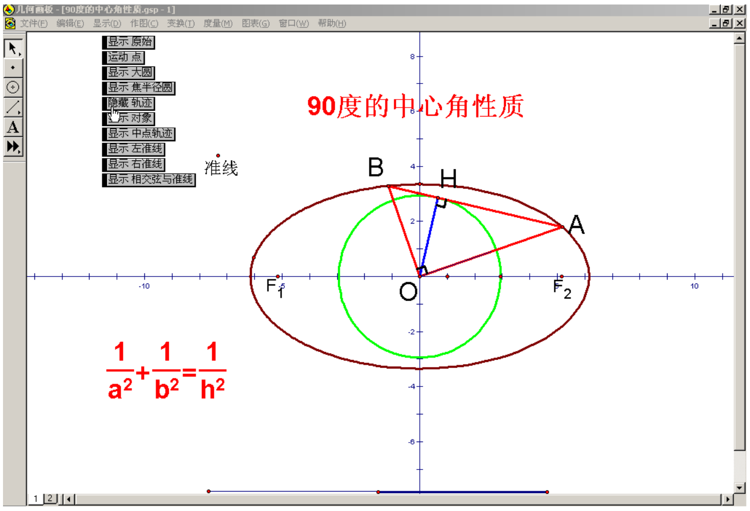
实验成果	动态课件
以椭圆上一定点 $P(x_0,y_0)$ 为直角顶点的椭圆内接直角三角形的斜边必过定点,且定点恰在斜边的中点轨迹上。 若直角顶点在椭圆上运动时,其对应的定点 $G(\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}x_0,-\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}y_0)$ 在一新的椭圆上运动.	
以双曲线上一定点 $P(x_0,y_0)$ 为直角顶点的双曲线内接直角三角形的斜边必过定点,且定点恰在斜边的中点轨迹上。 若直角顶点在双曲线上运动时,其对应的定点 $G(\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}x_0,-\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}y_0)$ 在一新的双曲线上运动.	
以抛物线上一定点 $P(x_0,y_0)$ 为直角顶点的抛物线内接直角三角形的斜边必过定点,且定点在斜边的中点轨迹上。 若直角顶点在抛物线上运动时,其对应的定点 $G(x_0+2p,-y_0)$ 在一新的抛物线上运动.	

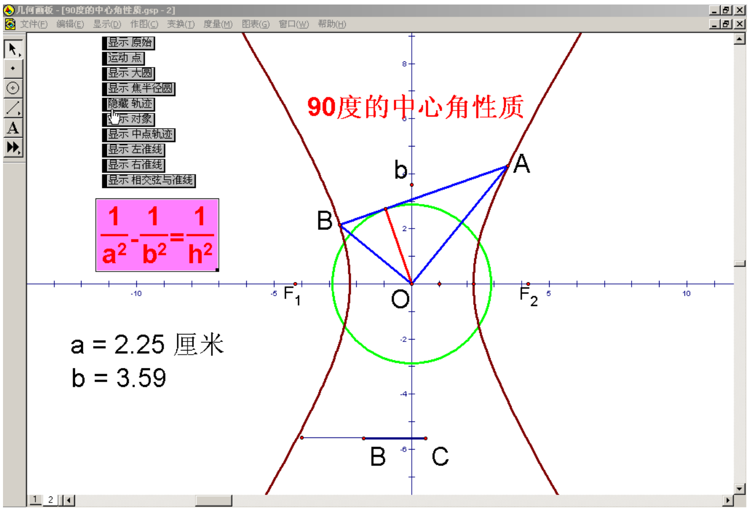
问题探究 40

抛物线 $y^2=x$ 上一点 $P(1,1)$，A,B 是抛物线上另两点，且 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$， $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}$。

（1） 试探求点 Q 的轨迹。（2）试探求直线 AB 是否过定点。

41. 正交半径，斜切定圆





实验成果	动态课件
直角三角形的直角顶点在中心，斜边的端点在椭圆上,则中心在斜边上的射影轨迹是圆	
直角三角形的直角顶点在中心，斜边的端点在双曲线上,则中心在斜边上的射影轨迹是圆	

问题探究 41

1.设椭圆 E: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a,b>0）过 M（2，$\sqrt{2}$），N($\sqrt{6}$,1)两点，O 为坐标原点，

（I）求椭圆 E 的方程；

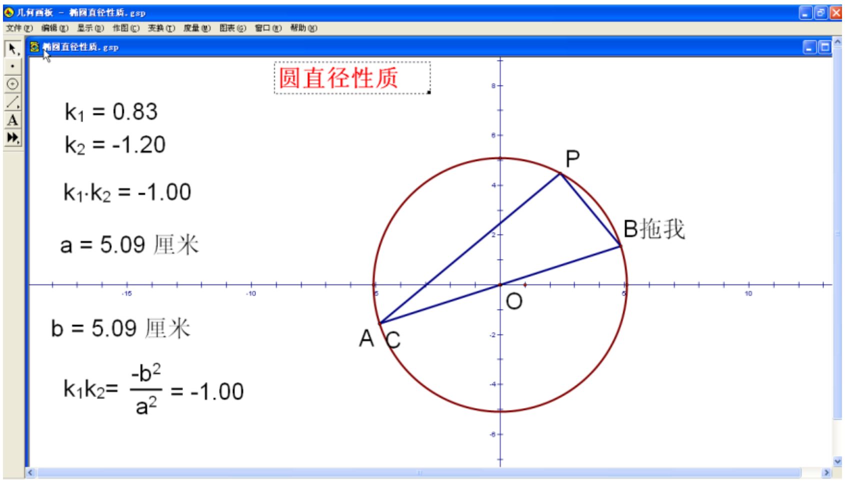
（II）是否存在圆心在原点的圆，使得该圆的任意一条切线与椭圆 E 恒有两个交点 A,B,且$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$？若存在，写出该圆的方程，并求|AB|的取值范围，若不存在说明理由。

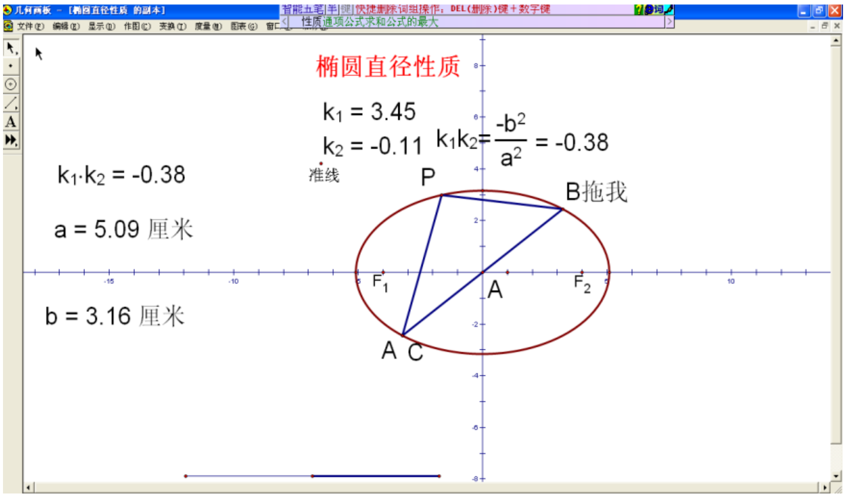
2.已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{3}$，右准线方程为$x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

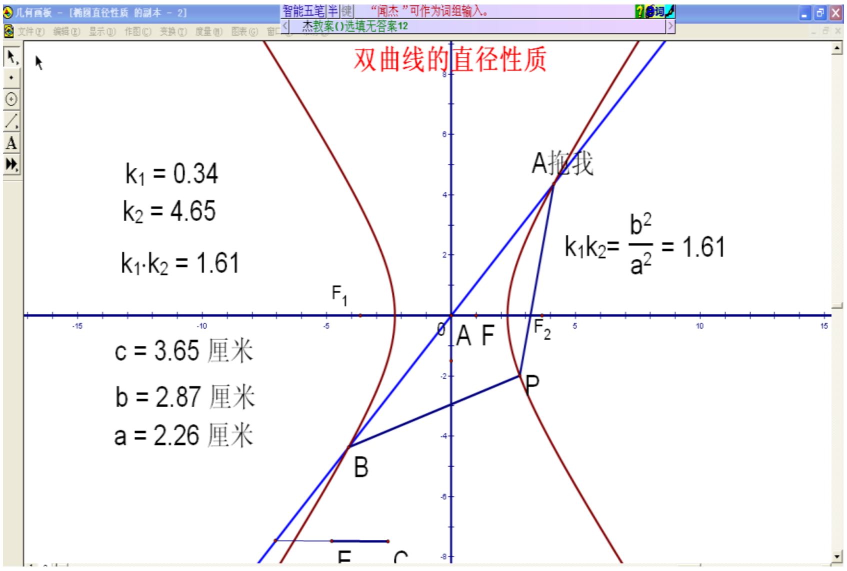
（Ⅰ）求双曲线C的方程；

（Ⅱ）设直线l是圆$O:x^2+y^2=2$上动点$P(x_0,y_0)(x_0y_0\neq 0)$处的切线，l与双曲线C交于不同的两点A,B，证明$\angle AOB$的大小为定值.

