

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 高等数学 (A 卷) 考号: 614 专业名称: 人文地理学

一、选择题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1、下列各题正确的是 ()

A、 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$,

B、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$,

C、设函数 $f(x) = |x - 1|$, 则 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导,

D、若 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ 。

2、设 $f(x)$ 为可导函数, 且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{3x} = -1$, 则过曲线 $y = f(x)$ 上一点 $(1, f(1))$

的切线斜率为 ()

A、3, B、-3, C、1, D、-1。

3、设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0, f'''(x_0) < 0$, 则 () 成立。

A、 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值, B、 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值,

C、 $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极小值, D、 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点。

4、设 $f(x)$ 的一个原函数为 2^x , 则 $\int f(x) dx = ()$

A、 $2^x + c$, B、 2^x , C、 $2^x \ln 2 + c$, D、 $\frac{2^x}{\ln 2} + c$ 。

5、下列正确的是 ()

A、 $\int_{-1}^1 (x + \sin x)^2 dx = 0$, B、 $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2}$,

C、 $\int_{-1}^1 \frac{x}{1+e^x} dx = 0$, D、 $\int_{-1}^1 (x + \sqrt{1-x^2}) dx = 2 \int_0^1 (x + \sqrt{1-x^2}) dx$ 。

6、下列判断正确的是: ()

A、若 $V_n < U_n, n \in N$, 且 $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ 一定收敛。

B、若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 一定收敛。

C、级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n + (-1)^n}$ 收敛。

D、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$ 收敛。

宁波大学 2010 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 高等数学 (A 卷) 考号: 614 专业名称: 人文地理学

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1、函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}$ 的间断点为 _____。

2、设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{\cos x}{x}$, 则 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x f'(x) dx =$ _____。

3、 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4x^2 + 4x + 5} dx =$ _____。

4、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n} \right) =$ _____。

5、设线性常系数非齐次微分方程 $y'' + p \cdot y' + q \cdot y = f(x)$, 有三个线性无关的特解:
 $y_1(x) = e^{-x} + e^{3x} - xe^x, y_2(x) = e^{-x} - xe^x, y_3 = -xe^x$, 则原方程的通解可表示成: _____。

6、设方程 $x + 2y + z - e^{x^2+zy} = 1$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 则全微分 $dz =$ _____

三、计算题 (第 1, 第 2 题各 8 分, 第 3 到第 10 题各 10 分, 共 96 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x + 1}{4x + 5} \cdot \sin \frac{2}{x}$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

3、设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \int_0^t f(u^2) du \\ y = f^2(t^2) \end{cases}$ 确定, 其中函数 $f(x) \neq 0$ 且可导, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

4、求: $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

5、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x}, x \geq 0; \\ \frac{1}{1+e^x}, x < 0 \end{cases}$, 计算积分 $\int_0^2 f(x-1) dx$ 。

6、当 $x > 0$ 时, 求证不等式: $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$

7、设 $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$, 求 $y = f(x)$ 的渐近线, 并列讨论函数的单调性, 曲线的凹凸性。

入学考试试题(答案必须写在答题纸上)

考试科目: 高等数学 (A 卷) 考码: 614 专业名称: 人文地理学

8、设曲线 $x = \sqrt{\frac{y}{2}}$ 和直线 $x = \frac{1}{2}, y = 2, y = 0$ 所围成的封闭区域为 A (下半部分) 和 B (上半部分), 若 A 绕 X 轴旋转, B 绕 Y 轴旋转, 分别求两部分旋转体的体积 V_A 及 V_B

9、设函数 $f(x), g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且满足 $f(a) = f(b) = 0, g(x) \neq 0$, 求证: 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi)g(\xi) = f(\xi)g'(\xi)$ 。

10、计算:
$$\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x \frac{\sin \frac{\pi y}{2}}{y} dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{\sin \frac{\pi y}{2}}{y} dy$$