

中文摘要

曲轴是均质机的重要零件，其强度和刚度直接影响到整机的工作性能。因为曲轴的结构形状比较复杂，各个曲拐的受力又在发生周期性的变化，所以运用经典力学对其进行强度和刚度计算有一定的困难。计算机技术的飞速发展使得有限元法在曲轴的强度、刚度计算中得到了广泛应用。本文以此为立足点，针对 JZH25 型均质机经常发生的曲轴断裂问题进行了有限元分析和改进设计。

首先，对断裂曲轴进行受力分析，分析了曲轴的各种工况，确定其危险工况，建立了整根曲轴的有限元模型，施加约束和载荷后计算得到曲轴危险工况的应力云图，确定其危险点，并对危险点进行静强度和疲劳强度校核。查明曲轴断裂的原因是在低载荷作用下由于应力集中而引起的疲劳断裂。

其次，根据曲轴断裂的原因提出了三个改进设计方案，并用评分法对三个改进设计方案进行评价，确定出最佳改进设计方案。然后对最佳改进设计方案中的曲轴、带传动进行重新设计，对改进设计后的曲轴进行强度、刚度校核并对改进设计后的整机进行经济性分析，确认改进设计后曲轴的强度、刚度和整机的经济性均能满足要求。

最后，对改进设计后的曲轴进行模态分析，提取前 8 阶固有频率，得到曲轴前 8 阶模态的振型和位移等值线图，并计算出前 8 阶临界转速，确认曲轴的工作转速大大低于各阶临界转速，不会产生共振现象。

关键词：均质机；曲轴；有限元；强度；刚度；模态

ABSTRACT

The crankshaft is an important part of the homogenizer. Its strength and rigidity have direct influence upon the properties of the whole machine. Since the structure and the shape of the crankshaft are complicated and the loads vary periodically, it is difficult to calculate its strength and rigidity using classical mechanics. With the rapid development of computer technology, FEM is widely used in the field of strength and rigidity analysis of the crankshaft. Therefore analysis using FEM and improved design are presented in this thesis in allusion to the fracture of the crankshaft of JZH25 homogenizer.

First, the loads of the crankshaft are analyzed and the critical case is got. The FEM model of the whole crankshaft is built, the stress contour plot of the critical case is obtained by loading, constraining and calculating, the critical point is found. The static and the fatigue safe coefficient of the critical point are tested. The cause of the fracture which is fatigue fracture under low loads due to stress focus is found.

Second, three improved designed project are put forward based on the fracture cause of the crankshaft. The best improved designed project is obtained by evaluation of grading method. The crankshaft and the belt drive of the best improved designed project are redesigned. The strength and the rigidity analysis of the improved designed crankshaft is presented, the economic analysis of the improved designed homogenizer is carried out. The conclusion is the strength and the rigidity of the improved designed crankshaft and the economy of the improved designed homogenizer can meet the demands entirely.

Finally, modal analysis of the improved designed crankshaft is presented. The natural frequencies of the first 8 modes are extracted. The vibrative shapes of the first 8 modes are obtained and the critical speeds of the first 8 modes are calculated. Because the working speed is lower than the critical speeds greatly, the forced vibrations can't be happened on the improved design crankshaft.

KEY WORDS: Homogenizer; Crankshaft; FEM; Strength; Rigidity; Modal

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作和取得的研究成果，除了文中特别加以标注和致谢之处外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 天津大学 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

学位论文作者签名： 签字日期：2006 年 1 月 10 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 天津大学 有关保留、使用学位论文的规定。特授权 天津大学 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，并采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编以供查阅和借阅。同意学校向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘。

(保密的学位论文在解密后适用本授权说明)

学位论文作者签名：

导师签名：

签字日期：2006 年 1 月 10 日

签字日期：2006 年 1 月 10 日

第一章 绪论

1.1 均质机的发展概况

均质机是一种食品机械,广泛应用于食品饮料、医药、化工、油脂等行业的微细加工。均质机在国内的发展起源于二十世纪九十年代,在本世纪初逐渐走向成熟。它主要用于对粘度低于 $0.2\text{Pa}\cdot\text{s}$,温度低于 80°C 液体物料的均质、乳化、喷雾、输送等^[1]。目前,国内一些知名的食品饮料企业,象伊利牛奶、承德露露、汇源果汁、乐百氏等产品的生产都用到均质机。

随着市场的不断开发,国内生产均质机的厂家也在不断增加,迄今为止已愈百家。其中,比较典型的具有较大生产规模的公司有廊坊富达机械有限公司、上海东华机械有限公司、江苏天成机械有限公司等。

均质机的设计、制造技术也在日益成熟,同时为满足不同消费者的要求,其产品的规格型号也日趋齐全。仅廊坊富达机械有限公司一家就有三个系列 47 种型号的产品,表 1-1 是其三个系列中一些典型产品的主要技术参数。

表 1-1 均质机典型产品的主要技术参数

型号	流量 L/h	最大压力 MPa	电机功率 kW	外形尺寸 mm	主要用途
SB3	4000	3	5.5	1590×860×630	物料输送
SB10	3000	10	11	1645×850×1030	物料输送
JZH25	1000	25	7.5	1030×650×1120	均质、乳化、喷雾
JZH25a	1500	25	11	1030×650×1120	均质、乳化、喷雾
JZH25b	2000	25	18.5	1315×1100×1290	均质、乳化、喷雾
JZH30	2000	30	22	1315×1100×1290	均质、乳化、喷雾
JZH40	2000	40	30	1315×1480×1400	均质、乳化、喷雾
JZH60	2000	60	37	1315×1480×1400	均质、乳化、喷雾
JZH40a	5000	40	75	2003×1469×2246	均质、乳化、喷雾
JZH30a	6000	30	75	2034×1417×2246	均质、乳化、喷雾
JZH30b	9000	30	90	2034×1417×2246	均质、乳化、喷雾
JZHY50	1000	50	18.5	1315×1480×1400	粘稠物料均质
JZHY25	2000	25	22	1315×1480×1400	粘稠物料均质

1.2 JZH 系列均质机的工作原理及性能

JZH 系列均质机是廊坊富达机械有限公司的主要系列产品之一，其外观形状如图 1-1 所示。

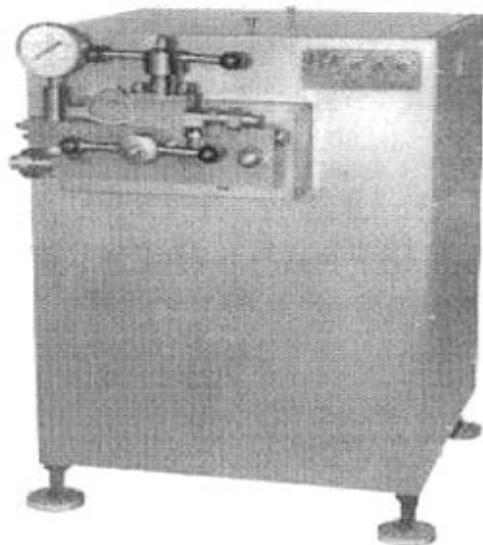


图 1-1 JZH 系列均质机外观形状图

JZH 系列均质机共有 30 个型号，其压力从 20MPa 到 70MPa，流量从 300L/h 到 9000L/h 不等。

该系列产品工作时，通过曲轴的旋转带动柱塞的往复运动，实现泵体单向阀芯、阀座的开闭，又通过控制调压阀体内阀头、阀座的微小间隙，形成强大的高压能，使物料瞬间在湍流、剪切、碰撞、空穴等复合力的作用下达到均质、乳化的目的^[2]。

该系列产品具有如下特点：

- (1) 压力控制采用两级机械调压，调解方便，安全可靠；
- (2) 柱塞采用耐磨合金、喷涂合金及陶瓷等新材料，具有耐腐蚀、耐磨等特点；
- (3) 柱塞高压密封采用自涨圈和 V 型密封圈等形式，使用寿命长；
- (4) 曲轴运转平稳，动力损失小，噪声低；
- (5) 主要零部件选用不锈钢和耐腐蚀合金制造，符合食品卫生要求。

JZH 系列均质机设计新颖，性能可靠。自 90 年代中期投入市场以来，一直受到食品饮料、医药、化工等行业微细加工的青睐。

1.3 现代设计方法在均质机设计中的应用

曲轴、连杆和箱体是均质机中最为重要的零件，由于其结构的复杂性和工作载荷的多变性，使得传统的研究工作大多为试验研究，设计工作主要为经验设计，因而新产品的开发一般耗资大、周期长，这在一定程度上阻碍了均质机技术的发展。随着科学技术的飞速发展和计算机技术的广泛应用，许多现代设计方法都可以应用到均质机的设计中来，如计算机辅助设计、有限元法、虚拟设计、优化设计等。

计算机辅助设计是在设计活动中，利用计算机作为工具，通过人机交互的方式完成工作的图形设计和分析计算。计算机辅助设计使设计者的构思、制图、方案比较、分析计算、优化等形成一体，高速度、高质量地完成设计工作。近年来，国外许多研究单位与企业在这一方面进行了大量的研究工作。目前，计算机辅助设计向着参数化和集成化的方向发展，计算精度与工程实用性不断提高，应用日渐增多^[3]。

传统的设计之所以要重复多次“设计—试验—设计”的过程，主要原因是经典的计算分析法和经验无法在设计阶段就精确把握复杂零部件在实际工作状态下的特性响应全貌。将有限元法与专业设计相结合，可以促进现代设计目标的实现。用有限元法计算复杂零部件在机械负荷和热负荷作用下的温度、热流、变形、应力、振型等参量在发动机中应用较为广泛，如活塞、连杆、机体的温度、刚度等的分析与计算，这些都可以借鉴应用到均质机产品的设计中来。

虚拟设计是用计算机来完成整个产品的开发过程。设计者经过调查研究，在计算机上建立产品模型，并进行静态和动态性能分析，改进产品设计方案。虚拟设计可以使一个企业的各部门甚至是全球化合作的几个企业中的工作者同时就在同一个产品模型上工作和获取信息，以减少互相等待的时间，避免或减少传统产品设计过程中反复制作、试验、修改产品设计方案等工作所投入的时间和费用。在设计过程中发现和解决问题，按照规划的时间、成本和质量要求将新产品推向市场，并继续对顾客的需求变化做出快速灵活的响应^[3]。将虚拟设计应用到均质机产品的设计中来必将缩短开发时间、提高产品质量、降低开发费用。

优化设计是将工程设计问题转化为最优化问题。首先提出优化设计模型，确定设计变量，建立优化目标函数和约束方程，然后选择适当的设计方法寻求最佳设计方案。因为均质机中重要零部件的优化设计不仅仅是单纯的数学问题，还必须对其工作特性、形状特性以及它们之间的相互影响关系进行深入研究，才能建立合理的优化模型、设计变量，恰当的约束方程和目标函数，所以这方面的工作还有待于进一步深入研究，要达到实际应用阶段还要做大量的工作。

1.4 研究课题的提出

按电动机的功率不同，可将 JZH 系列均质机分为三类：

- (1) 小型均质机：功率从 0.3kW 到 18.5kW；
- (2) 中型均质机：功率从 22kW 到 50kW；
- (3) 大型均质机：功率从 55kW 到 110kW；

JZH25 型均质机属于小型均质机，其流量为 1000L/h，最大压力为 25MPa，电动机功率为 7.5kW。此产品属于开发较早的产品之一，曲轴采用二级传动，由电动机带动齿轮，齿轮驱动曲轴旋转。客户在使用三、四个月后经常发生曲轴断裂问题，常见的断裂位置如图 1-2 所示。

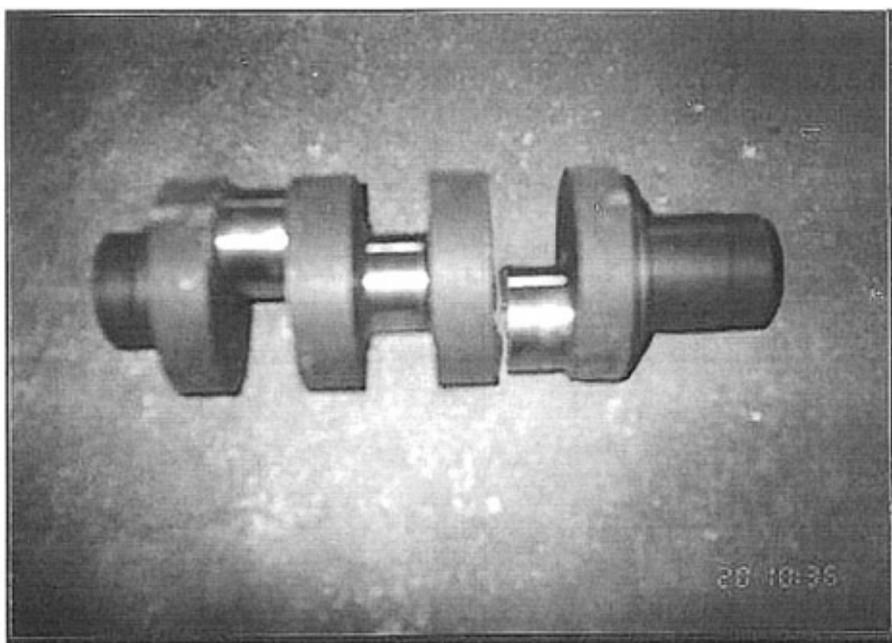


图 1-2 JZH25 型均质机曲轴断裂图

其他型号的均质机均未发生此类情况。为此，公司的技术人员作了深入细致的研究，将曲轴的材料从 QT500-2 提高到 QT600-2，又提高到 QT700-2，仍然没有彻底解决问题。所以，公司在销售 JZH25 型均质机时配送两根曲轴，以备断裂时更换，同时组织专家进行科研攻关，寻找解决问题的方法。

1.5 本课题的思路及主要工作

公司在设计该曲轴时，采用传统的经验估计、类比法。由于曲轴的结构形状比较复杂，各个曲拐所载荷又在发生周期性的变化，运用经典力学知识无法准确计算出曲轴的应力，因此本课题的思路是首先对曲轴的工作情况进行详细的调查研究，进行受力分析并确定危险工况；然后运用有限元软件 ANSYS 对曲轴进行强度分析，找出其断裂原因，提出改进设计方案；最后用 ANSYS 软件对改进设计后的曲轴进行强度、刚度校核，确认其强度、刚度均能满足要求。