42．直径端点，斜积定值





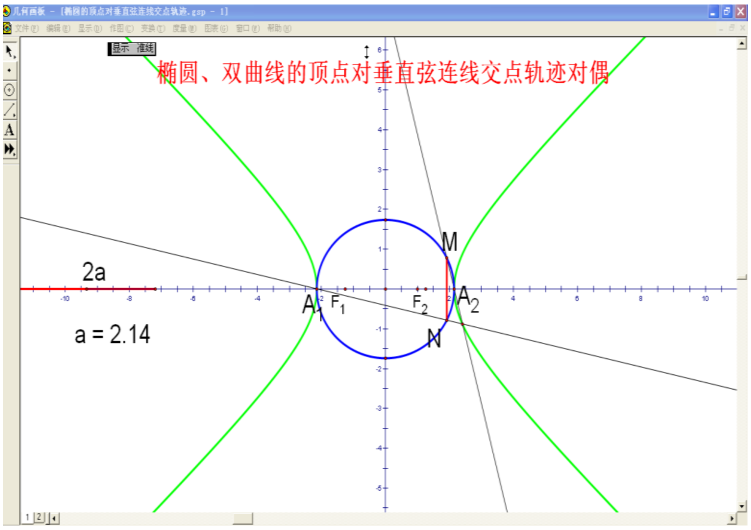


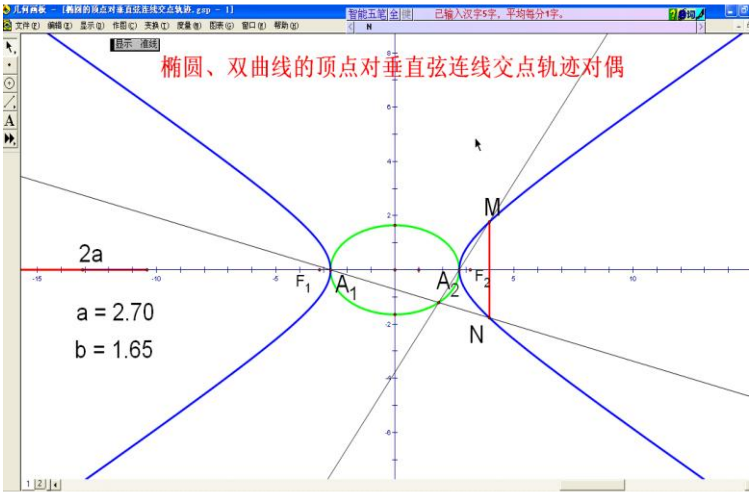
实验成果	动态课件
圆上动点对直径端点的斜率积为定值 $K_{PA}\cdot K_{PB}=-1$	
椭圆上动点对直径端点的斜率积为定值 $K_{PA}\cdot K_{PB}=-\dfrac{b^2}{a^2}$	
双曲线上动点对直径端点的斜率积为定值 $K_{PA}\cdot K_{PB}=\dfrac{b^2}{a^2}$	

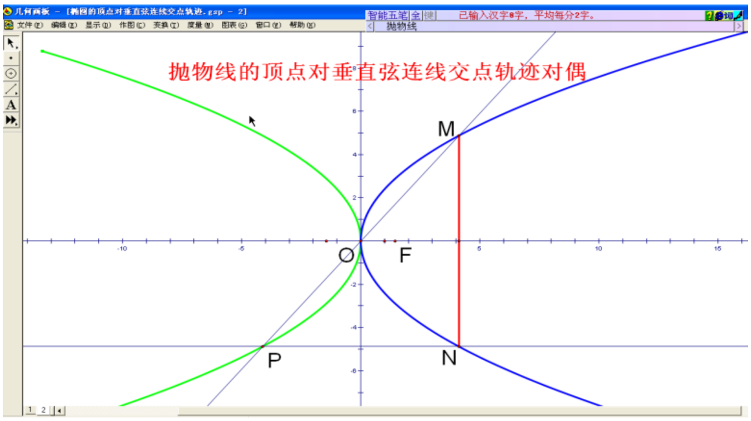
问题探究 42

已知定点 $A(-3,0), B(3,0)$，P 为动点且满足：PA，PB 的斜率 $k_{PA} \cdot k_{PB}=-\dfrac{1}{2}$，试探求点 P 的轨迹

43．垂弦端点，交轨对偶





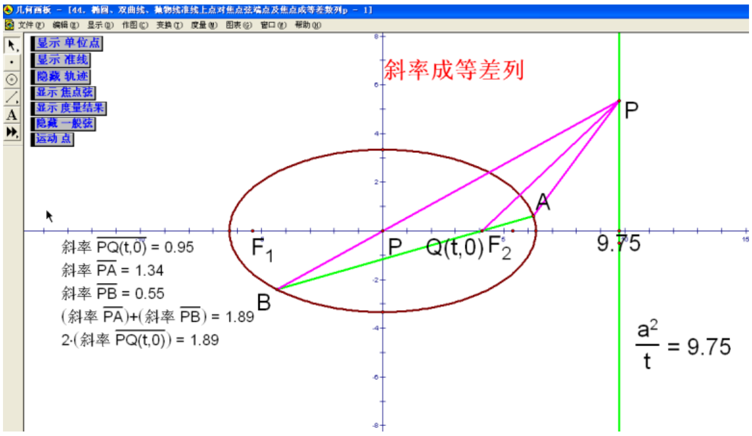


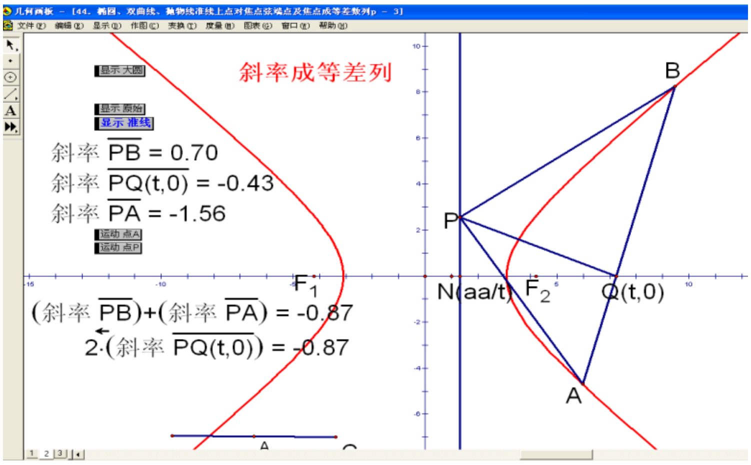
实验成果	动态课件
椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 中垂直于长轴的弦的端点对长轴顶点的连线交点轨迹为与椭圆共顶点的双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$。	
双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 中垂直于实轴的弦的端点对实轴顶点的连线交点轨迹为与双曲线共顶点的椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	
抛物线 $y^2=2px$ 中垂直于对称轴的弦的端点对顶点的连线交点轨迹为与抛物线共顶点的抛物线 $y^2=-2px$。	

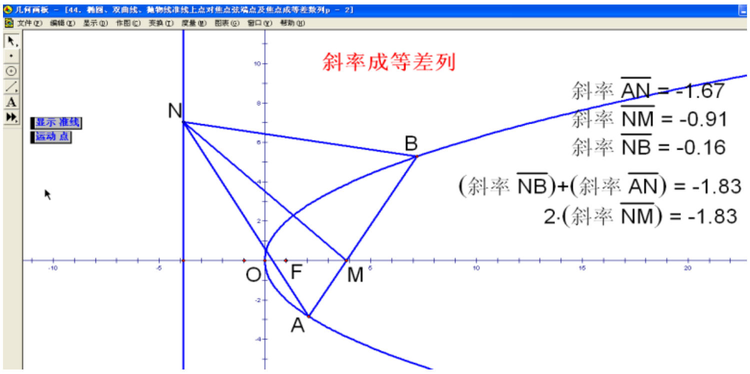
问题探究 43

已知椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 的动弦 MN 垂直交 x 轴于点 $P(x_0,0)$，椭圆的长轴端点分别为 B_1,B_2，试探求直线 B_1N 与 B_2M 交点的轨迹。

44．准线动点，斜率等差







实验成果	动态课件
过 x 轴上一定点 Q(t，0)的直线交椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 于两点 A，B，则在直线 $x=\frac{a^2}{t}$ 上任一点 P 对弦 AB 端点及定点 Q 的连线的斜率成等差。	
过 x 轴上一定点 Q(t，0)的直线交双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 于两点 A，B，则在直线 $x=\frac{a^2}{t}$ 上任一点 P 对弦 AB 端点及定点 Q 的连线的斜率成等差	
过 x 轴上一定点 M(t，0)的直线交抛物线 $y^2=2px$ 于两点 A，B，则在直线 $x=-t$ 上任一点 P 对弦 AB 端点及定点 M 的连线的斜率成等差。	

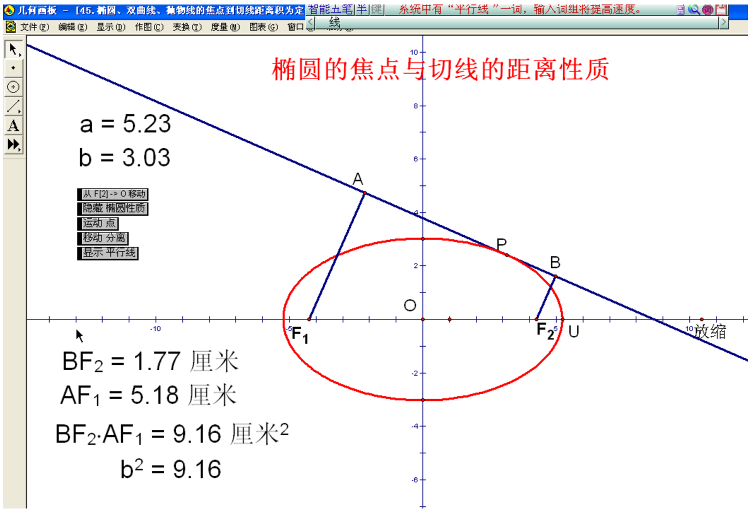
问题探究 44

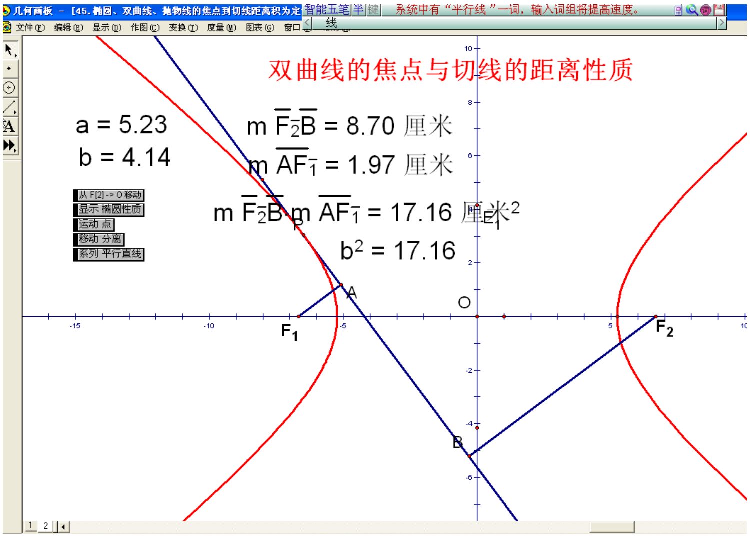
过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的对称轴上的定点 $M(m,0)(m>0)$，作直线 AB 与抛物线相交于 A,B 两点.

（Ⅰ）试证明 A,B 两点的纵坐标之积为定值；

（Ⅱ）若点 N 是定直线 $l:x=-m$ 上的任意一点，分别记直线 AN,MN,BN 的斜率为 k_1、k_2、k_3，试探求 k_1、k_2、k_3 之间的关系，并给出证明.

45．焦点切线，距离等比





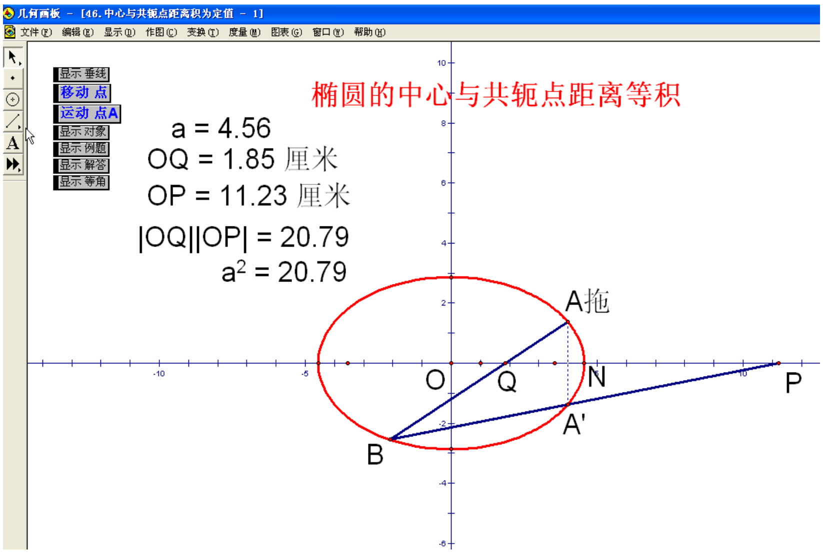
实验成果	动态课件
椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的两焦点到任一切线的距离积为定值，且定值为 b^2 。 。	
双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的两焦点到任一切线的距离积为定值，且定值为 b^2 。 。	
抛物线还未找到相应性质	

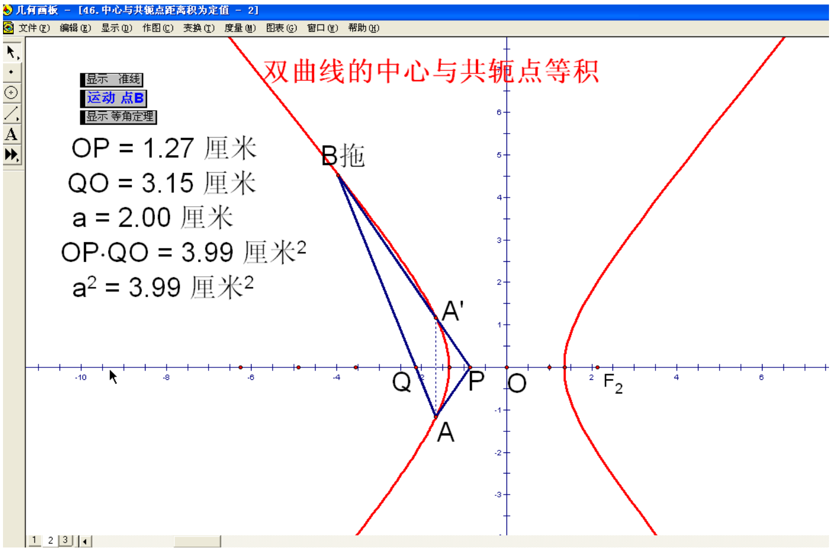
问题探究 45

已知直线 l 是过椭圆 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上一点 $P(2,1)$ 的切线，（1）求两焦点 F_1,F_2 到切线 l 的距离积。

（2）当 l 是椭圆的任一切线时，试问两焦点 F_1,F_2 到切线 l 的距离积是否为定值。

46．共轭点对，距离等积





实验成果	动态课件
过椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 对称轴上一定点 Q(t,0)的动弦 AB，一端点 B 与另一端点 A 关于坐标轴的对称点 A' 的连线 BA' 交对称轴于点 P，则 $\|OQ\|\|OP\|=a^2$ 定值。 。	
过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 对称轴上一定点 Q(t,0)的动弦 AB，一端点 B 与另一端点 A 关于坐标轴的对称点 A' 的连线 BA' 交对称轴于点 P，则 $\|OQ\|\|OP\|=a^2$ 定值。 。 。	
抛物线还未找到相应性质	

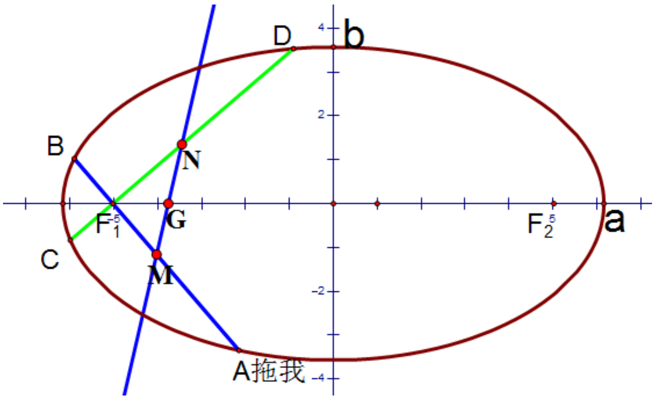
问题探究 46

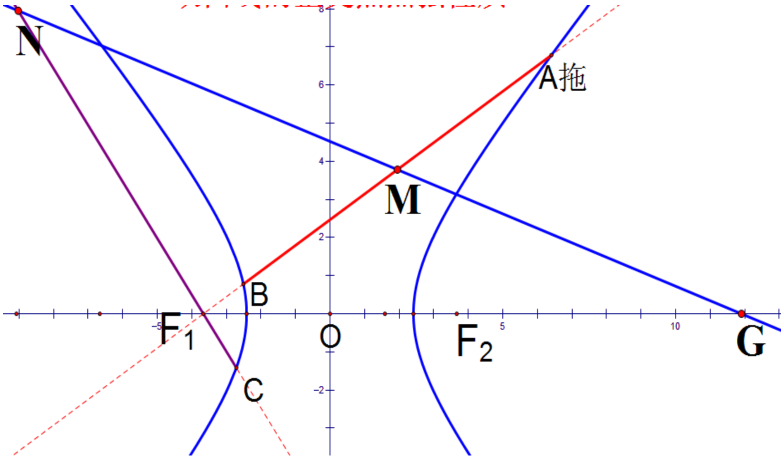
设椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ 的右焦点弦 AB，点 B 关于 x 轴的对称点为 B'，直线 AB' 交 x 轴于点 P。

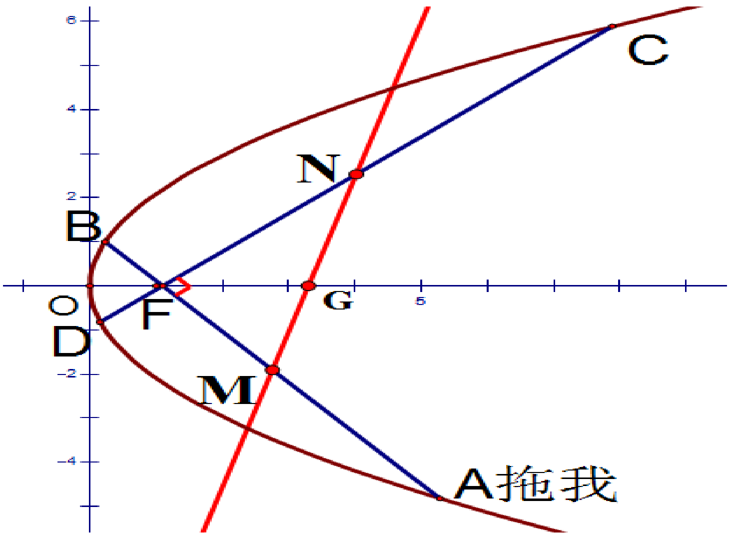
（1）求 $|OF_2||OP|$ 的值。

（2）若点 Q(t,0)是对称轴上任一定点，动弦 CD 所在直线过点 Q，端点 B 关于 x 轴的对称点为 D'，直线 CD' 交 x 轴于点 R，试研究 $|OQ||OR|$ 是否为定值，其定值与椭圆的几何量有何关系？