本课题的主要工作可分为以下几部分内容：

- (1) 对曲轴的工作情况进行详细的调查研究，进行受力分析并确定危险工况；
- (2) 运用有限元软件 ANSYS 对曲轴进行强度分析，找出其断裂原因；
- (3) 根据分析结果，提出多个改进设计方案，并用评分法对多个改进设计方案进行评价，确定最佳改进设计方案；
- (4) 运用有限元软件 ANSYS 对改进设计后的曲轴进行强度校核，并与原方案进行比较；
- (5) 运用有限元软件 ANSYS 对改进设计后的曲轴进行刚度分析，并对改进设计后的整机进行经济性分析；
- (6) 运用有限元软件 ANSYS 对改进设计后的曲轴进行模态分析，求出其固有频率和振型，分析曲轴工作转速的合理性。

第二章 JZH25 型均质机曲轴的断裂分析

初步分析曲轴的断裂原因有以下四种可能：1.曲轴的材质有缺陷；2.曲轴工作时由于高速旋转产生较大的惯性应力；3.曲轴的静强度不满足要求；4.曲轴的疲劳强度不满足要求。因为曲轴的断裂常发生于一个固定位置，可排除第一种可能。为准确判断曲轴的断裂原因，本文用有限元软件 ANSYS8.0 对曲轴进行了应力和强度分析。

2.1 有限元结构分析的基础理论

2.1.1 有限元法的概念

有限元法是一种采用电子计算机求解结构静、动态力学特性等问题的数值解法^[4]。目前，该方法不仅能用于工程中复杂的线性和非线性问题的求解，而且还能用于工程设计中复杂结构的静、动力学分析，并能精确的计算形状复杂零件的应力分布和变形情况，成为复杂零件强度和刚度计算的有力分析工具^[5]。

有限元法的基本思想是把要分析的连续体假想地分割成有限个单元所组成的组合体，简称离散化。离散后的单元仅在节点处相互联接，各单元之间除了节点之外再无任何关联，但是这种联接要满足变形协调条件，既不能出现裂缝也不允许发生重叠。当连续体受到外力作用发生变形时，组成它的各个单元也将发生变形，因而各个节点要产生不同程度的位移。在有限元中，常以节点位移为基本未知量，建立节点力与节点位移之间的力学关系，得到一组以节点位移为未知量的代数方程，求解节点的位移分量，然后利用插值函数确定单元集合体上的场函数。显然，如果单元满足问题的收敛性要求，那么随着单元尺寸的缩小，求解域内单元的数目将不断增加，解的近似程度将不断改进，近似解将最终收敛于精确解^[5]。

2.1.2 有限元法的分析步骤^[5,6]

有限元法求解问题可以分为以下几个步骤：

1.结构离散

即将要分析的结构分割成有限个单元体，并在单元体的指定点设置节点，使

相邻单元的有关参数具有一定的连续性,并构成一个单元的集合体,以它代替原来的结构,并把弹性体边界的约束用位于弹性体边界上节点的约束去代替。

2.单元分析

即用固体力学理论研究单元的性质,从建立单元位移模式入手,导出计算单元的应变、应力、单元刚度矩阵和单元等效节点载荷向量的计算公式,讨论单元平衡条件,建立单元节点力与节点位移之间的关系。

(1) 建立单元位移模式

为了能用节点位移表示单元体的位移、应变和应力,在分析连续体问题时,必须对单元中位移的分布做出一定的假设,也就是假定位移是坐标的某种简单的函数,这种函数称为位移模式或插值函数。选择适当的位移模式是有限元分析的关键。通常选择多项式作为位移模式,其原因是多项式的数学运算比较方便,并且所有函数的局部都可以用多项式逼近。至于多项式的项数和阶次的选择则要考虑单元的自由度和解的收敛性要求。一般来说,多项式的项数应等于单元的自由度数,它的阶次应包含常数项和线性项等。

根据选定的位移模式,即可导出单元位移与节点位移的关系如下:

$$\{f\} = [N]\{\delta\}^e \quad (2-1)$$

式中 $\{f\}$ ——单元内任一点的位移列阵;

$\{\delta\}^e$ ——单元的节点位移列阵;

$[N]$ ——单元形态矩阵。

(2) 单元应变分析

由式(2-1)可导出结点位移表示的单元应变关系式:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}^e \quad (2-2)$$

式中 $\{\varepsilon\}$ ——单元内任一点的应变列阵;

$[B]$ ——单元几何矩阵, $[B] = [N]'$

(3) 单元应力分析

根据式(2-2)可导出应力与节点位移关系式:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}^e \quad (2-3)$$

式中 $\{\sigma\}$ ——单元内任一点的应力列阵;

$[D]$ ——与单元有关的弹性矩阵。

(4) 单元刚度矩阵与单元平衡方程

单元刚度矩阵 $[K]^e$ 为:

$$[K]^e = \iiint [B]^T [D] [B] dx dy dz \quad (2-4)$$

单元刚度矩阵是单元特性分析的核心内容。

根据最小势能原理,导出单元平衡方程为:

$$\{F\}^e = [K]^e \{\delta\}^e \quad (2-5)$$

式中 $\{F\}^e$ ——等效节点力。

3. 整体分析

即在单元分析的基础上，建立系统总势能计算公式，应用最小势能原理建立有限元基本方程，引入位移边界条件，求解弹性体的有限元方程，解出全部节点位移，最后逐个计算单元的应力。

(1) 建立整体有限元方程

这一过程包括两方面内容：一是将各个单元的刚度矩阵组合成整体刚度矩阵；二是将作用于各单元的等效节点力列阵组合成总的载荷列阵。

最常用的组合刚度矩阵的方法是直接刚度法，即要求所有相邻的单元在公共节点处的位移相等。推导可得有限元基本方程为：

$$\{F\} = [K]\{\delta\} \quad (2-6)$$

(2) 引入边界条件，求解未知节点位移、计算单元应力

由式 (2-6) 可求解出未知位移，再由式 (2-3) 可求解出各单元的应力。

2.1.3 影响有限元法分析精度的因素

有限元法分析的精度主要取决于单元尺寸 h 和插值函数（形函数）的次数 m ^[7]。具体分析如下：

1. 单元类型

不同单元类型的插值精度和计算规模不同。在结构静力分析中，常用的单元类型有：线单元、壳单元、实体单元（包括二维实体单元和三维实体单元）等。总的来讲，单元插值函数的次数越高，单元的形状越复杂，单元的适应能力就越强，计算精度也就越高，但耗费得时间也就越长。同时，对于结构形状比较复杂的构件，如果采用精度很高的单元类型，建立有限元模型时必须对原构件进行很多的简化，也使计算产生较大误差，从而得不偿失。所以，在选择单元类型的时候，用户应该综合考虑具体问题的物理性质、要达到的精度要求以及对计算的速度要求等因素，一个基本的原则是尽量采用维数较低的单元，即选择优先级从高到低依次为点、线、面、壳等。也可以对同一个零件采用不同的单元类型进行分析，通过比较结果的差异来获得更准确的结果^[8]。

2. 网格划分

网格划分非常重要，它将直接影响分析结果的正确性和经济性。一般来说，网格越细，计算精度就越高，但网格太细会占用大量的分析时间，造成资源浪费。同时太细的网格在复杂的结构中，常会引起划分不同网格时连接困难。使用者可以通过查看云图是否与物理现象一致来分析网格划分是否合理，也可以通过显示

节点的平均结果云图和单元结果云图来确定网格的划分是否合适^[8]。

3.舍入误差

舍入误差的来源主要有两个：一是求解总体刚度矩阵时，由于计算机的存储位数限制，造成运算中的舍入误差；二是对于复杂的构件，建立的有限元模型不能与原结构十分吻合造成的舍入误差。

2.2 有限元软件 ANSYS 简介

随着有限元分析技术的推广，各种有限元软件也随之开发出来，例如德国 ASKA、英国 PAFEC、法国 SYSTUS、美国 ABQUS、ADINA、ANSYS 和 BERSAFE 等公司均有成熟的产品。然而，经过市场的筛选，ANSYS 最终成为了市场占有率最高的有限元分析软件之一。

2.2.1 ANSYS 的功能及特点

ANSYS 不仅具有结构静力学分析、结构动力学分析、热分析、电磁场分析、流体动力学分析、声场分析、压电分析等基本功能，而且还具有优化设计、拓扑优化、子结构、子模型等高级应用功能^[9]。

尽管 ANSYS 功能强大、涉及范围广，但其友好的图形界面（GUI）及优秀的程序构架使其易于易用。通过 GUI 可以方便地交互访问程序的各种功能、命令、用户手册和参考材料，并一步一步地完成整个分析，同时 ANSYS 还提供了完整的在线帮助系统。

ANSYS 的特点可以概括为三个“强大”：强大的前处理能力、强大的加载求解能力和强大的后处理能力。另外，良好的开放性使得用户能够在 ANSYS 系统上进行二次开发和扩展新的功能^[10]。

(1) 强大的前处理能力：包括强大的几何建模能力、强大的网格划分能力、强大的参数设置功能和与 CAD 软件的无缝集成能力。

在几何建模上，ANSYS 不仅具有依次生产点、线、面和体的自底向上建模方式，还具有通过调用几何体素和采用布尔运算而生成几何模型的自顶向下建模方式。

进行网格划分时，ANSYS 主要有自由网格划分和映射网格划分两种方式。针对不同的几何体，ANSYS 还有拖拉生成网格、层网格划分、局部细化等方法。

此外，ANSYS 还开发了与著名的 CAD 软件（Pro/Engineer、Unigraphics、SolidEdge、SolidWorks 和 AutoCAD 等）数据接口，实现了双向数据交换。用户可以利用 CAD 软件进行几何建模，然后将模型传送到 ANSYS 中进行后续操作，

及时调整设计方案，有效地提高分析效率。

(2) 强大的加载求解能力：在 ANSYS 中，包括位移、力、温度在内的任何载荷均可以直接施加在任意几何实体或有限元实体上，载荷可以是具体数值，也可以是与时间或者坐标有关的任意函数。

求解时有多种求解器可供选择，可以采用直接求解法适用于大多数模型的波前求解器 (FRONTAL)；可以采用迭代求解法适用于分析结构谐波响应、多物理场等问题的雅可比共轭梯度法 (JGG)；还可以采用模态特征求解法适用于求解大规模对称特征值问题的子空间迭代法 (Subspace) 等。

(3) 强大的后处理能力：利用 ANSYS 可以获得任何节点、单元的数据。这些数据具有列表输出、图形显示、动画模拟等多种数据输出形式。

(4) 良好的开放性：ANSYS 为扩大自己的市场份额，满足用户的需求，在软件的功能、易用性等方面花费了大量的投资。然而用户的要求毕竟千差万别，只有给用户一个开放的环境，允许用户根据自己的实际情况对软件进行扩充，才能从根本上满足用户的需求。这个开放的环境允许用户自定义单元特性、材料本构 (结构本构、热本构、流体本构)、流场边界条件、结构断裂判据和裂纹扩展规律等。此外，ANSYS 的二次开发环境还可以满足不同类型用户的需求。

2.2.2 ANSYS 的基本组成

ANSYS 主要包括三个部分：前处理模块、分析计算模块和后处理模块^[9]。

(1) 前处理模块：提供了一个强大的实体建模及网格划分工具，用户可以方便地构造有限元模型。软件提供了 100 多种单元类型，用来模拟工程中的各种结构和材料。

(2) 分析计算模块：可以进行结构分析、流体动力学分析、电磁场分析、声场分析、压电分析以及多物理场的耦合分析，可以模拟多种物理介质的相互作用，具有灵敏度分析及优化分析能力。

(3) 后处理模块：包括通用后处理模块和时间历程后处理模块。通用后处理模块可以很容易获得求解过程的计算结果并对其进行显示，这些结果可以包括位移、温度、应力、应变、速度及热流等，输出形式可以有图形显示和列表两种。时间历程后处理模块用于检查在一个时间段或子步历程中的结果，如节点位移、应力或支反力，这些结果可以通过绘制曲线或列表查看^[10]。

2.3 JZH25 型均质机曲轴的断口分析

JZH25 型均质机的曲轴共有三个曲拐，每拐间相差 120° 。曲轴断裂常发生

于机器工作三、四个月後，断裂位置常在右曲拐与曲轴臂连接的左拐角处，如图 1-2 所示。

曲轴断面的宏观断口形貌如图 2-1 所示。

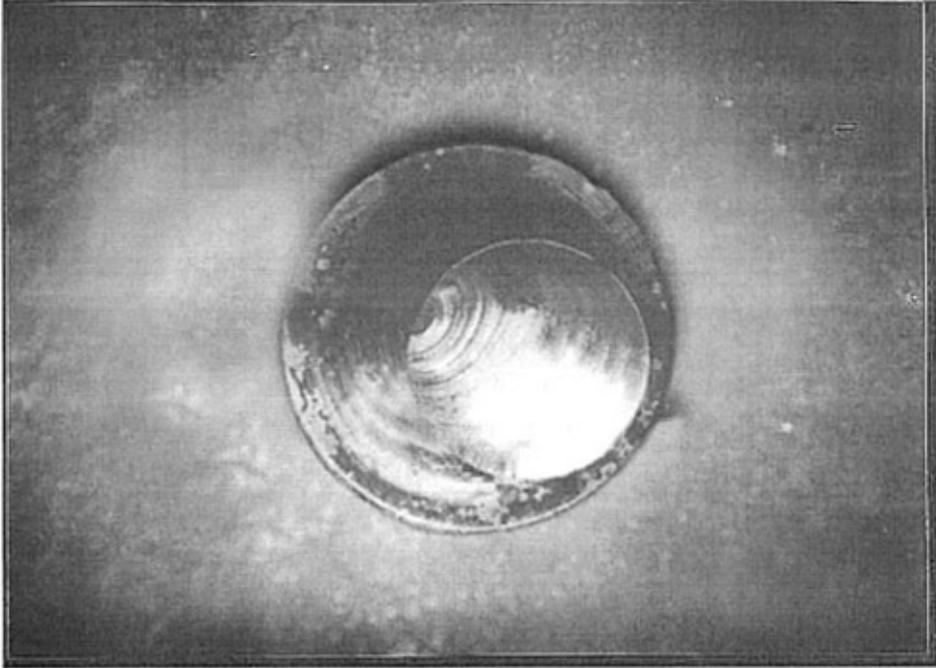


图 2-1 曲轴宏观断口形貌

由图 2-1 可见，断口上没有明显的宏观塑性变形，但可看到海滩状疲劳条纹。断口上可见疲劳裂纹源、疲劳裂纹扩展区和瞬断区三个区域。疲劳条纹呈半椭圆形，疲劳裂纹源产生于表面，疲劳条纹之间的宽度随远离疲劳裂纹源而逐渐加宽。从疲劳条纹的扩展特征可以看出，裂纹在两侧扩展较快，中间扩展较慢，说明疲劳裂纹源处存在应力集中现象^[11]。断口上瞬断区面积较小，疲劳裂纹扩展面面积较大。

由以上现象可初步判断曲轴断裂属于低载荷作用下，由于应力集中而产生的疲劳断裂^[12,13]，疲劳源位于曲拐与曲轴臂交接的过渡圆角处。

2.4 JZH25 型均质机曲轴的应力分析

2.4.1 曲轴危险工况的确定

JZH25 型均质机共有三个曲拐，两个支承，其结构简图如图 2-2 所示。

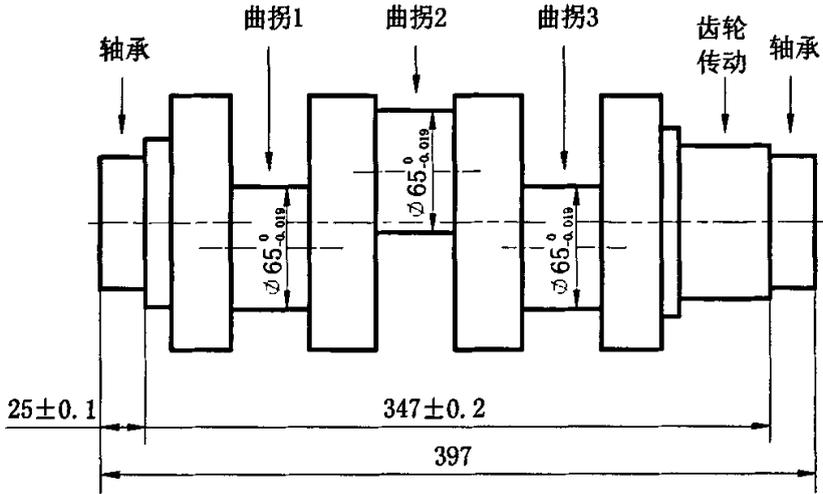


图 2-2 曲轴的结构简图

曲轴的右端靠近约束处安装有齿轮，由齿轮带动曲轴旋转。每个曲拐通过连杆与一柱塞相连，三个曲拐间均相差 120° 角，曲轴传动工作图如图 2-3 所示。

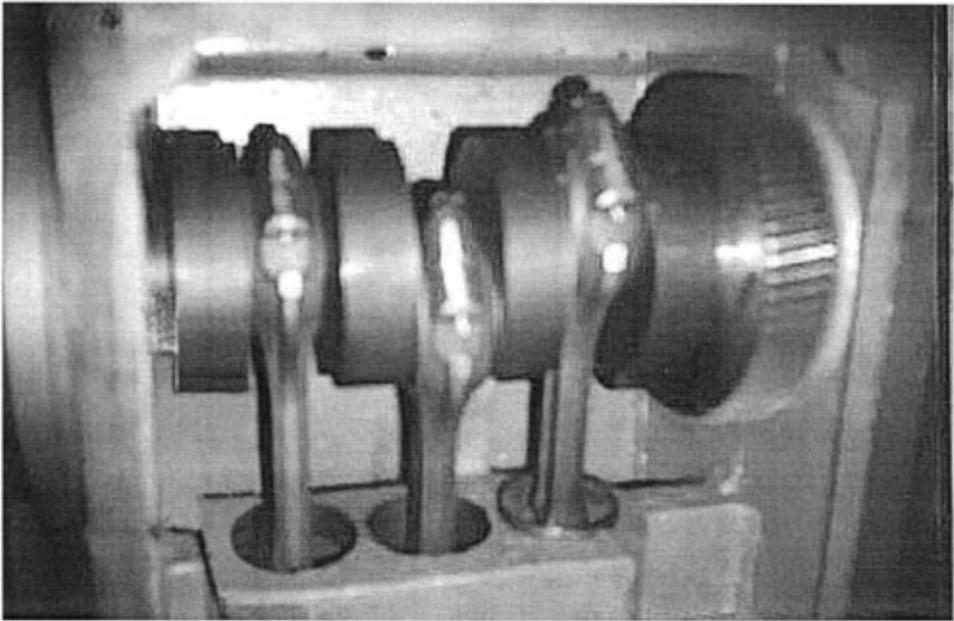


图 2-3 曲轴传动工作图

由图 2-3 可见，曲轴在运动过程中受到的主动力有：柱塞的推力，齿轮传动的圆周力、径向力。

曲轴运动的过程中，各曲拐在空间的位置不断发生变化，当曲拐通过连杆推动柱塞作功时，曲拐受到柱塞的推力；当曲拐通过连杆带动柱塞回抽时，曲拐不

受到柱塞的推力。设曲轴运动到图 2-2 所示位置为起始位置，则在曲轴转动一周过程中，三个曲拐在空间位置的变化过程如图 2-4 所示。

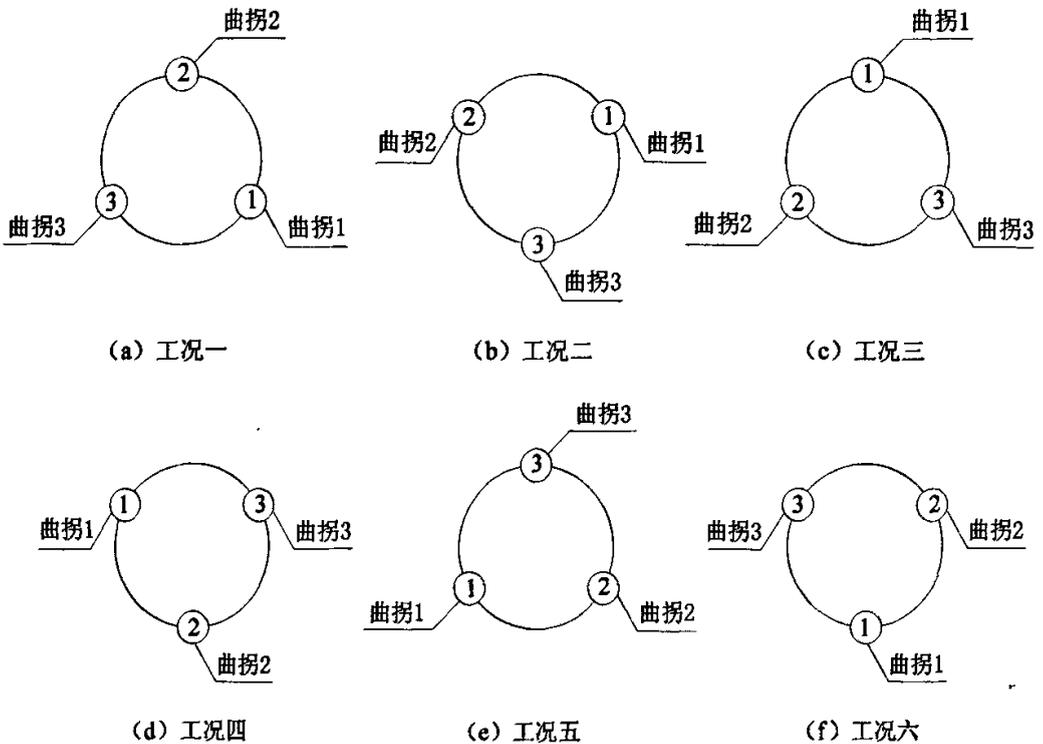


图 2-4 曲轴转动一周过程中三个曲拐的空间位置变化

图 2-4 中，将曲轴转动一周的过程分为六个工况，每个工况间相差 60° 角。工况一即为图 2-2 所示位置，曲拐 1 在后、曲拐 2 在上、曲拐 3 在前，逆时针转动 60° 后到了工况二，同理可以得到工况三、四、五、六。

在各个工况转换的过程中，有时是一个曲拐受到柱塞的推力，有时是两个曲拐受到柱塞的推力，具体见表 2-1。

表 2-1 曲轴在转动一周过程中三个曲拐受力情况表

工况	工况一 到	工况二 到	工况三 到	工况四 到	工况五 到	工况六 到
曲拐	工况二	工况三	工况四	工况五	工况六	工况一
曲拐 1	不受力	不受力	受力	受力	受力	不受力
曲拐 2	受力	受力	受力	不受力	不受力	不受力
曲拐 3	受力	不受力	不受力	不受力	受力	受力

由表 2-1 中可见，曲轴在转动一周的过程中，两个曲拐受力和一个曲拐受力的时间各占一半。结合图 2-3 曲轴传动工作图分析可知，曲轴在图 2-2 所示位置

即工况一为危险工况，此时曲拐 1 不受力，曲拐 2、3 受力。

2.4.2 曲轴危险工况的受力分析

1. 柱塞的推力

由前面分析可知，此工况位置曲拐 1 通过连杆带动柱塞回抽，不受柱塞推力。曲拐 2、3 通过连杆推动柱塞做功，受到柱塞推力。下面分别加以分析：

(1) 曲拐 2

曲拐 2 刚刚开始推动柱塞运动，柱塞受到液体总的压力为

$$F_q = q \cdot A \quad (2-7)$$

式中 q ——柱塞所受的压强，单位为 MPa；

A ——柱塞的横截面面积，单位为 mm^2 。

此力 F_q 通过连杆作用在曲拐 2 上，在接触处沿轴向均匀分布，沿径向呈余弦分布规律^[16]，如图 2-5 所示。

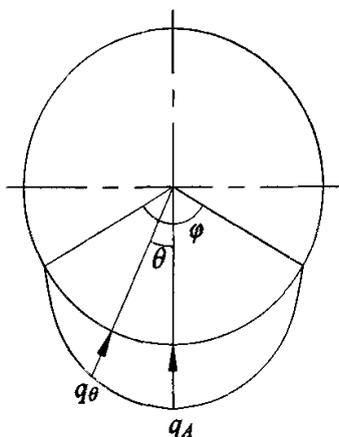


图 2-5 柱塞的推力沿曲拐 2 的径向分布规律图

图中
$$q_\theta = q_A \cos n\theta \quad (2-8)$$

式中 q_A ——径向最大载荷集度，单位为 MPa；

q_θ ——任意点上的径向载荷集度，单位为 MPa；

n ——待定系数。

图 2-5 中， φ 为曲拐轴颈与连杆轴瓦的接触角，其值与曲拐和轴瓦的刚度、它们之间的间隙以及润滑状况有关。接触角的选取对曲拐附近应力的计算结果影响较大，且 φ 取值越小，应力计算结果越大。一般情况下，接触角的取值范围是 $120^\circ \sim 180^\circ$ ^[16]。因为要检验曲轴的强度，这里考虑润滑和装配最差的情况，取 $\varphi = 120^\circ$ 。

当 $\theta = \frac{\varphi}{2} = 60^\circ$ 时, $q_\theta = 0$, 于是得到 $n = \frac{3}{2}$, 即

$$q_\theta = q_A \cos \frac{3}{2} \theta \quad (2-9)$$

设 r 为曲拐轴颈的半径, l 为曲拐轴颈受压部分的轴向长度, 则曲拐轴颈上所受总压力为

$$F_q = l \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} q_\theta \cdot \cos \theta \cdot r \cdot d\theta = l \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} q_A \cdot \cos \frac{3}{2} \theta \cdot \cos \theta \cdot r \cdot d\theta = \frac{6}{5} l r q_A$$

故
$$q_A = \frac{5F_q}{6lr}$$

代入式 (2-9) 得

$$q_\theta = \frac{5F_q}{6lr} \cos \frac{3}{2} \theta \quad (2-10)$$

对于 JZH25 型均质机, $q = 25\text{MPa}$, $A = 706.9\text{mm}^2$, $l = 30\text{mm}$, $r = 32.5\text{mm}$, 计算可得 $q_\theta = 15.1 \cos \frac{3}{2} \theta$.

(2) 曲拐 3

曲拐 3 推动柱塞运动的过程中, 柱塞所受的压力仍为 $F_q = q \cdot A$ 。但此时曲拐 3 转过 120° 角, 与柱塞不在同一条直线上, 曲柄连杆机构简化示意图如图 2-6 所示^[17,18]。

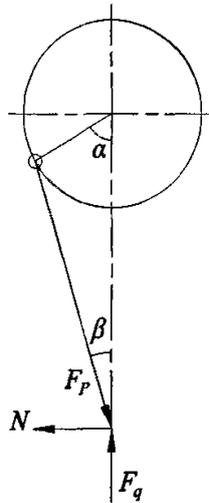


图 2-6 曲柄连杆机构受力图

图中可见

$$F_p = \frac{F_q}{\cos \beta} \quad (2-11)$$

此力 F_p 通过连杆作用在曲拐 3 的轴颈上, 在接触处沿轴向均匀分布, 沿径向呈余弦分布规律, 如图 2-7 所示。

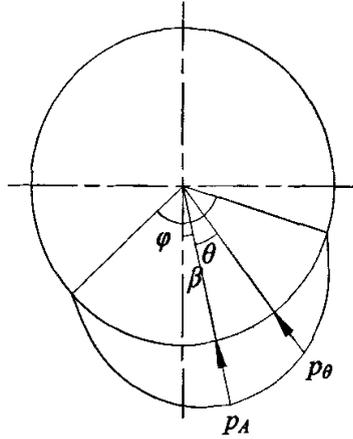


图 2-7 柱塞的推力沿拐 3 的径向分布规律图

图中 p_A ——径向最大载荷集度，单位为 MPa；
 p_θ ——任意点上的径向载荷集度，单位为 MPa。

同理可以得到

$$p_A = \frac{5F_p}{6lr} \quad (2-12)$$

$$p_\theta = \frac{5F_p}{6lr} \cos \frac{3}{2}\theta \quad (2-13)$$

对于 JZH25 型均质机，计算可得：

$$\beta = 6.38^\circ \quad F_p = 17781.6\text{N} \quad p_\theta = 15.2 \cos \frac{3}{2}\theta$$