47．正交中点，连线定点





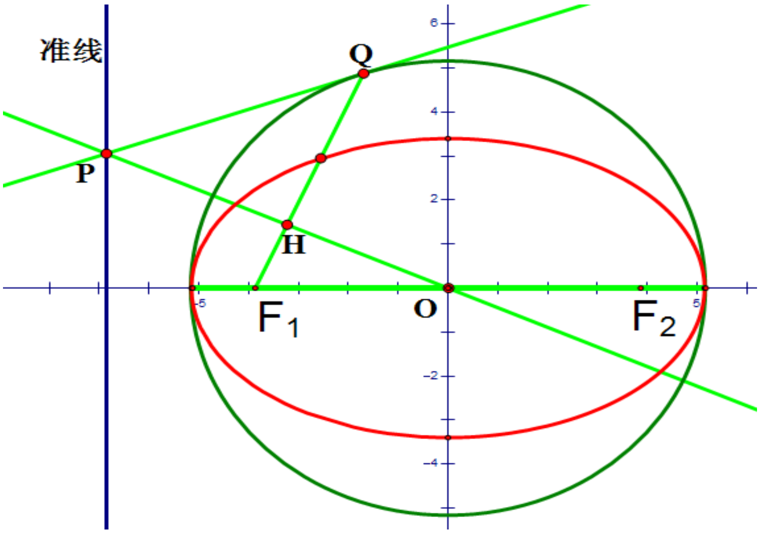


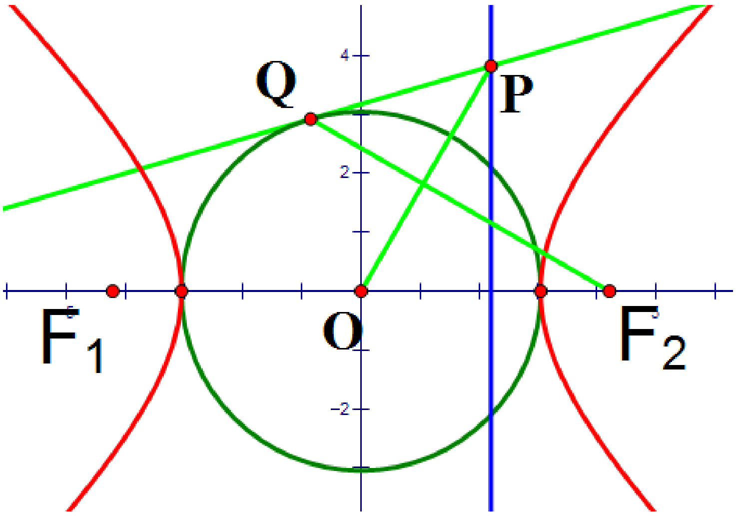
实验成果	动态课件
椭圆中互相垂直的焦点弦中点连线必过定点 。	
双曲线中互相垂直的焦点弦中点连线必过定点 。	
抛物线中互相垂直的焦点弦中点连线必过定点 。	

问题探究 47：

已知直线 l_1, l_2 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F ，分别交抛物线于 A，B 和 C，D 四点，且 $l_1 \perp l_2$，直线 l 分别过 AB 和 CD 的中点，　问直线 l 是否过定点？

48．顶点切圆，切线交准

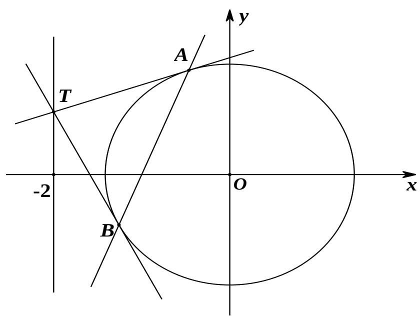




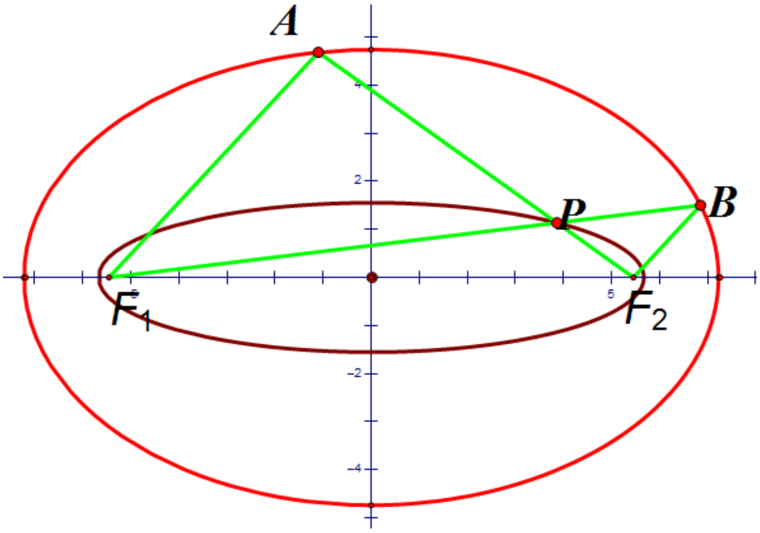
实验成果	动态课件
过椭圆中心 O 的直线 OH 垂直于 F_1Q 并与大圆在 Q 点处的切线相交于点 P，则点 P 的轨迹是与焦点对应的准线。 。	
过双曲线中心 O 的直线 OH 垂直于 F_2Q 并与小圆在 Q 点处的切线相交于点 P，则点 P 的轨迹是与焦点对应的准线。 。	

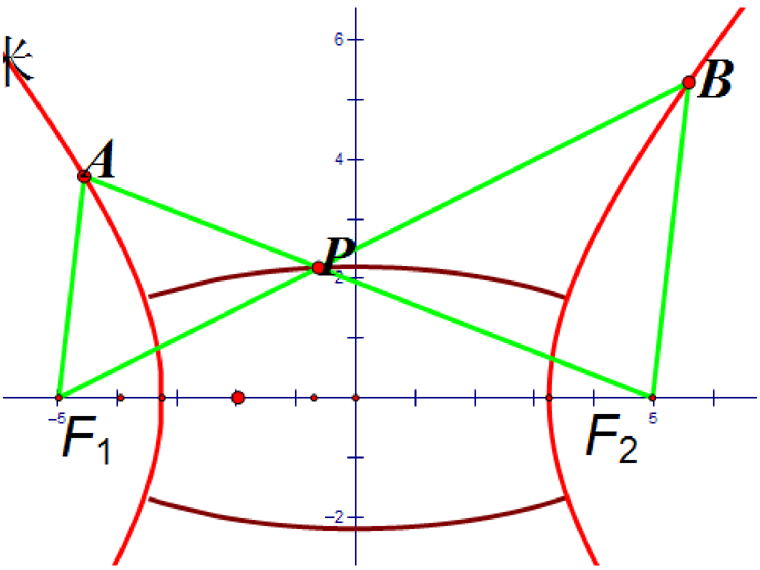
问题探究 48：

设点 P 为圆 C_1：$x^2+y^2=2$ 上的动点，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 Q．动点 M 满足 $\sqrt{2}\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{PQ}$（其中 P，Q 不重合）．（Ⅰ）求点 M 的轨迹 C_2 的方程；（Ⅱ）过直线 $x=-2$ 上的动点 T 作圆 C_1 的两条切线，设切点分别为 A,B．若直线 AB 与（Ⅰ）中的曲线 C_2 交于 C,D 两点，求 $\frac{|AB|}{|CD|}$ 的取值范围．



49．平行焦径，交点轨迹



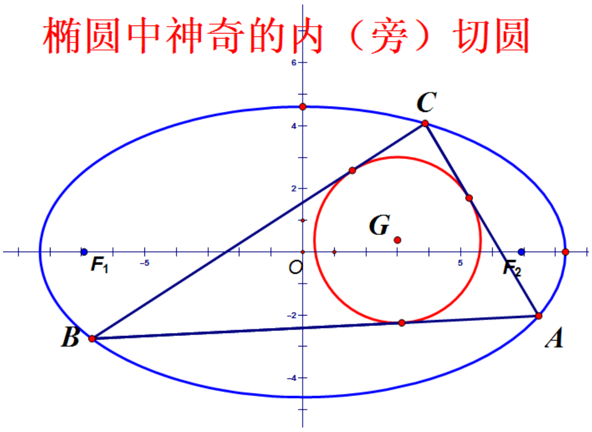


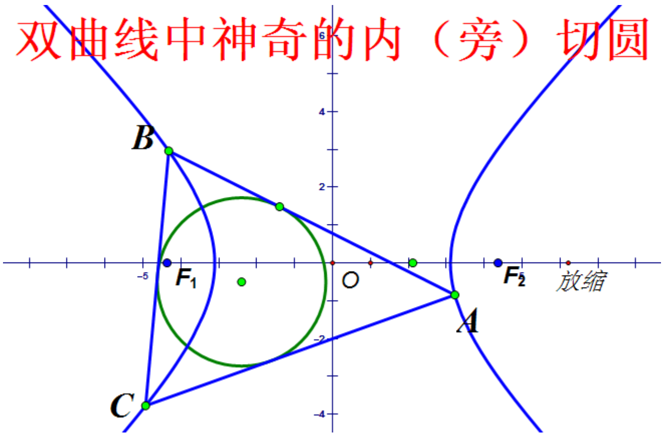
实验成果	动态课件
椭圆同侧平行的两焦半径对角连线的交点轨迹是椭圆 。	
双曲线同侧平行的两焦半径对角连线的交点轨迹是椭圆 。	

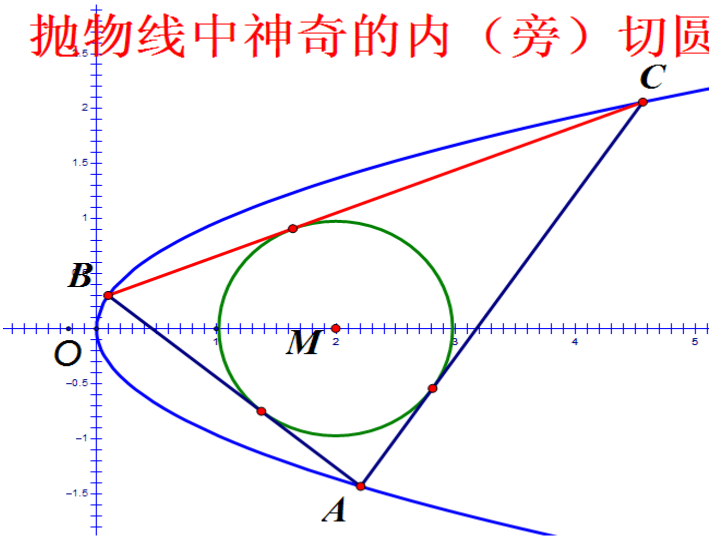
问题探究 49：

已知椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，$F_1,F_2$ 为椭圆的左右焦点，A,B 分别为椭圆上两点，$AF_1 \parallel BF_2$，请探求 AF_2 与 BF_1 交点的轨迹。