2. 齿轮的作用力

齿轮在传动过程中受到圆周力 F_t 和径向力 F_r 的作用，如图 2-8 所示。

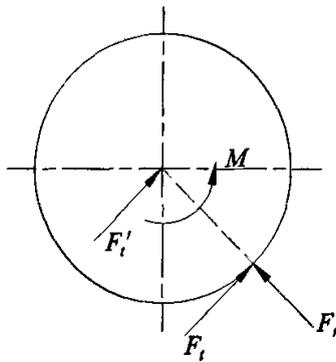


图 2-8 齿轮传动的受力图

由齿轮传动的计算公式^[22]得：

$$F_t = \frac{2M}{d} \quad (2-14)$$

$$F_r = F_t \tan \alpha \quad (2-15)$$

式中 M ——齿轮所受到的外力偶矩，单位为 $\text{N}\cdot\text{mm}$ ；

d ——齿轮的分度圆直径，单位为 mm ；

α ——齿轮的分度圆压力角。

对于 JZH25 型均质机，计算可得：

$$F_t = 5269\text{N} \quad F_r = 1917\text{N}$$

径向力直接作用在曲轴上，将圆周力平行移动到曲轴的轴线上，将产生一附加力偶 $M = 4.94 \times 10^5 \text{N}\cdot\text{mm}$ 。

2.4.3 曲轴有限元模型的建立

1. 材料特性

曲轴的材料是 QT600-2，其弹性模量 $E = 155\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu = 0.27$ ，密度 $\rho = 7300\text{kg}/\text{m}^3$ ，强度极限 $\sigma_b = 600\text{MPa}$ ^[25]。

2. 几何模型的建立

根据图纸中尺寸，用 Ansys8.0 软件对曲轴进行三维实体建模。采用自顶向下的建模方法，为避免有限元尺寸相差悬殊影响计算精度，对一些影响曲轴强度极微的小倒角、小圆角、键槽等结构作了简化处理^[8]。曲轴几何模型图如图 2-9 所示。

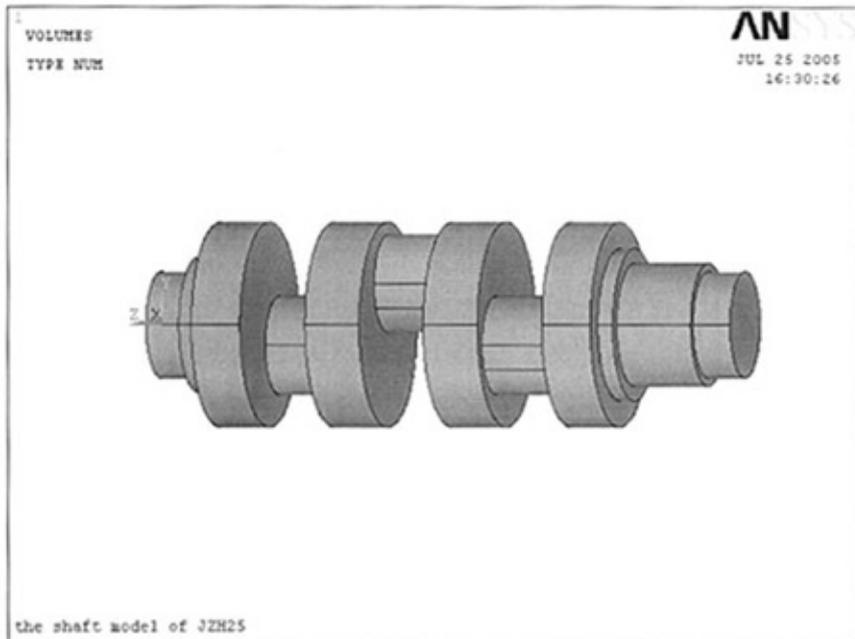


图 2-9 曲轴的几何模型

3. 网格的划分

由于曲轴的结构比较复杂, 如果采用高精度的六面体单元进行网格划分, 必须对曲轴的模型作很多的简化, 从而使计算产生较大的误差。本文选用 10 节点四面体单元 (SOLID92) 对曲轴的几何模型进行有限元网格划分。该单元有 10 个节点, 每个节点有三个自由度, 同时该单元具有二次形函数, 精度较高^[28,29]。划分网格后的曲轴模型共分为 48468 个节点, 32267 个单元, 如图 2-10 所示。

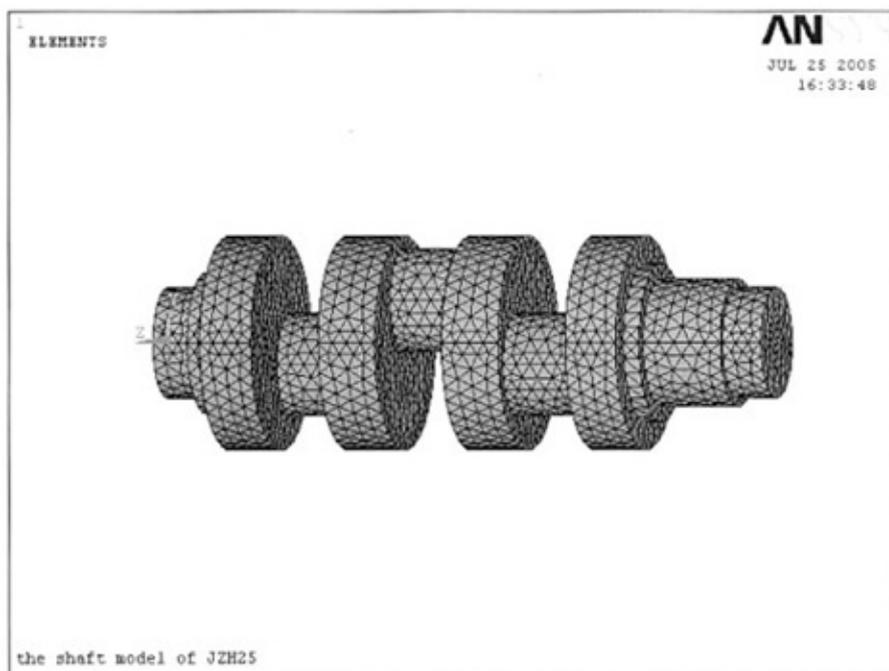


图 2-10 划分网格后的曲轴模型

4. 施加约束和载荷

(1) 施加约束

曲轴可简化为一端固定、一端滑动的简支梁结构, 在左轴承处施加 UX、UY 两个约束, 在右轴承处施加 UX、UY、UZ 三个约束^[30]。

(2) 施加载荷

在曲拐 2 和曲拐 3 下 120° 表面施加面载荷, 在齿轮安装处施加集中力和力偶, 数据如前所述。

2.4.4 曲轴危险工况的应力计算结果

ANSYS 软件有着强大的后处理功能, 它能把计算出的结果在原有模型上通过彩色云图显示出来, JZH25 型均质机曲轴危险工况的等效力云图如图 2-11

所示。

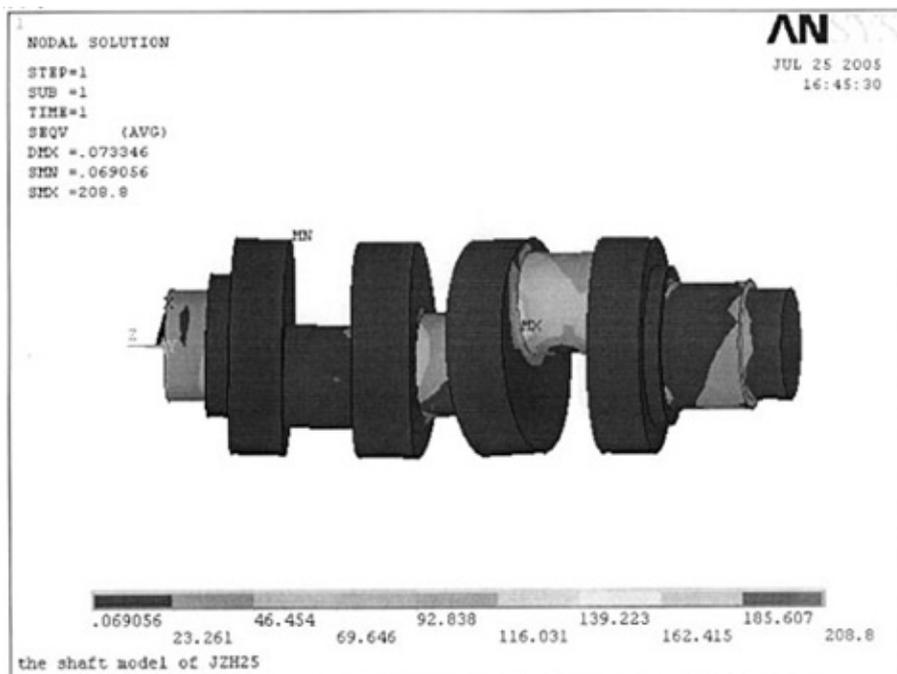


图 2-11 曲轴危险工况的等效应力云图

图中可见，曲轴的最大应力 $\sigma_{\max}=208.8\text{MPa}$ ，发生在曲拐 3 与曲轴臂连接的左拐角处，为曲轴断裂的危险点。

2.4.5 曲轴在惯性力作用下的应力计算

由于曲轴的结构形状比较复杂，各个曲拐的重心均不在曲轴的中心线上，在其旋转过程中将产生较大的惯性力，此惯性力会引起相应的应力。ANSYS 可以直接计算出惯性力引起的应力，而不必求出惯性力的大小^[30]。

在图 2-10 所示划分网格后的曲轴模型上施加约束和载荷，约束的施加与前面相同，施加载荷时只施加旋转角速度，其值为

$$\frac{145}{60} = 2.42\text{r/s}$$

计算可得，曲轴在惯性力作用下的等效应力云图如图 2-12 所示。

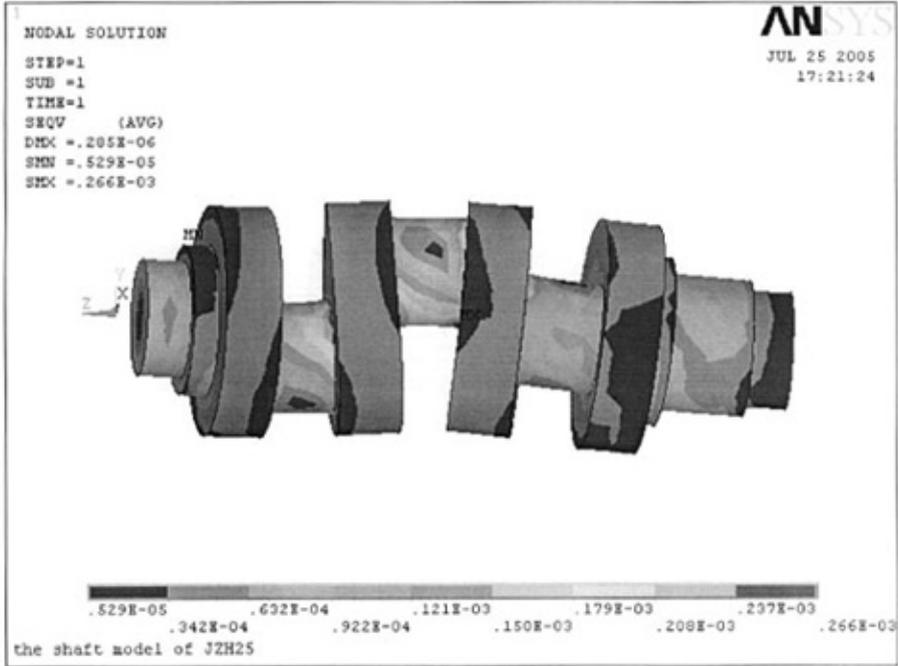


图 2-12 曲轴在惯性力作用下的等效应力云图

图中可见，由惯性力引起的最大应力仅为 $0.266 \times 10^{-3} \text{MPa}$ ，与图 2-11 中的最大应力 $\sigma_{\max} = 208.8 \text{MPa}$ 相比，可以忽略不计。这是因为曲轴的转速较低，曲拐的直径较小，因而产生的惯性力不大，在强度分析中可以不考虑此应力的影响。

2.5 JZH25 型均质机曲轴的强度分析

1. 静强度校核

由静强度安全系数的计算公式^[31]得

$$n = \frac{\sigma_b}{\sigma_{\max}} = \frac{600}{208.8} = 2.87 > [n] = 2.5$$

故静强度满足要求。

2. 疲劳强度校核

为校核曲轴的疲劳强度，还需找到危险点的应力最小值 σ_{\min} 。从曲轴的运动过程分析可知，当曲轴运动到工况五位置时，只有曲拐 1 受到柱塞的推力，危险点的应力最小。与分析危险工况一样，对工况五的曲轴进行受力分析、建立几何模型、划分网格、施加约束和载荷，得到曲轴在工况五时的等效应力云图，如图 2-13 所示。

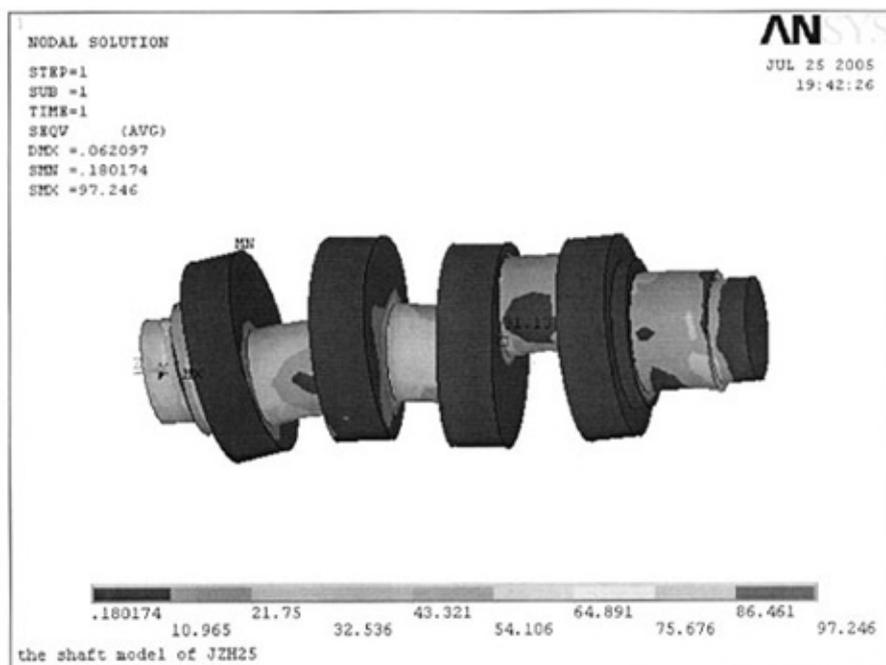


图 2-13 曲轴在工况五时的等效应力云图

图中可见，危险点的应力最小值 $\sigma_{\min}=31.13\text{MPa}$ ，由此可计算出应力幅 σ_a 和平均应力 σ_m 。

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = 88.8\text{MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 120.0\text{MPa}$$

由疲劳强度安全系数的计算公式^[31]得

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \quad (2-16)$$

式 (2-16) 中的各个参数可根据实际情况查取：

对称疲劳极限 $\sigma_{-1}=240\text{MPa}$ ；有效应力集中系数 $k_\sigma=1.65$ ；尺寸系数 $\varepsilon_\sigma=0.75$ ；表面质量系数 $\beta=0.93$ ；应力循环不对称敏感系数 $\psi_\sigma=0.30$ ^[31]。

将以上数据代入式 (2-16) 中，得 $n_\sigma=0.98 < [n_\sigma]=1.8$

根据以上分析，结合曲轴断口的形貌特征，可以判断曲轴的疲劳强度不满足要求，曲轴断裂属于低载荷作用下由于应力集中而产生的疲劳断裂。

2.6 本章小结

本章首先简单介绍了有限元的基础理论及有限元软件 ANSYS，并从曲轴的断裂位置和断口的宏观形貌初步分析了曲轴断裂原因，然后详细分析了曲轴的运动过程，确定了危险工况，并对危险工况进行了受力分析，最后用有限元法对曲轴进行了应力分析，确定了危险点，进行了静强度和疲劳强度校核，查明了曲轴断裂的原因属于低载荷作用下由于应力集中而产生的疲劳断裂。

第三章 JZH25 型均质机的改进设计

通过上一章的分析可以得出结论：JZH25 型均质机曲轴的断裂属于低载荷作用下由于应力集中而产生的疲劳断裂。为解决这一问题，本文提出了三个改进设计方案，并用评分评价法对三个方案进行评估，确定最佳改进设计方案，然后对该方案进行有限元分析，进行静强度和疲劳强度的校核，并与原方案进行比较，确认最佳改进设计方案的合理性。

3.1 JZH25 型均质机的改进设计方案

方案一：

(1) 将曲轴的材料由 QT600-2 改为 QT800-2，这样可使材料的强度极限提高到 800MPa，对称疲劳极限 σ_{-1} 提高到 320MPa^[25]。

(2) 将曲拐与曲轴臂连接的圆角半径由 R3 增加到 R6。

(3) 采用磨削方法使曲拐轴颈表面粗糙度由 Ra0.8 降低到 Ra0.2，并进行滚压强化处理。

方案二：

(1) 曲轴的材料不变，将曲轴的各个径向尺寸增加 10mm，曲拐的轴颈由 $\Phi 65\text{mm}$ 增加为 $\Phi 75\text{mm}$ 。

(2) 将曲拐与曲轴臂连接的圆角半径由 R3 增加到 R6。

(3) 采用磨削方法使曲拐轴颈表明粗糙度由 Ra0.8 降低到 Ra0.2，并采用滚压强化处理。

(4) 此方案涉及到一些相关零件如齿轮、连杆、箱体、轴承的改进设计和选择。

方案三：

JZH 系列均质机的绝大多数传动方式为一级传动，曲轴运转平稳，动力损失小，噪声低，但 JZH25 型均质机的传动方式却为两级传动。工程技术人员设计的初衷是采用两级传动可以选择高速电机，从而可以降低产品成本，但同时也增加了齿轮传动，产品生产出来以后测算成本与一级传动基本持平。为使 JZH 系列均质机的传动方式统一化，可作如下改进：

(1) 将原来的二级传动改为一级传动，即由电动机经 V 带传动降速后直接

驱动曲轴转动。

(2) 为避免整机结构尺寸改动过于复杂，仍将曲轴的材料改为 QT800-2，同时将曲拐与曲轴臂连接的圆角半径由 R3 增加到 R6，采用磨削方法使曲拐轴颈表明粗糙度由 Ra0.8 降低到 Ra0.2，并采用滚压强化处理。

(3) 将齿轮传动去掉，同时此方案也涉及到 V 带传动的改进设计和电机的选择。

3.2 JZH25 型均质机改进设计方案的选择

三个改进方案都可以解决曲轴断裂问题，为确定最佳改进设计方案就要进行方案评价。设计中用于方案评价的方法很多，最常用的有评分评价法、技术经济评价法、模糊评价法和最优化评价法^[5]。本文采用评分评价法对 JZH25 型均质机的三个改进设计方案进行了评价。

3.2.1 评分评价法简介^[3]

评分法是用分值作为衡量方案优劣的尺度，对方案进行定量评价的方法。如果有多个评价目标则先分别对各目标进行评分，再经处理求得方案的总分。

评分可用 10 分制或 5 分制对方案进行打分，如果方案为理想状态取最高分，不能用则取 0 分，评分标准见表 3-1。

表 3-1 评分评价法的评分标准

10 分制	不能用	缺陷多	较差	勉强可用	可用	基本满意	良	好	很好	超目标	理想
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5 分制	不能用		勉强可用		可用		良好		很好		理想
	0		1		2		3		4		5

为减少个人主观因素对评分的影响，一般都采用集体评分法，即由几个评分者以评价目标为序对各个方案进行评分，取平均值或除去最大值、最小值后的平均值作为方案的分值。

对于多评价目标的方案其总分可用分值相加法、分值连乘法或加权记分法等方法进行计算。其中加权记分法在总分计算中由于综合考虑了各评价目标的分值及其加权系数的影响，使总分计算更趋合理，应用也最为广泛。本次 JZH25 型均质机改进设计方案的选择采用加权记分法。

3.2.2 加权记分法的评分步骤^[3]

1. 确定评价目标

根据设计方案的实际情况和具体要求确定评价目标。一般来讲一个设计方案的评价目标有多个，这若干个评价目标组成一个评价目标系统。整个设计评价目标系统可视为一个集合，评价目标集合可表示为 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ 。

2. 确定各评价目标的加权系数

根据各评价目标对设计方案的重要程度确定其加权系数，设第 i 个评价目标的加权系数为 g_i ，则 $g_i \leq 1$ ， $\sum g_i = 1$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ，各评价目标的加权系数矩阵为 $G = [g_1, g_2, \dots, g_n]$ 。

3. 确定评分制

采用 10 分制或 5 分制，列出评分标准。

4. 对各评价目标评分

用矩阵形式列出 m 个方案 n 个评价目标的评分值矩阵。

$$W = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_j \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1j} & \cdots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \cdots & \omega_{2j} & \cdots & \omega_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \omega_{j1} & \omega_{j2} & \cdots & \omega_{jj} & \cdots & \omega_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \omega_{m1} & \omega_{m2} & \cdots & \omega_{mj} & \cdots & \omega_{mn} \end{bmatrix}$$

5. 设计 m 个方案 n 个评价目标的加权分值矩阵

$$R = WG^T = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1j} & \cdots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \cdots & \omega_{2j} & \cdots & \omega_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \omega_{j1} & \omega_{j2} & \cdots & \omega_{jj} & \cdots & \omega_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \omega_{m1} & \omega_{m2} & \cdots & \omega_{mj} & \cdots & \omega_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_j \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_j \\ \vdots \\ R_m \end{bmatrix}$$

其中第 j 个加权方案的加权总分为

$$R_j = WG_j^T = \omega_{j1}g_1 + \omega_{j2}g_2 + \cdots + \omega_{jn}g_n$$

6. 评选最佳方案

比较各方案的加权总分值， R_j 的数值越大，表示此方案的综合性能越好，故 R_j 值最大者为最佳方案。

3.2.3 JZH25 型均质机改进设计方案的选择

1. 根据设计要求建立评价目标树

分析可知，对 JZH25 型均质机改进设计方案的要求主要包括机器性能、外观、成本等方面的内容，其中机器性能又包括改进设计后曲轴的强度、刚度、加工工艺性、整机结构改动复杂性、系列产品传动方式统一性及客户认可度等方面内容。据此可以建立评价目标树如图 3-1 所示。

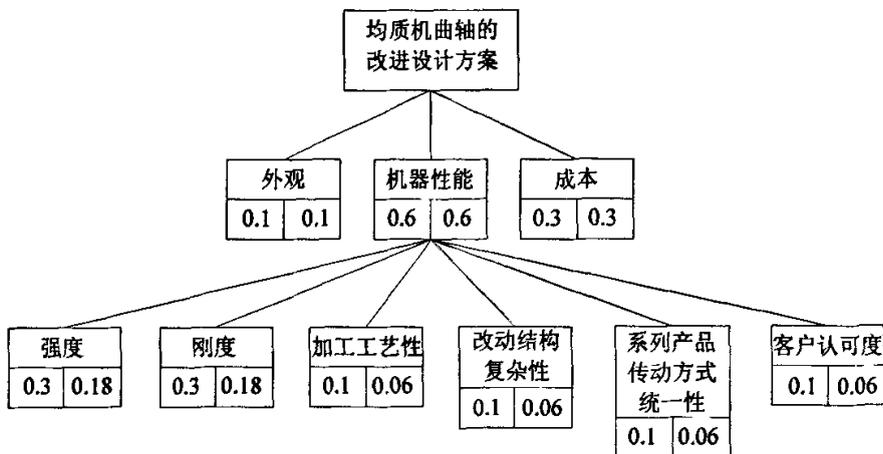


图 3-1 JZH25 型均质机改进设计方案的评价目标树

2. 计算各方案的总分并确定最佳改进设计方案

(1) 确定评价目标

由上面的分析建立评价目标矩阵为

$$Z=[z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5 \ z_6 \ z_7 \ z_8]$$

= [强度，刚度，加工工艺性，结构改动复杂性，系列产品传动统一性，客户认可度，外观，成本]

(2) 确定各评价目标加权系数

各评价目标的加权系数矩阵为

$$G=[g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4 \ g_5 \ g_6 \ g_7 \ g_8]$$

$$=[0.18 \ 0.18 \ 0.06 \ 0.06 \ 0.06 \ 0.06 \ 0.1 \ 0.3]$$

(3) 确定记分制及标准

本次 JZH25 型均质机改进设计方案的选择采用 10 分制，评分标准见表 3-2。

表 3-2 JZH25 型均质机曲轴改进设计方案的评分标准

不能用	缺陷多	较差	勉强可用	可用	基本满意	良	好	很好	超目标	理想
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

(4) 对各评价目标评分，写出评价目标评分值矩阵

本次评分采用集体评分法，作者找了八位专家对 JZH25 型均质机改进设计

方案的各评价目标进行评分。这八位专家中有两位来自华北航天工业学院，有两位来自廊坊职业技术学院，有四位来自原企业，全部具有副高级以上职称。对三个方案中每一个评价目标的分数，作者采用除去最大值、最小值后的平均值作为该方案中评价目标的分值。三个改进设计方案的各评价目标评分结果见表 3-3。

表 3-3 JZH25 型均质机三个改进设计方案的
各评价目标评分结果

评价目标 方案	强度	刚度	加工 工艺性	结构 改动 复杂性	系列产 品传动 统一性	客户 认可度	外观	成本
一	8.6	9.2	8.1	9.4	3.1	5.2	7.2	7.1
二	8.4	9.1	8.2	4.5	3.2	4.3	4.5	8.8
三	9.1	9.2	8.6	6.6	9.5	8.8	8.6	8.5

由表 3-3 可以列出三个改进方案八个评价目标的评分值矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.6 & 9.2 & 8.1 & 9.4 & 3.1 & 5.2 & 7.2 & 7.1 \\ 8.4 & 9.1 & 8.2 & 4.5 & 3.2 & 4.3 & 4.5 & 8.8 \\ 9.1 & 9.2 & 8.6 & 6.6 & 9.5 & 8.8 & 8.6 & 8.5 \end{bmatrix}$$

(5) 计算各方案分值

三个改进方案八个评价目标的加权分值矩阵为

$$R = WG^T = \begin{bmatrix} 8.6 & 9.2 & 8.1 & 9.4 & 3.1 & 5.2 & 7.2 & 7.1 \\ 8.4 & 9.1 & 8.2 & 4.5 & 3.2 & 4.3 & 4.5 & 8.8 \\ 9.1 & 9.2 & 8.6 & 6.6 & 9.5 & 8.8 & 8.6 & 8.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.18 \\ 0.06 \\ 0.06 \\ 0.06 \\ 0.06 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.60 \\ 7.45 \\ 8.71 \end{bmatrix}$$

(6) 评选最佳改进设计方案

由上面分析可得，三个方案的加权总分为

$$R^T = [R_1 \ R_2 \ R_3] = [7.60 \ 7.45 \ 8.71]$$

即 $R_3 > R_1 > R_2$ ，方案三为最佳改进设计方案。

3.3 JZH25 型均质机最佳改进方案相关零件的改进设计

3.3.1 JZH25 型均质机曲轴的改进设计

最佳改进设计方案中将 JZH25 型均质机的二级传动形式改为一级传动，即由电动机经 V 带传动降速后直接驱动曲轴转动，这样减少了一级齿轮传动，使曲轴的运转更加平稳，降低了动力损失和噪声^[33]。但同时需将原曲轴作相应的改进设计，右轴承的左边去掉了齿轮传动、右边增加了 V 带传动，改进设计后的曲轴如图 3-2 所示。

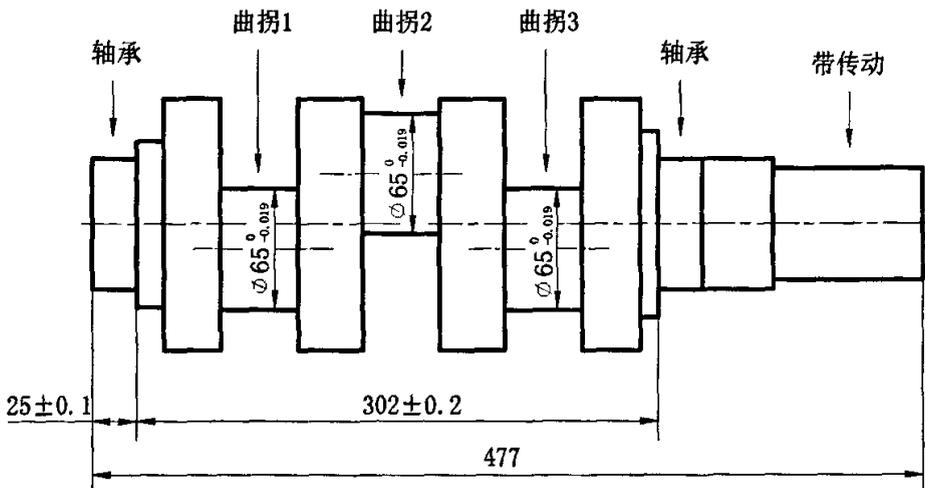


图 3-2 改进设计后的曲轴

与改进设计前相比，曲轴的径向尺寸没有发生变化，由于去掉了齿轮传动，使得两轴承间的轴向尺寸减少了 45mm，但因为增加了带传动使得曲轴的总长增加了 80mm。

3.3.2 JZH25 型均质机 V 带传动的改进设计^[22,23]

最佳改进设计方案中将 JZH25 型均质机的二级传动形式改为一级传动，而曲轴的转速保持不变，这就必须重新选择电机并设计 V 带传动。

理论分析和计算可得，JZH25 型均质机最佳改进设计方案选择电机型号为 YZ-160L-8，其额定功率仍为 7.5kW，满载转速 $n_1=720\text{r/min}$ ，曲轴的工作转速 $n_2=145\text{r/min}$ ，由整机结构分析得中心距在 1.1m 左右，两班制工作。按此要求重新设计 V 带传动如下：