50．内接内圆，切线永恒





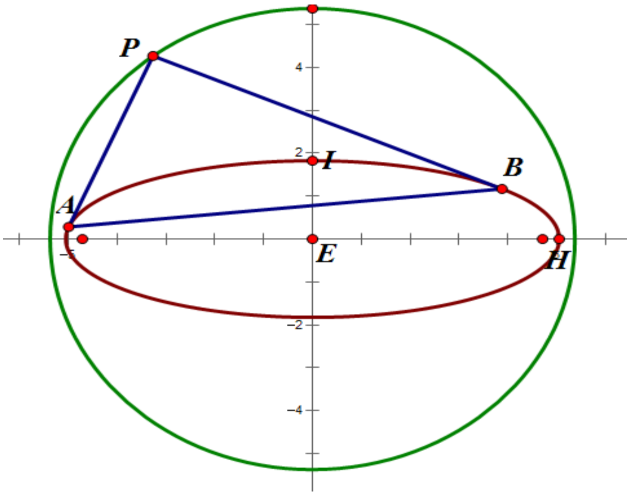


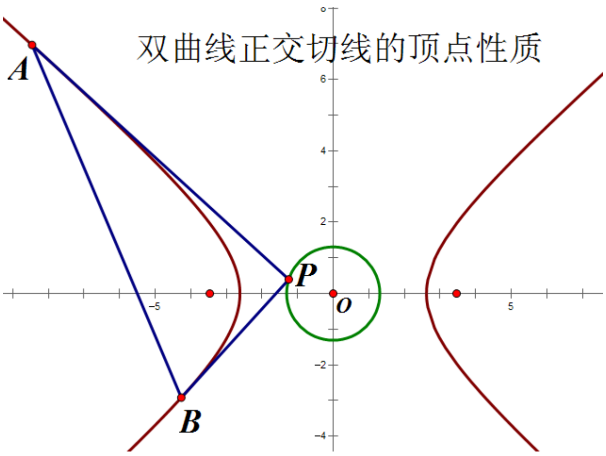
实验成果	动态课件
过椭圆上任一点 A 引椭圆内接三角形 UVW 的内切（旁切）圆 G 的切线交椭圆于另两点 BC，则这另两点的连线 BC 必是圆 G 的切线。 。	
过双曲线上任一点 A 引双曲线内接三角形 UVW 的内切（旁切）圆 G 的切线交双曲线于另两点 BC，则这另两点的连线 BC 必是圆 G 的切线。 。	
过抛物线上任一点 A 引抛物线内接三角形 UVW 的内切（旁切）圆 G 的切线交抛物线于另两点 BC，则这另两点的连线 BC 必是圆 G 的切线。 。	

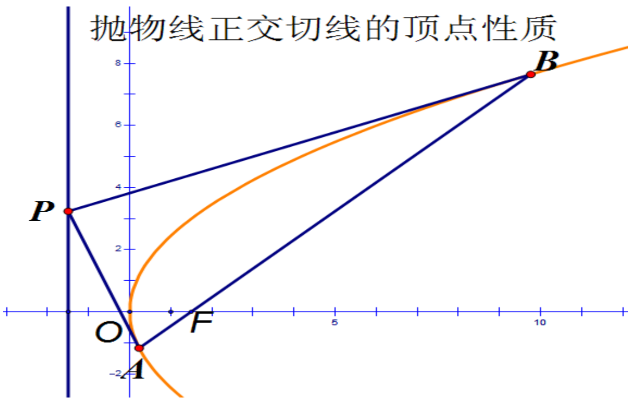
问题探究 50

若点 P 是曲线 C：$y^2=x$ 上的动点，过点 P 与圆：$(x-t)^2+y^2=1$ 的切线为 l_1，l_2 交曲线 C 于另两点 A、B，问是否存在 t，使对任意的动点 P，直线 AB 必与圆相切。

51．切线正交，顶点轨迹





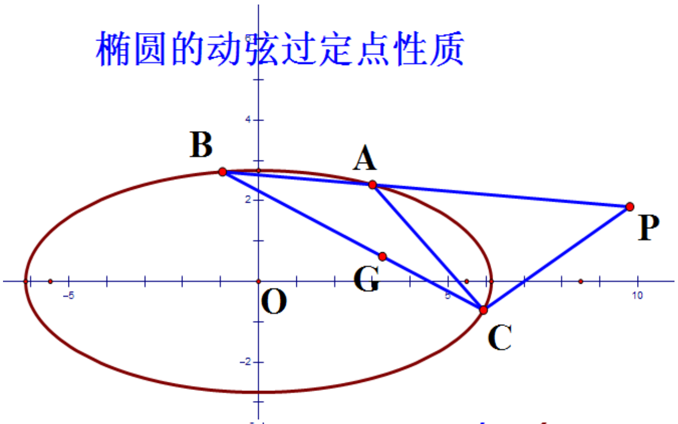


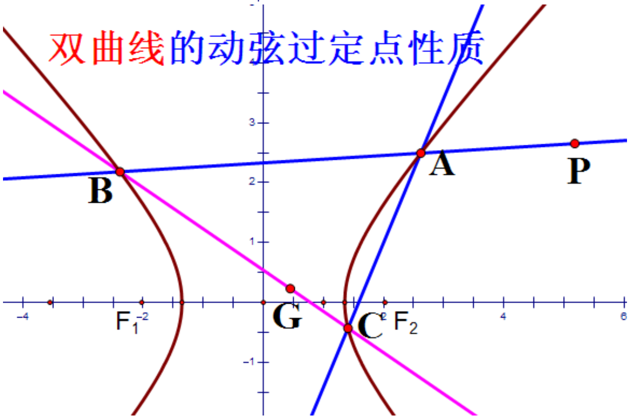
实验成果	动态课件
椭圆的两条正交切线的交点轨迹是圆。 。	
双曲线的两条正交切线的交点轨迹是圆。 。	
抛物线的两条正交切线的交点轨迹是准线（无穷大圆）。 。	

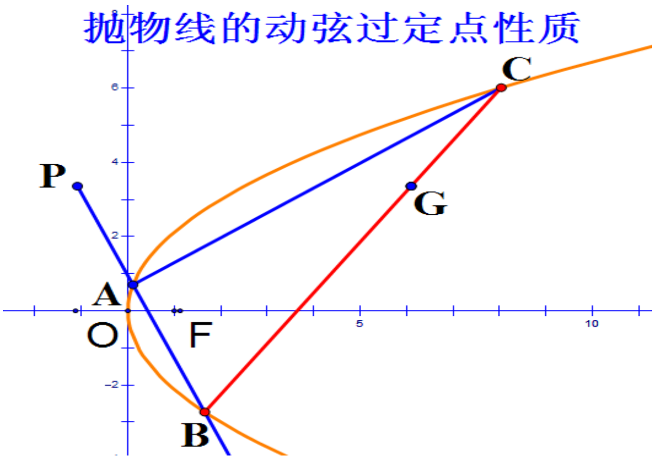
问题探究 51：

已知直线l_1, l_2分别切抛物线$y^2=4x$于 A，B 两点，且$l_1 \perp l_2$，请探求l_1与l_2交点的轨迹。

52．斜率定值，弦过定点





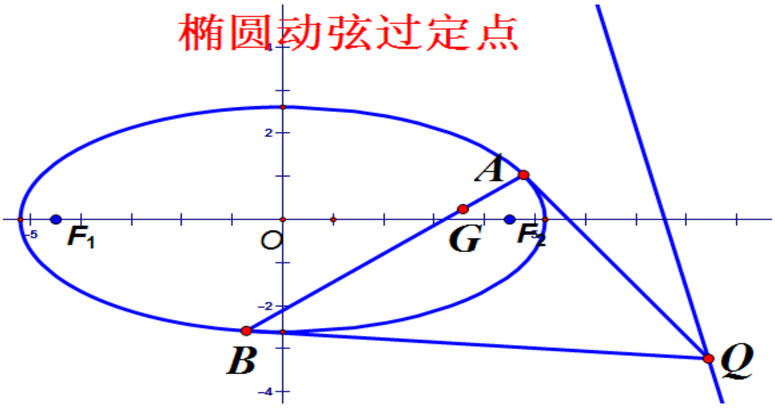


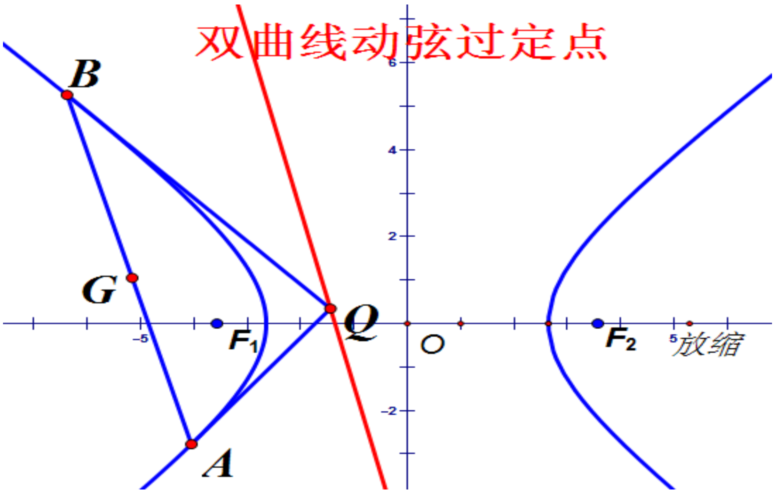
实验成果	动态课件
过椭圆外一点 P 任作一直线交椭圆于 AB 两点，过点 A 作斜率为定值 k 的直线交椭圆于另一点 C，则弦 BC 必过定点 G。（k 为直线 OP 与椭圆交点 N 处切线的斜率）。 $G\left(\dfrac{x_0}{\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}},\dfrac{y_0}{\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}}\right)$ 。	
过双曲线外一点 P 任作一直线交双曲线于 AB 两点，过点 A 作斜率为定值 k 的直线交双曲线于另一点 C，则弦 BC 必过定点 G。（k 为直线 OP 与双曲线交点 N 处切线的斜率） $G\left(\dfrac{x_0}{\dfrac{x_0^2}{a^2}-\dfrac{y_0^2}{b^2}},\dfrac{y_0}{\dfrac{x_0^2}{a^2}-\dfrac{y_0^2}{b^2}}\right)$	
过抛物线外一点 P 任作一直线交抛物线于 AB 两点，过点 A 作斜率为定值 k 的直线交抛物线于另一点 C，则弦 BC 必过定点 G。（k 为直线 OP 与抛物线交点 N 处切线的斜率） $G(\dfrac{y_0^2}{p}-x_0,y_0)$	