1. 确定计算功率及 V 带型号

设 P 为传动的理论功率（即电机的额定功率）， K_A 为工作情况系数，则计算

功率

$$P_c = K_A P = 7.5 \times 1.2 = 9 \text{ kW}$$

根据计算功率 P_c 和小带轮的转速 $n_1 = 720 \text{ r/min}$ 选择 V 带型号为 B 型。

2. 确定带轮直径, 验算带速

根据 V 带型号查表确定小带轮的节径 $dp_1 = 140 \text{ mm}$, 则大带轮的节径

$$dp_2 = \frac{n_1}{n_2} dp_1 (1 - \varepsilon) = \frac{720}{145} \times 140 \times (1 - 0.02) = 681.3 \text{ mm}$$

查表可确定大带轮的节径 $dp_2 = 710 \text{ mm}$ 。

$$\text{带速} \quad v = \frac{\pi dp_1 n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 140 \times 720}{60 \times 1000} = 5.27 \text{ m/s}$$

v 在 $5 \sim 25 \text{ m/s}$ 范围内, 所以带速满足要求。

3. 确定中心距和带长

根据初定中心距 $a_0 = 1100 \text{ mm}$, 求得 V 带的节线长度为

$$\begin{aligned} L_{p0} &= 2a_0 + \frac{\pi}{2}(dp_1 + dp_2) + \frac{(dp_2 - dp_1)^2}{4a_0} \\ &= 2 \times 1100 + \frac{\pi}{2}(140 + 710) + \frac{(710 - 140)^2}{4 \times 1100} = 3609 \text{ mm} \end{aligned}$$

按国家标准选用节线长度 $L_p = 3590 \text{ mm}$ 。再计算实际中心距

$$a = a_0 + \frac{L_p - L_{p0}}{2} = 1100 + \frac{3590 - 3609}{2} = 1090 \text{ mm}$$

4. 验算小带轮包角

$$\alpha_1 = 180^\circ - \frac{dp_2 - dp_1}{a} \times 57.3^\circ = 180^\circ - \frac{710 - 140}{1090} \times 57.3^\circ = 150^\circ$$

因为 $\alpha_1 > 120^\circ$, 故满足要求。

5. 确定 V 带根数 z

根据 V 带的型号为 B 型、小带轮的节径为 $dp_1 = 140 \text{ mm}$ 、带速 $v = 5.27 \text{ m/s}$ 查表按插值法计算得, 单根 V 带在特定条件下 (载荷平稳、传动比等于 1、V 带的强力层材质为化学纤维、V 带的寿命为 3500~5000 小时等条件) 所能传递的功率 $P_0 = 1.65 \text{ kW}$ 。

因为 V 带传动的实际条件与上述特定条件不同, 故应对 P_0 值加以修正。修正后得到实际条件下, 单根 V 带所能传递的功率 $[P_0]$:

$$[P_0] = (P_0 + \Delta P_0) K_\alpha K_L K_q \quad (3-1)$$

$$\Delta P_0 = K_b K_i n_1 \quad (3-2)$$

式中 ΔP_0 ——功率增量, 单位为 kW;

K_b ——弯曲影响系数, 取 $K_b = 2.65 \times 10^{-3}$;

K_f ——传动比系数, 取 $K_f=0.123$;

K_α ——包角系数, 取 $K_\alpha=0.62$;

K_L ——长度系数, 取 $K_L=1.1$;

K_q ——带材质系数, 取 $K_q=1$ 。

将上述系数代入式 (3-1)、(3-2) 中计算可得:

功率增量 $\Delta P_0=0.231\text{kW}$, 实际条件下单根 V 带所能传递的功率 $[P_0]=1.9\text{kW}$ 。据此可求得带的根数

$$z = \frac{P_c}{[P_0]} = \frac{9}{1.9} = 4.73 \text{ 根}$$

取 $z=5$ 根。所选 V 带的规格为 B-3590×5 GB1171-74

6. 求作用在带轮轴上的力 F_Q

普通 B 型 V 带单位长度上的重量为 $q=0.17\text{kg/m}$, 计算可得单根 V 带所需的初拉力为

$$F_0 = \frac{500P_c}{zv} \left(\frac{2.5}{K_\alpha} - 1 \right) + qv^2 = \frac{500 \times 9}{5 \times 5.27} \left(\frac{2.5}{0.92} - 1 \right) + 0.17 \times 5.27^2 = 298\text{N}$$

带传动作用在轴上的力如图 3-3 所示, 其值为

$$F_Q = 2zF_0 \sin \frac{\alpha_1}{2} = 2 \times 5 \times 298 \sin \frac{150^\circ}{2} = 2878.5\text{N}$$

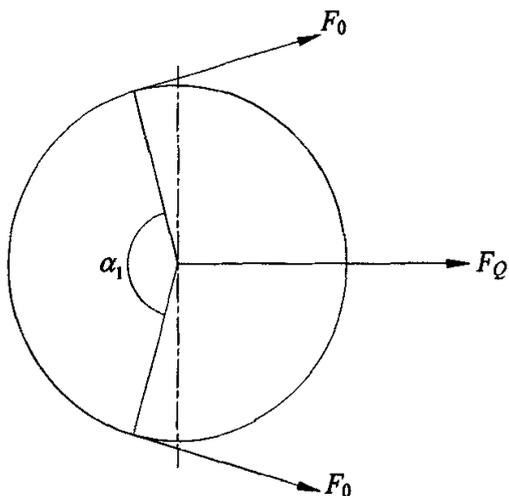


图 3-3 带传动作用在轴上的力

7. 确定带轮的结构尺寸

小带轮: 节径 $dp_1=140\text{mm}$, 孔径为 $\Phi 42\text{mm}$, 选用实心轮, 其结构尺寸与原设计相同。

大带轮: 节径 $dp_2=710\text{mm}$, 孔径为 $\Phi 60\text{mm}$, 选用椭圆轮辐结构, 其结构

尺寸可参考有关机械设计手册，这里不再赘述。

3.4 JZH25 型均质机改进设计后曲轴的强度校核

3.4.1 改进设计后曲轴的受力分析

与改进设计前一样，曲轴在转动一周的过程中仍可分为六个工况，其中工况一为其危险工况，曲轴受力有：

(1) 曲拐 2、曲拐 3 受到柱塞的推力，其大小和方向与改进设计前相同。曲拐 1 不受力。

(2) 带传动作用在轴上的力已在前面计算得出，除此之外还应考虑带轮的重力，计算可得其值约为 880N。

(3) 带传动作用在轴上的力偶矩，其值为

$$M = 9549 \frac{P}{n} = 9549 \times \frac{7.5}{145} = 494 \text{N} \cdot \text{m}$$

3.4.2 改进设计后曲轴危险工况的有限元应力计算

1. 材料特性

曲轴的材料是 QT800-2，其弹性模量 $E=155\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu=0.27$ ，密度 $\rho=7300\text{kg/m}^3$ ，强度极限 $\sigma_b=800\text{MPa}$ ^[25]。

2. 建立几何模型并划分网格

曲轴的几何模型如图 3-4 所示。划分网格后的曲轴模型如图 3-5 所示，共分为 50497 个节点，33547 个单元。

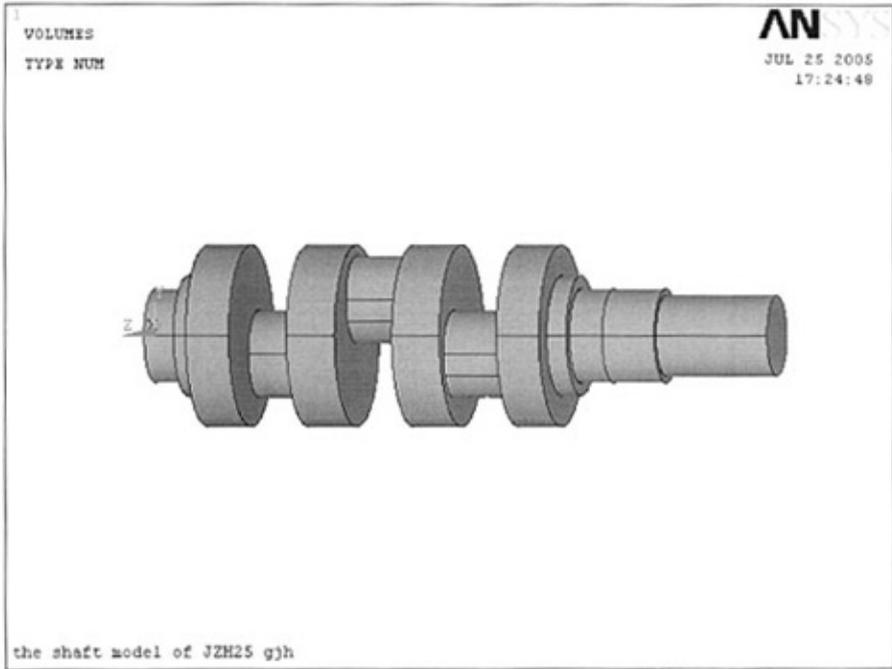


图 3-4 改进设计后曲轴的几何模型

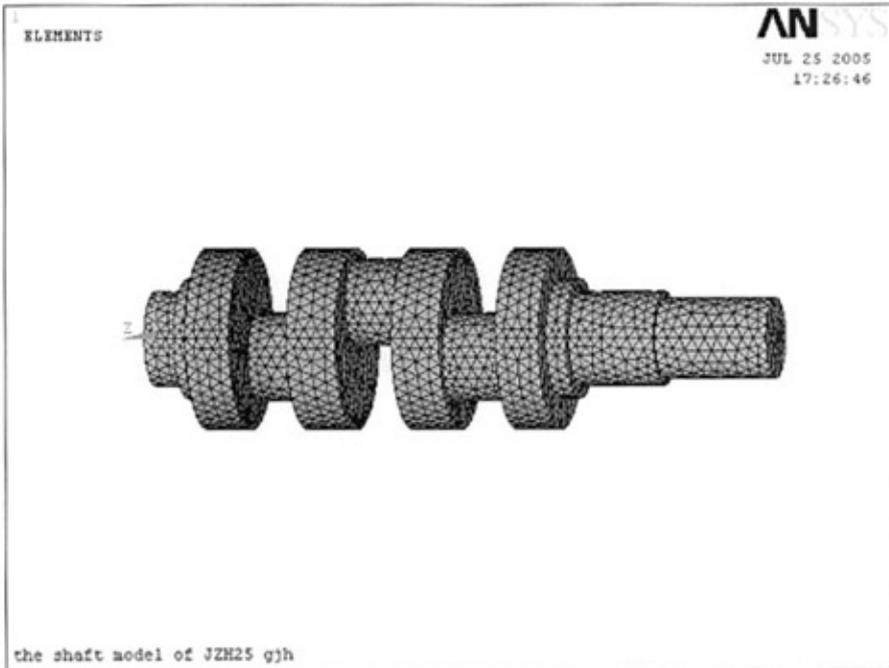


图 3-5 划分网格后的曲轴改进设计模型

3. 施加约束和载荷

曲轴可简化为一端固定、一端滑动的外伸梁结构，在左轴承处施加 UX、UY 两个约束，在右轴承处施加 UX、UY、UZ 三个约束。

在曲拐 2 和曲拐 3 下 120° 表面施加面载荷，在带轮安装处施加集中力和力偶，数据如前所述。

4. 计算结果

改进设计后曲轴危险工况的等效应力云图如图 3-6 所示。

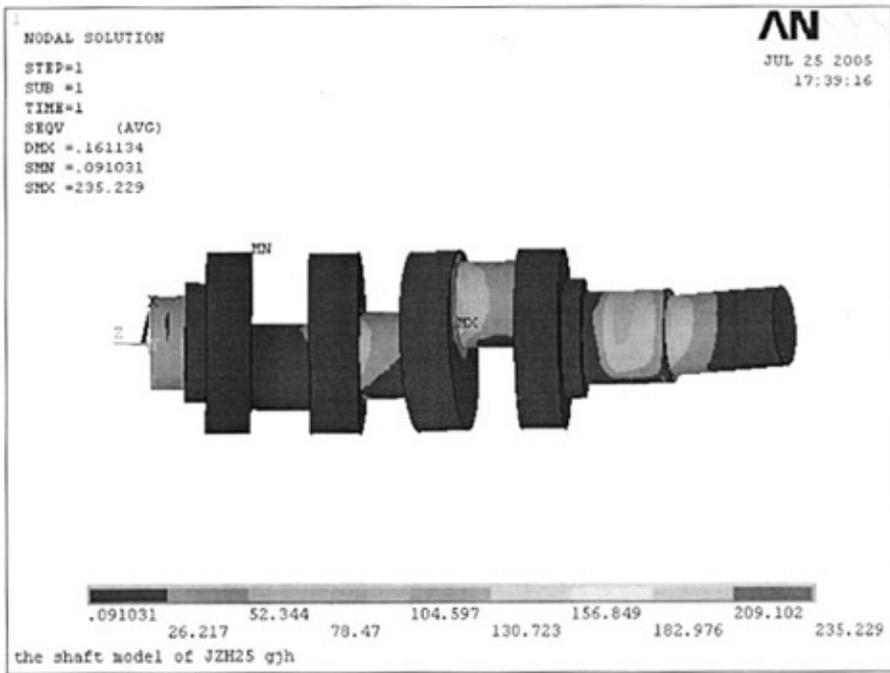


图 3-6 改进设计后曲轴危险工况的等效应力云图

图中可见，曲轴的最大应力 $\sigma_{\max}=235.229\text{MPa}$ ，发生在曲拐 3 与曲轴臂连接的左拐角处，为曲轴断裂的危险点。

3.4.3 改进设计后曲轴在惯性力作用下的应力计算

在图 3-5 所示曲轴的改进设计模型上施加约束和载荷，约束的施加与前面相同，施加载荷时只施加旋转角速度 2.42r/s 。计算可得改进设计后曲轴在惯性力作用下的等效应力云图如图 3-7 所示。

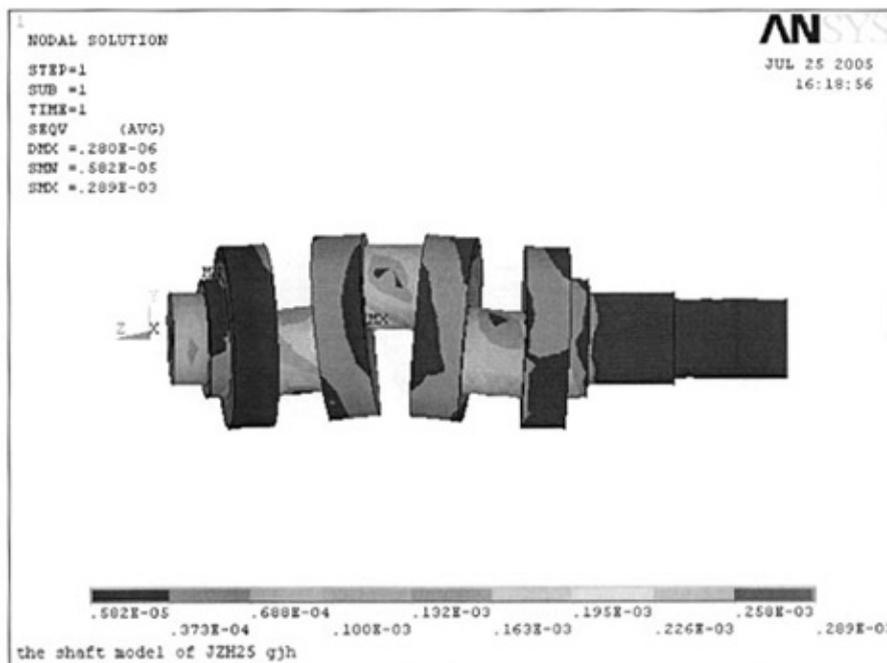


图 3-7 改进设计后的曲轴在惯性力作用下的等效应力云图

图中可见，由惯性力引起的最大应力仅为 $0.289 \times 10^{-3} \text{ MPa}$ ，与图 3-6 中的最大应力 $\sigma_{\max} = 235.229 \text{ MPa}$ 相比可以忽略不计，在强度校核中可以不考虑此应力的影响。

3.4.4 改进设计后曲轴的强度校核

1. 静强度校核

由静强度安全系数的计算公式^[31]得

$$n = \frac{\sigma_b}{\sigma_{\max}} = \frac{800}{235.2} = 3.4 > [n] = 2.5$$

故静强度满足要求。

2. 疲劳强度校核

为校核曲轴的疲劳强度，还需找到危险点的应力最小值 σ_{\min} 。从曲轴的运动过程分析可知，当曲轴运动到工况五位置时，只有曲拐 1 受到柱塞的推力，危险点的应力最小。与分析危险工况时的应力一样，可以得到曲轴在工况五时的等效应力云图，如图 3-8 所示。

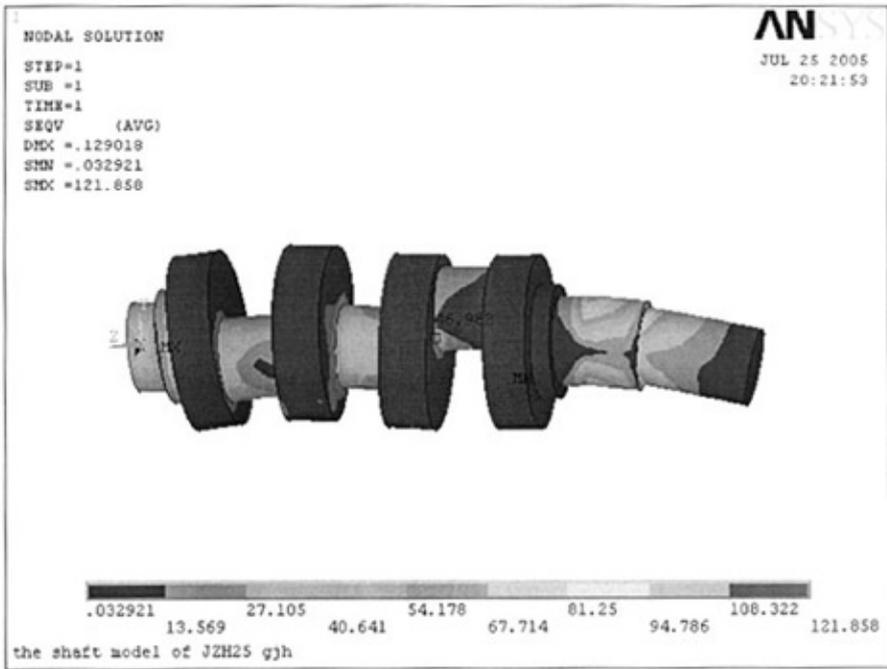


图 3-8 改进设计后的曲轴在工况五时的等效应力云图

图中可见，危险点的应力最小值 $\sigma_{\min}=46.982\text{MPa}$ ，由此可计算出应力幅 σ_a 和平均应力 σ_m 。

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = 94.1\text{MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 141.1\text{MPa}$$

由疲劳强度安全系数的计算公式^[31]得

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \quad (3-3)$$

式 (3-3) 中的各个参数与改进设计前相比具有如下变化：

(1) 因为曲轴的材料由 QT600-2 改为 QT800-2，使得对称疲劳极限提高到 $\sigma_{-1}=320\text{MPa}$ ^[25]；

(2) 因为曲拐与曲轴连接的圆角半径由 R3 增加到 R6，使得有效应力集中系数降低为 $k_\sigma=1.4$ ^[31]；

(3) 采用磨削方法使曲拐轴颈表面粗糙度由 Ra0.8 降低到 Ra0.2，并采用滚压强化处理，使得表面质量系数提高到 $\beta=1.4$ ^[31]。

尺寸系数和应力循环不对称敏感系数不变，仍为 $\varepsilon_\sigma=0.75$ ， $\psi_\sigma=0.30$ 。

将以上数据代入式 (3-3) 中, 得 $n_{\sigma}=1.91>[n_{\sigma}]=1.8$, 说明改进后的曲轴疲劳强度已经满足要求。

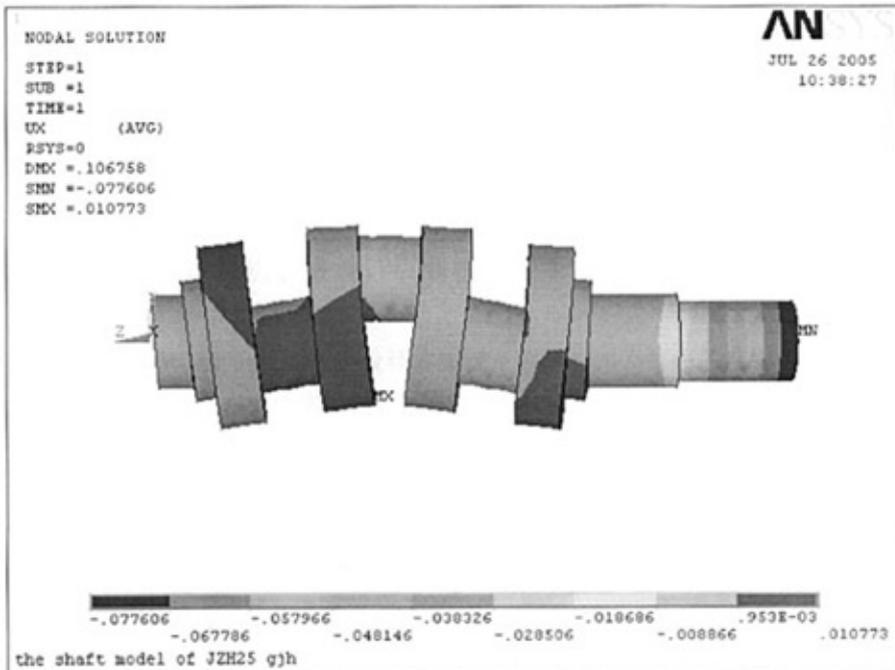
3.改进设计前后曲轴强度的比较

通过前面计算分析可得, 改进设计前曲轴的静强度安全系数为 $n=2.87$, 疲劳强度安全系数 $n_{\sigma}=0.98$, 静强度能够满足要求, 疲劳强度不能满足要求; 改进设计后曲轴的静强度安全系数为 $n=3.4$, 疲劳强度安全系数 $n_{\sigma}=1.91$, 静强度和疲劳强度均能满足要求。可见改进设计后曲轴的强度较改进设计前有了明显的提高。

3.5 JZH25 型均质机改进设计后曲轴的刚度分析

从前面的分析可知, 改进设计后曲轴的长度比改进设计前增加了 80mm, 且由原来的简支梁变为外伸梁, 这样可能会导致其刚度下降, 为此作者用 ANSYS 软件对改进设计后的曲轴进行了刚度分析。

分析可知, 当曲轴转动到工况一位置时将产生最大的变形。作者对此工况的变形做了有限元分析, 其建模、划分网格、施加约束和载荷均与分析危险工况时的应力相同, 计算结果如图 3-9、3-10 所示。



3-9 改进设计后的曲轴在 x 方向的变形图

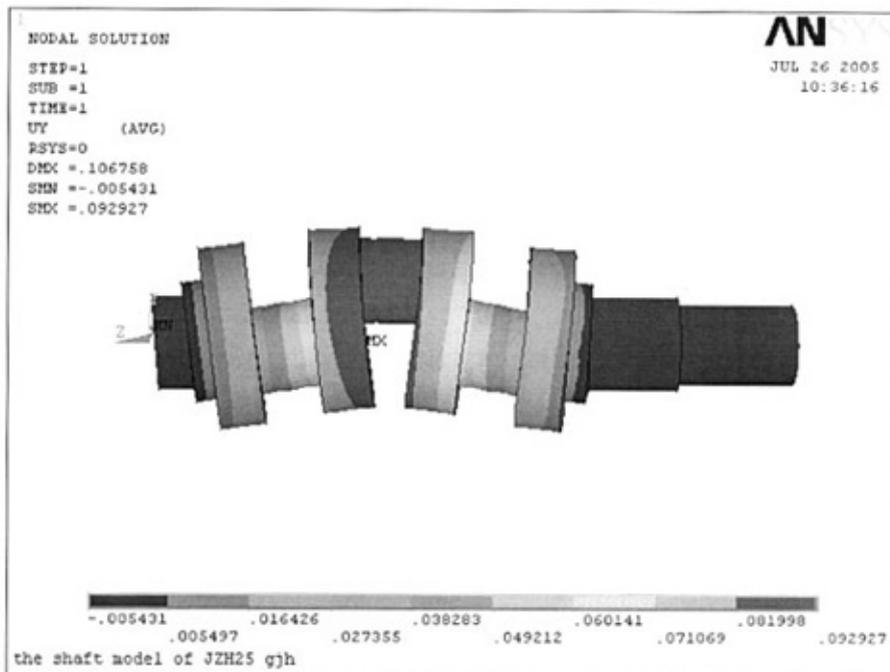


图 3-10 改进设计后的曲轴在 y 方向的变形图

图中可见，改进设计后的曲轴在 x 方向的最大挠度产生在曲轴的自由端，其绝对值为 0.0776mm，改进设计后的曲轴在 y 方向的最大挠度产生在曲拐 2 处，其绝对值为 0.0929mm。

曲轴的许可挠度 $[y]=0.0004L^{[33]}$ ，L 为曲轴两支承点之间的距离。计算可得 $[y]=0.15\text{mm}$ ，最大挠度 $y_{\max}<[y]$ ，所以曲轴的刚度满足要求。

3.6 JZH25 型均质机改进设计后整机的经济性分析

JZH25 型均质机最佳改进设计方案涉及到一些相关零件的结构尺寸和材料的改变，由此引起整机成本的变化。作者对此作了一些实际调查和计算，做经济性分析如下：

(1) 改进设计方案中去掉了齿轮传动，因而省去了一个齿轮轴和一个大齿轮。齿轮轴和大齿轮的材料均为 45 钢，其模数 $m=2.5$ ，齿数 $z_1=23$ ， $z_2=75$ ，齿轮轴长 397mm，大齿轮宽度为 40mm。综合考虑其材料、热处理、机械加工等因素后测算其成本为：齿轮轴约 300 元、大齿轮约 350 元，仅此一项可减少成本约 650 元。

(2) 改进设计方案中将电机型号做了调整，原电机型号为 Y132M-4，现市

场价格为 1600 元，改进设计后电机型号为 YZ-160L-8，现市场价格为 2300 元，成本增加 700 元。

(3) 改进设计方案中将 V 带传动做了重新设计，其中小带轮结构尺寸与原设计相同，大带轮的节径由原来的 $\Phi 365\text{mm}$ 增加到 $\Phi 710\text{mm}$ ，结构由原来的孔板式结构改为椭圆轮辐式结构，重量约为改进前的 2.9 倍，成本增加约 460 元。

(4) 改进设计方案中将曲轴的材料由原来的 QT600-2 改为 QT800-2，且其长度增加 80mm。现行市场价格这两种材料的差价为 1200 元/吨，计算可得改进设计后曲轴的成本增加约 55 元。

综合计算以上各项因素，改进设计后的 JZH25 型均质机比改进设计前增加成本约 565 元，但能够解决曲轴断裂这一实际问题并实现了 JZH 系列均质机传动方式统一性，企业感到非常满意。

3.7 本章小结

本章首先针对 JZH25 型均质机曲轴的断裂原因提出了三个改进设计方案，并用评分法对三个改进设计方案进行了评价，确定出最佳改进设计方案；然后对最佳改进设计方案的曲轴和带传动做了重新设计，对改进设计后的曲轴进行了强度分析，确认改进设计后曲轴的静强度和疲劳强度均能满足要求，且较改进设计前有了明显的提高；最后对改进设计后的曲轴进行了刚度分析，对改进设计后的整机进行了经济性分析，确认改进设计后曲轴的刚度和整机的经济性均能满足要求。