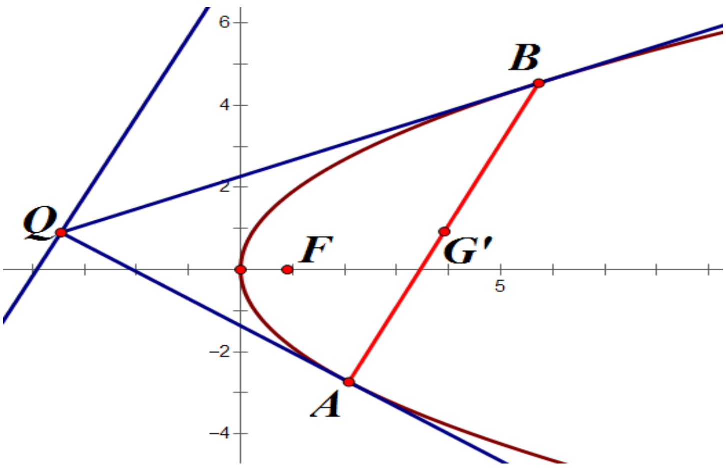
问题探究 52：

已知椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$，过点 $P(2,1)$ 的直线交椭圆于 A、B 两点，过点 B 作斜率为 $-\dfrac{1}{2}$ 的直线交椭圆于另一点 C，试探求直线 AC 是否过定点。

53．直线动点，切弦定点





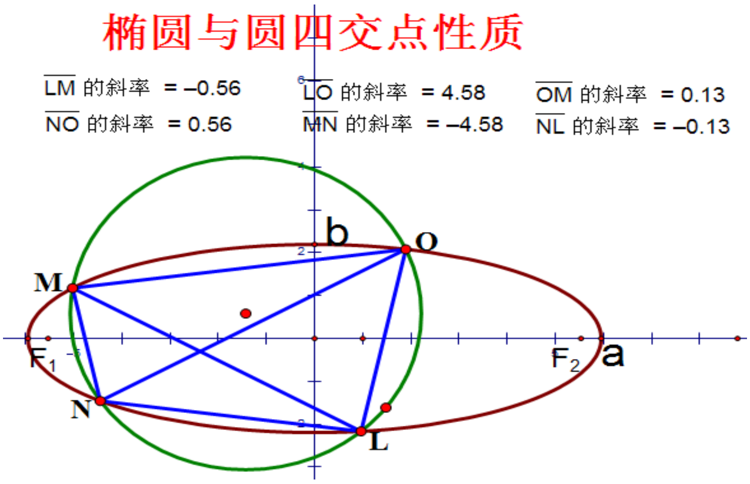


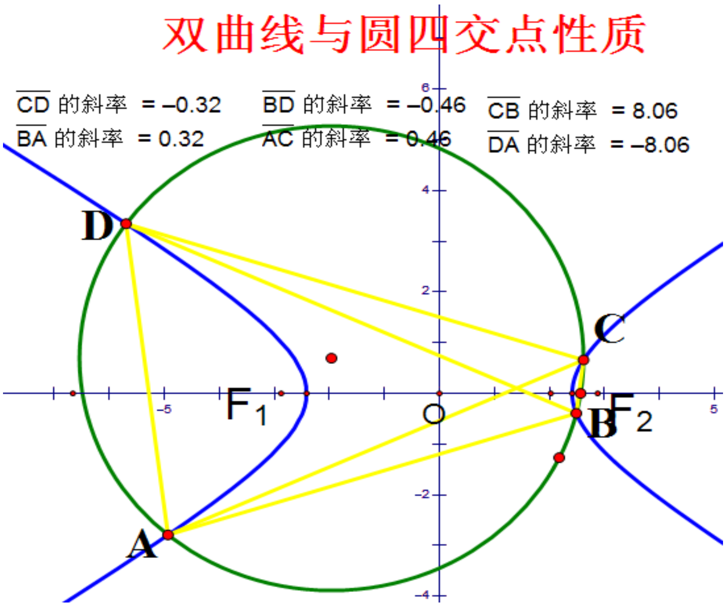
实验成果	动态课件
直线 $Ax+By+c=0$ 上一动点 Q 引椭圆两切线 QA,QB，则过两切点的直线 AB 必过定点 G	
直线 $Ax+By+c=0$ 上一动点 Q 引双曲线两切线 QA,QB，则过两切点的直线 AB 必过定点 G	
直线 $Ax+By+c=0$ 上一动点 Q 引抛物线两切线 QA,QB，则过两切点的直线 AB 必过定点 G。	

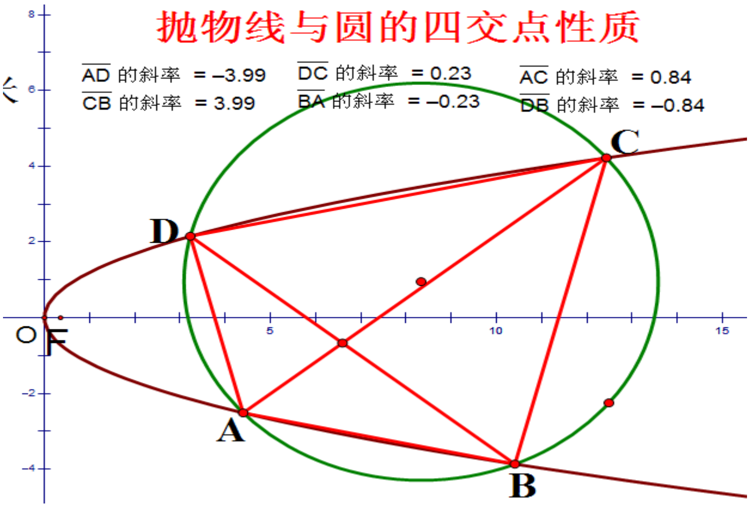
问题探究 53：

动点 $P(x_0,y_0)$ 在直线 $2x+y-6=0$ 上，由 P 引抛物线 $y^2=2x$ 的两条切线，切点分别是 A、B，请探究直线 AB 是否过定点。

54．与圆四交，叉连互补

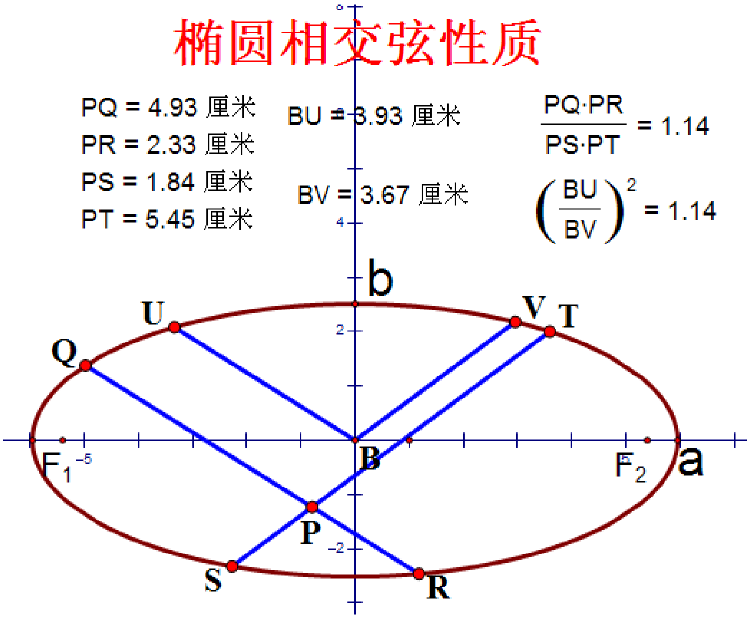


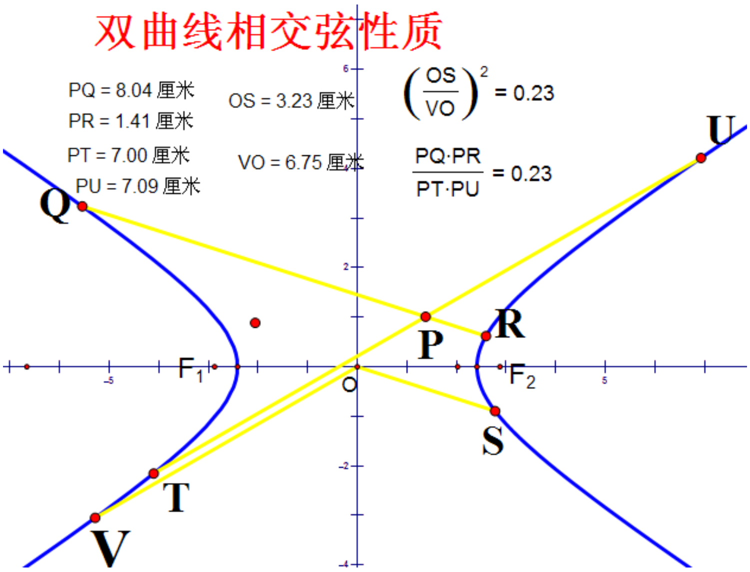




实验成果	动态课件
若椭圆与圆有四个交点，四点两两连线，则对应边直线的斜率必互为相反数。 。	
若双曲线与圆有四个交点，四点两两连线，则对应边直线的斜率必互为相反数。 。	
若抛物线与圆有四个交点，四点两两连线，则对应边直线的斜率必互为相反数。 。	

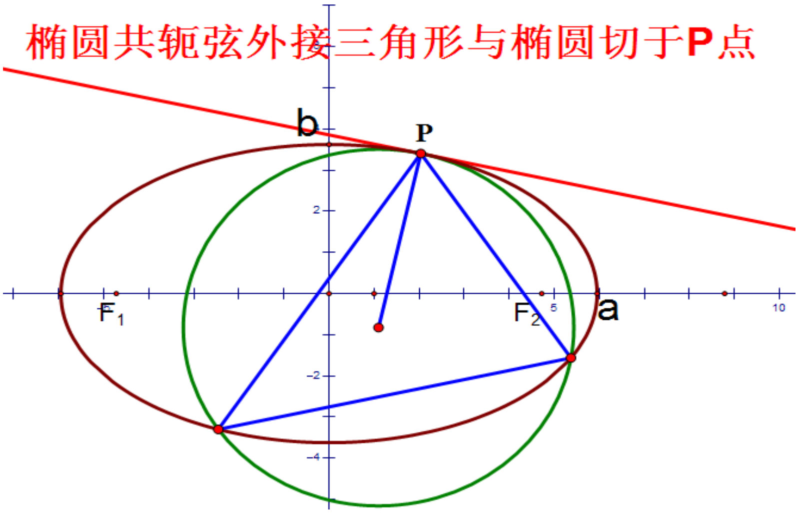
55．交弦积比，平行方等

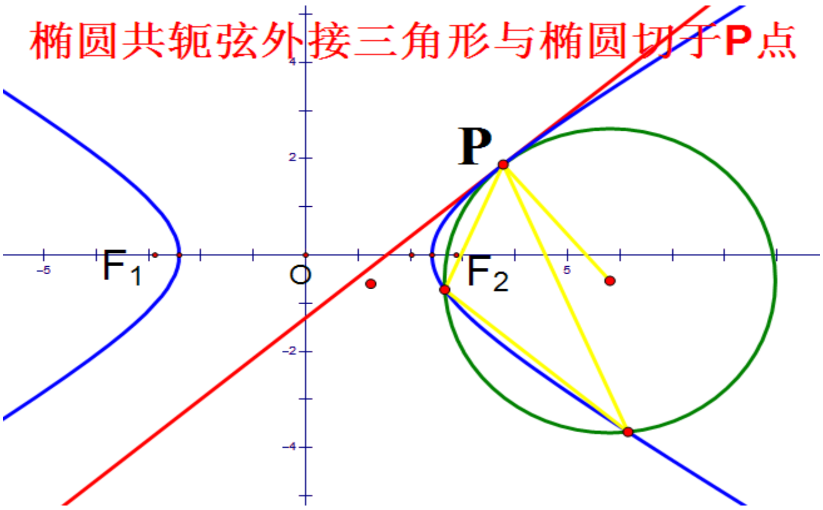


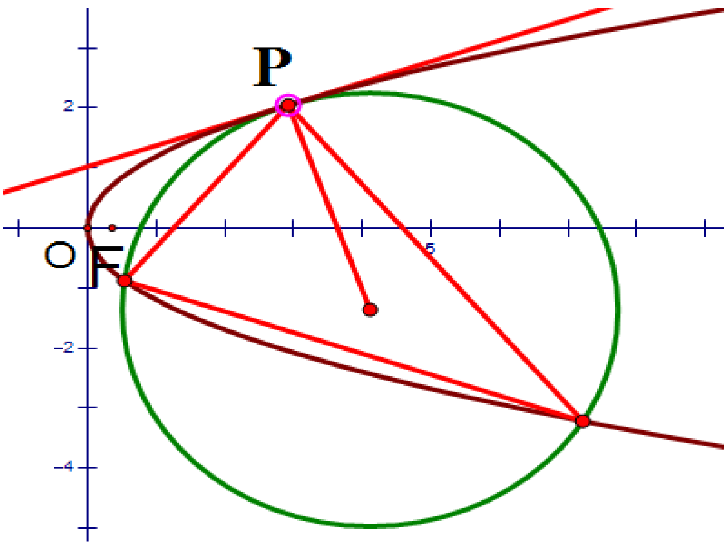


实验成果	动态课件
设椭圆的两条相交弦，则两弦各自被分成两段的乘积与平行半径的平方成比例。 。	
设双曲线的两条相交弦，则两弦各自被分成两段的乘积与平行半径的平方成比例。 。	

56．补弦外圆，切于同点

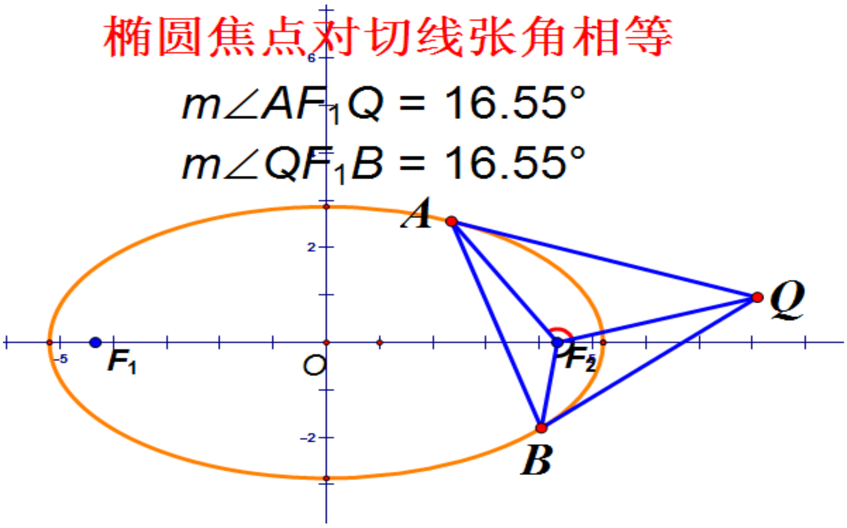


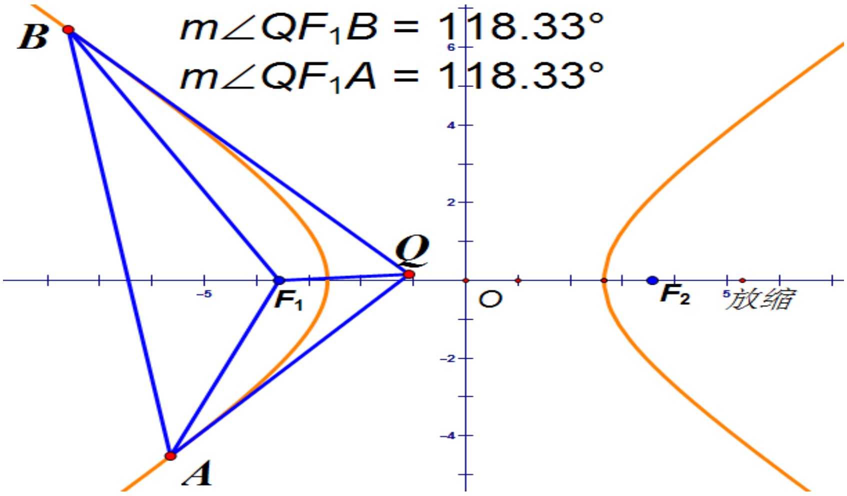


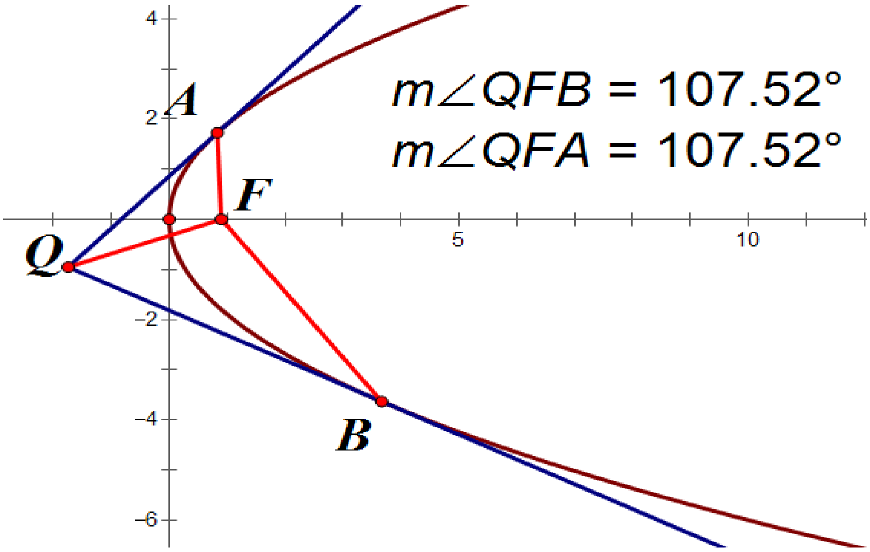


实验成果	动态课件
设椭圆的两条共轭弦，则其三角形的外接圆与椭圆必相切于 P 点。 。	
设双曲线的两条共轭弦，则其三角形的外接圆与双曲线必相切于 P 点。 。	
设抛物线的两条共轭弦，则其三角形的外接圆与抛物线必相切于 P 点。	

57、焦点切长，张角相等

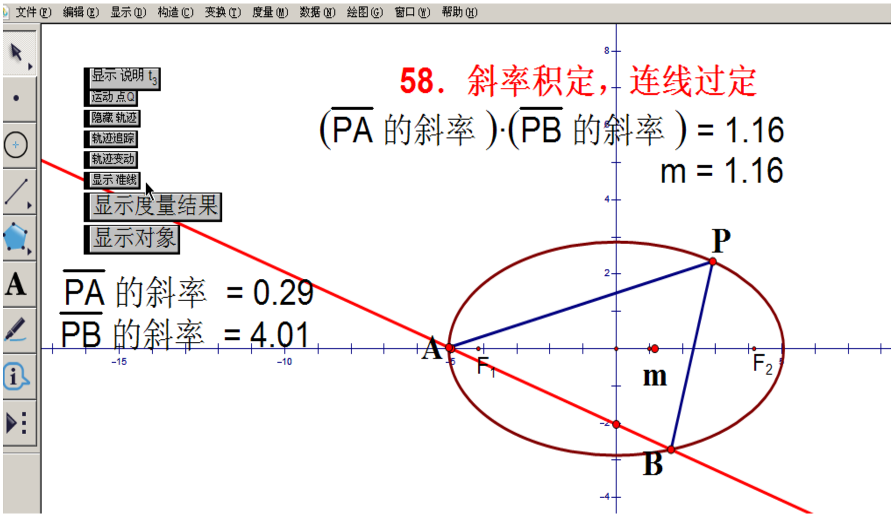


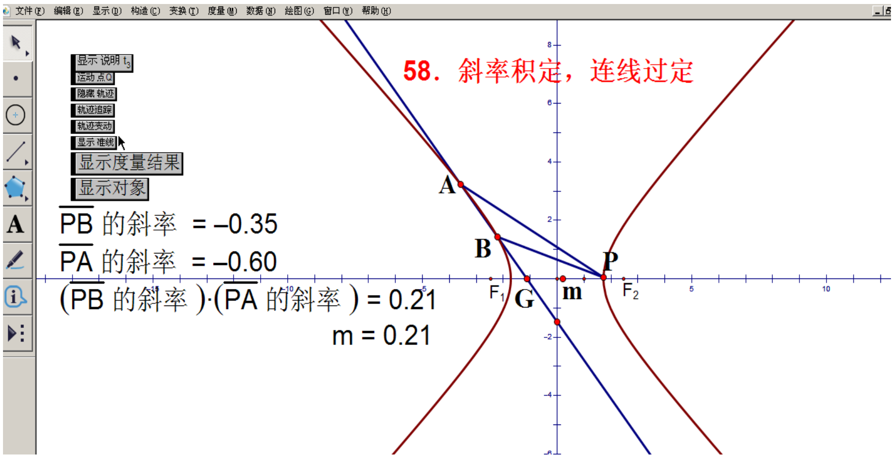


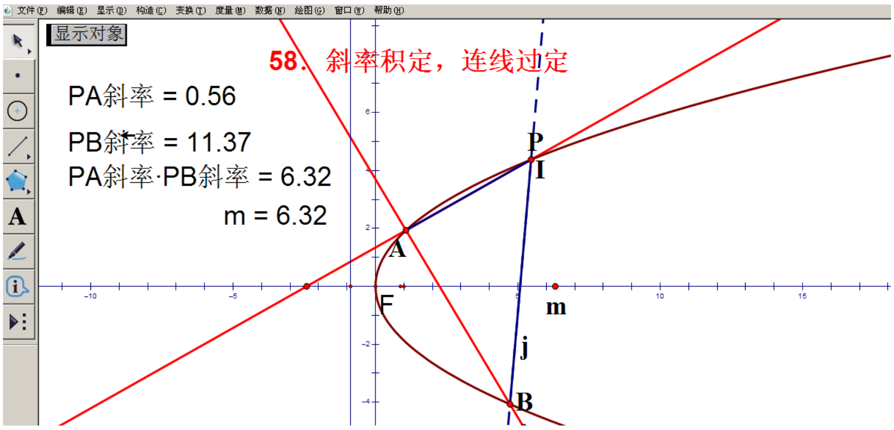


<table>
<tr><td>实验成果</td><td>动态课件</td></tr>
<tr><td colspan="2">设 Q 是椭圆外一点，过 Q 向椭圆引两条切线 QA、QB，切点分别为 A、B，则
$\angle AF_2Q=\angle BF_2Q$ 。
。</td></tr>
<tr><td colspan="2">设 Q 是双曲线外一点，过 Q 向双曲线引两条切线 QA、QB，切点分别为 A、B，则
$\angle AF_1Q=\angle BF_1Q$ 。
。</td></tr>
<tr><td colspan="2">设 Q 是抛物线外一点，过 Q 向抛物线引两条切线 QA、QB，切点分别为 A、B，则
$\angle AFQ=\angle BFQ$ 。</td></tr>
</table>

58．斜率积定，连线过定





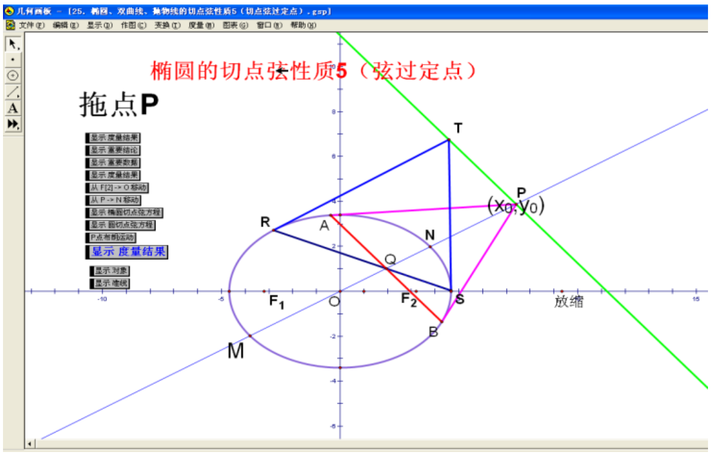


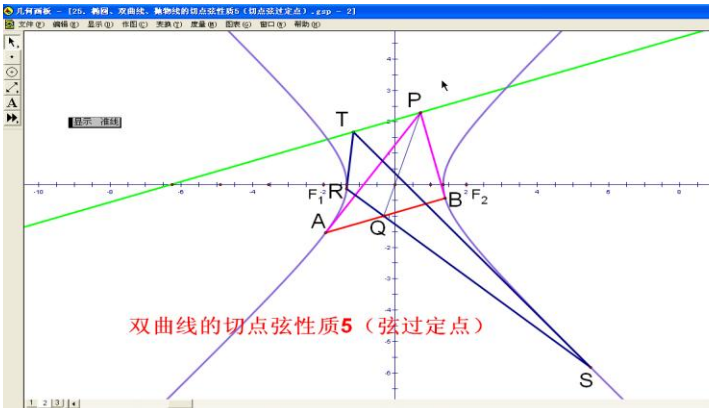
实验成果	动态课件
设 $P(x_0,y_0)$ 是椭圆上一定点，若过 P 的两条弦 PA、PB 的斜率积为定值 $k_{PA}k_{PB}=m$，则直线 AB 必过定点 $\left(\frac{x_0(a^2m+b^2)}{a^2m-b^2},\frac{-y_0(a^2m+b^2)}{a^2m-b^2}\right)$	
设 $P(x_0,y_0)$ 是双曲线上一定点，若过 P 的两条弦 PA、PB 的斜率积为定值 $k_{PA}k_{PB}=m$，则直线 AB 必过定点 $\left(\frac{x_0(a^2m-b^2)}{a^2m+b^2},\frac{-y_0(a^2m-b^2)}{a^2m+b^2}\right)$	
设 $P(x_0,y_0)$ 是抛物线上一定点，若过 P 的两条弦 PA、PB 的斜率积为定值 $k_{PA}k_{PB}=m$，则直线 AB 必过定点 $(x_0-\frac{2p}{m},-y_0)$	

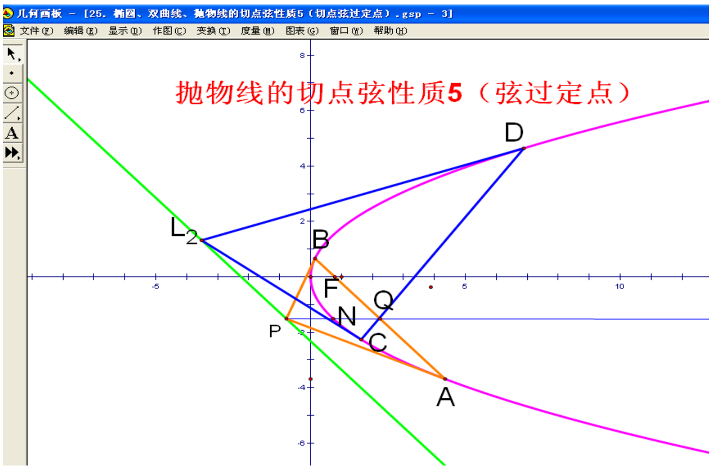
问题探究 58

已知点P(0,1),A、B 是椭圆 C：$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{1}=1$上两个动点，且$k_{PA}k_{PB}=\frac{2}{3}$，求三角形 PAB 面积的最大值。

59．切点连线，恒过定点







实验成果	动态课件
点 T 是与椭圆 $Ax^2+By^2=1$ 点 P 的切点弦对应的直线上的动点，则与点 T 对应的切点弦必过定点 Q。 。	
点 T 是与双曲线 $Ax^2+By^2=1$ 点 P 的切点弦对应的直线上的动点，则与点 T 对应的切点弦必过定点 Q。 。	
点 T 是与抛物线 $y^2=2px$ 点 P 的切点弦对应的直线上的动点，则与点 T 对应的切点弦必过定点 Q。（PQ 平行对称轴） 。	

问题探究 59

过抛物线 $y=x^2$ 外一点 $Q(1,2)$ 作抛物线的中点弦 AB（Q 为 AB 中点），两条切线 PA，PB 交于点 P，求点 P 作直线 l，且 l□AB，点 G 是直线 l 上的动点，过 G 作抛物线的两条切线 GC、GD，求证：直线 CD 过定点。