第四章 JZH25 型均质机改进设计后曲轴的模态分析

轴在工作过程中, 当其转速达到一定数值时, 运转便不稳定而产生显著的反复变形, 这种现象称为轴的振动^[22]。如果继续提高转速, 振动就会衰减, 但是当转速达到另一较高的定值时, 振动又复出现。这是因为轴有自身的固有频率, 轴工作时要受到与转动同频率的周期性外力作用, 如果周期性外力的频率(转动频率)接近于轴的固有频率, 将产生共振现象, 引起较大的振动和噪声, 严重的还可能造成轴或箱体的损坏^[35]。轴发生显著变形的转速称为轴的临界转速, 用符号 n_{cr} 表示。同一根轴的临界转速可以有多个, 最低的一个叫第一阶临界转速。为避免发生共振现象轴的工作转速 n 一定要避开轴的临界转速 n_{cr} ^[22]。

曲轴因为其结构形状的复杂性, 使得用经典力学的方法计算其固有频率和临界转速有一定的困难。本章的内容是用有限元法对改进设计后的曲轴进行模态分析, 提取前 8 阶固有频率, 计算曲轴的前 8 阶临界转速, 分析曲轴工作转速设定的合理性。

4.1 有限元模态分析的基础理论^[36]

模态分析用于确定结构或机器的振动特性, 它通过研究无阻尼的自由振动, 得到振动系统的自然属性即固有频率和振型。模态分析是动力学其他分析的起点^[12]。

研究结构或机器的固有振动特性, 首先要建立该系统的动力学方程。多自由度的运动微分方程可以应用牛顿第二定律、达朗伯原理、拉格朗日方程和哈密顿原理来建立。根据达朗伯原理, 只要引入相应的惯性力, 就可以将弹性体的动力学问题转化为相应的静力学问题, 即转化为弹性体的平衡问题来求解。

将弹性体分割成有限个元素, 因为位移和时间有关, 以 $\{x(t)\}^e$ 表示元素 e 上的节点位移列向量, 它是时间 t 的函数。利用所给定的位移插值方式, 元素 e 中任意一点的位移 $\{f(t)\}$ 可以用下面的矩阵方程来表示:

$$\{f(t)\} = [N] \{x(t)\}^e \quad (4-1)$$

式中 $[N]$ ——形函数矩阵。

在元素 e 上的应变向量为:

$$\{\varepsilon(t)\}^e = [B] \{x(t)\}^e \quad (4-2)$$

式中 $[B]$ ——联系应变与节点位移的矩阵，称为几何矩阵。

因此，在元素 e 上的应力为

$$\{\sigma(t)\}^e = [D] \{\varepsilon(t)\}^e = [D][B] \{x(t)\}^e \quad (4-3)$$

式中 $[D]$ ——弹性矩阵，亦称材料矩阵。

在元素 e 上的刚度矩阵为

$$[K]^e = \iiint_e [B]^T [D] B \quad (4-4)$$

元素 e 上的负荷向量由下面几部分组成。一部分是由元素 e 上的动载荷构成，因为与时间 t 有关，记为 $\{F(t)\}^e$ 。另一部分是由此元素上的惯性力所构成的负荷向量。设 ρ 表示物体的密度， $\left\{ \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right\}$ 表示加速度向量，则单位体积中的惯性力即惯性密度为：

$$\{P(t)\}_{\text{惯}} = -\rho \left\{ \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right\} \quad (4-5)$$

由此可得惯性体积力所产生的元素负荷向量为：

$$\{F(t)\}_{\text{惯}}^e = -\iiint_e \rho [N]^T \left\{ \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right\} dN \quad (4-6)$$

将式 (4-1) 代入上式得：

$$\{F(t)\}_{\text{惯}}^e = -\iiint_e \rho [N]^T [N] dN \left\{ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right\}^e \quad (4-7)$$

设 $[M]^e$ 为元素的质量矩阵，且

$$[M]^e = \iiint_e \rho [N]^T [N] dN \quad (4-8)$$

于是式 (4-7) 又可写为：

$$\{F(t)\}_{\text{惯}}^e = -[M]^e \left\{ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right\}^e \quad (4-9)$$

当弹性体振动时，还有正比于速度 $\left\{ \frac{df(t)}{dt} \right\}$ 的阻尼力，还应考虑阻尼力对节点负荷向量的影响。设阻尼系数为 γ ，则单位体积上所受的阻尼力，即阻尼密度为：

$$\{P(t)\}_{\text{阻}} = -\gamma \left\{ \frac{df(t)}{dt} \right\} \quad (4-10)$$

由此可得阻尼力所产生的元素负荷向量为：

$$\{F(t)\}_{\text{固}}^e = -\iiint_e \gamma [N]^T \left\{ \frac{df(t)}{dt} \right\} dN = -\iiint_e \gamma [N]^T [N] dN \left\{ \frac{dx(t)}{dt} \right\}^e \quad (4-11)$$

设 $[C]^e$ 为元素的阻尼矩阵, 且

$$[C]^e = \iiint_e \gamma [N]^T [N] dN \quad (4-12)$$

于是式 (4-11) 又可以写成:

$$\{F(t)\}_{\text{固}}^e = -[C]^e \left\{ \frac{dx(t)}{dt} \right\}^e \quad (4-13)$$

将元素刚度矩阵 $[K]^e$ 叠加可得到整体刚度矩阵 $[K]$, 同理可以得到整体质量矩阵 $[M]$ 和整体阻尼矩阵 $[C]$ 。即:

$$\begin{cases} [K] = \sum_{e=1}^{e_0} [K]^e \\ [M] = \sum_{e=1}^{e_0} [M]^e \\ [C] = \sum_{e=1}^{e_0} [C]^e \end{cases} \quad (4-14)$$

式中 e_0 ——元素的总数。

同样可将元素负荷向量 $\{F(t)\}^e$ 叠加得到节点负荷向量 $\{F(t)\}$, 即

$$\{F(t)\} = \sum_{e=1}^{e_0} \{F(t)\}^e \quad (4-15)$$

综合考虑了惯性力和阻尼力后, 总负荷向量为:

$$\{F(t)\} - [M] \left\{ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right\} - [C] \left\{ \frac{dx(t)}{dt} \right\}$$

由达朗伯原理得:

$$[K] \{x(t)\} = \{F(t)\} - [M] \left\{ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right\} - [C] \left\{ \frac{dx(t)}{dt} \right\} \quad (4-16)$$

$$\text{即} \quad [M] \left\{ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right\} + [C] \left\{ \frac{dx(t)}{dt} \right\} + [K] \{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (4-17)$$

式 (4-17) 即为用有限元法求解弹性体的动力学问题的基本方程。

对于无阻尼、无外载荷的自由振动问题, 阻尼项和外力项均为零。于是动力学方程的形式为:

$$[M] \left\{ \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right\} + [K] \{x(t)\} = 0 \quad (4-18)$$

因为弹性体的自由振动总可以分解为一系列简谐振动的叠加, 为了确定弹性体自由振动的固有频率及相应的振型, 可先考虑如下简谐振动的解:

$$\{x(t)\} = \{g\} \sin \omega t \quad (4-19)$$

式中 $\{g\}$ ——位移 $\{x(t)\}$ 的振幅列向量；

ω ——固有圆频率。

将式 (4-19) 代入式 (4-18) 中，消去 $\sin \omega t$ 得到：

$$([K] - \omega^2 [M])\{g\} = 0 \quad (4-20)$$

于是，要找式 (4-19) 所示的简谐振动就转化为找 ω^2 和非零向量 $\{g\}$ ，使其满足式 (4-20)。这样的问题称为广义特征值问题，其中 ω^2 和 $\{g\}$ 分别称为广义特征值和广义特征向量， ω 就是振动的固有圆频率， $\{g\}$ 则给出相应的振型。

因为物体的密度 $\rho > 0$ ，所以元素的质量矩阵 $[M]^e$ 和整体质量矩阵 $[M]$ 均是对称正定矩阵。

此外，刚度矩阵 $[K]$ 在未经过划行划列处理时是对称半正定矩阵，若在实际问题建立了位移约束条件且排出刚体位移后，再经过划行划列处理后的刚度矩阵 $[K]$ 就是对称正定矩阵。

设 $\lambda = \omega^2$ ，则式 (4-20) 可改写为：

$$([K] - \lambda [M])\{g\} = 0 \quad (4-21)$$

因为 $\{g\}$ 是非零向量，故式 (4-21) 中的行列式应等于零，即：

$$\det([K] - \lambda [M]) = \begin{vmatrix} K_{11} - \lambda M_{11} & K_{12} - \lambda M_{12} & \cdots & K_{1n} - \lambda M_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{n1} - \lambda M_{n1} & K_{n2} - \lambda M_{n2} & \cdots & K_{nn} - \lambda M_{nn} \end{vmatrix} = 0 \quad (4-22)$$

式 (4-22) 称为广义特征值方程。如果矩阵 $[K]$ 的阶数为 n ，则由行列式的展开公式可知，广义特征值方程是 λ 的 n 次代数方程，可决定 n 个广义特征值 λ_i ($i=1, 2, \dots, n$)。

可以证明，若刚度矩阵 $[K]$ 是对称正定矩阵，则这些广义特征值是正实数，由 $\lambda = \omega^2$ 可以确定出弹性体的 n 个固有圆频率值：

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4-23)$$

这里 n 即为用有限元法求解节点位移参数的总自由度。显然特征值仅取决于系统本身的刚度、质量等物理参数。 n 个自由度的系统有 n 个固有频率。

4.2 模态分析的主要步骤

模态分析过程由四个主要步骤组成：建立模型、加载及求解、扩展模态和观察计算结果。

1. 建立模型

模态分析中的建模过程与其他分析中的建模过程相类似，但应注意到以下两

个问题^[37]。

(1) 模态分析属于线性分析。也就是说，在模态分析中只有线性行为是有效的，如果在分析中指定了非线性单元，在计算中将被忽略并被作为线性行为处理。

(2) 在模态分析中，材料的性质可以是线性的、各项同性的、正交各项异性的、恒定的或与温度相关的。分析中必须指定弹性模量和密度。

2. 加载及求解

此步骤中，要指定模态的提取方法。常用的模态提取方法有六种^[8]：

(1) Block Lanczos 法：适用于大型对称特征值求解问题。

(2) Subspace 法：也适用于大型对称特征值求解问题。可以用几种求解控制选项来控制子空间迭代过程。

(3) Power Dynamics 法：适用于非常大的模型（100000 个自由度以上）。此法特别适合于只求解结构的前几阶模态，以了解结构将如何响应的问题。

(4) Reduced Householder 法：使用减缩系统矩阵求解，速度快。但因为减缩质量矩阵是近似矩阵，所以精度较低。

(5) Unsymmetric 法：用于系统矩阵为非对称矩阵的问题。

(6) Damped 法：用于阻尼不可忽略的问题。

在大多数分析过程中常用 Block Lanczos 法、Subspace 法、Power Dynamics 法和 Reduced Householder 法。Unsymmetric 法和 Damped 法只有在特殊情形下才会用到。

综合分析各种提取方法的特点，本次计算选用 Block Lanczos 法，它具有比 Subspace 法更快的收敛速度，而且精度也能满足要求。

3. 扩展模态

如果要在后处理中观察计算结果，则必须首先扩展振型，即将振型文件写入结果文件。

4. 观察结果

模态分析的结果，也就是模态扩展的结果被写到结构分析结果文件中。其主要结构数据有结构的固有频率、已扩展的振型、相对应力分布等。

4.3 JZH25 型均质机改进设计后曲轴的模态分析

4.3.1 改进设计后曲轴有限元模型的建立

1. 材料特性

曲轴的材料是 QT800-2, 其弹性模量 $E=155\text{GPa}$, 泊松比 $\mu=0.27$, 密度 $\rho=7300\text{kg/m}^3$, 强度极限 $\sigma_b=800\text{MPa}$ ^[25]。

2. 建立几何模型并划分网格

改进设计后曲轴模态分析的几何模型和有限元网格模型与第三章曲轴强度分析的模型相同, 如图 3-4、3-5 所示。

3. 施加约束

与前面强度分析时施加约束相同, 注意在位移值中输入“0”。

4.3.2 模态分析的计算结果

1. 固有频率和振型

理论与实践均表明, 当轴在周期性外载荷作用下产生共振时, 一般总是少数几个低阶共振情况比较危险, 因此在模态分析时常常只需要知道前几阶固有频率和振型, 而不必求出全部固有频率和振型^[7,38]。故本次计算只提取了曲轴的前 8 阶模态。

改进设计后曲轴的第 1 阶到第 8 阶固有频率见表 4-1。其中第 5 阶和第 6 阶模态的固有频率非常相近, 这是因为曲轴的几何模型关于轴线对称造成的^[39]。

表 4-1 改进设计后曲轴的各阶固有频率

阶数	固有频率 (Hz)
1	36.584
2	39.335
3	51.577
4	60.618
5	81.037
6	81.085
7	87.678
8	94.087

改进设计后曲轴的第 1 阶到第 8 阶振型如图 4-1 至 4-8 所示。

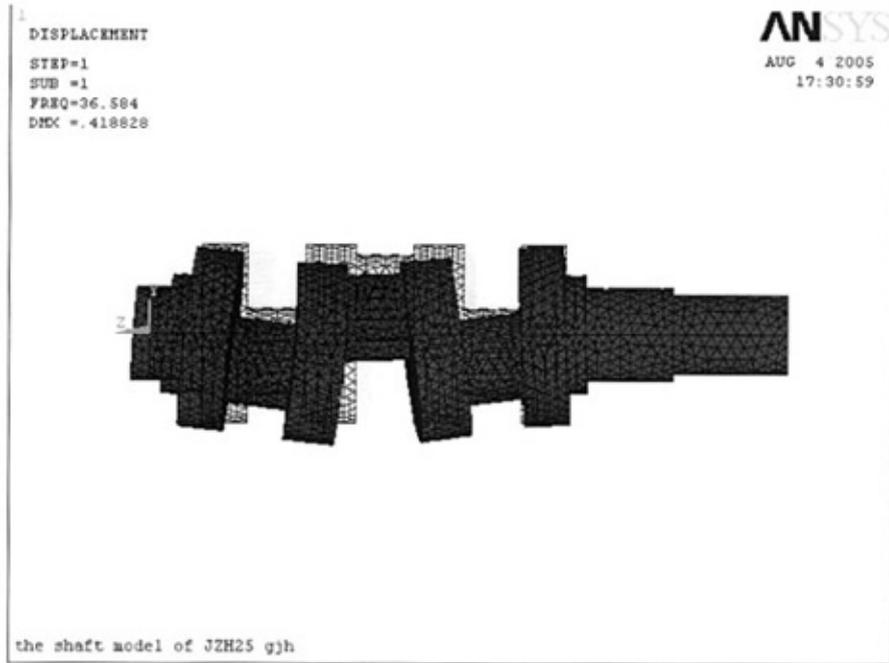


图 4-1 改进设计后曲轴的第 1 阶振型

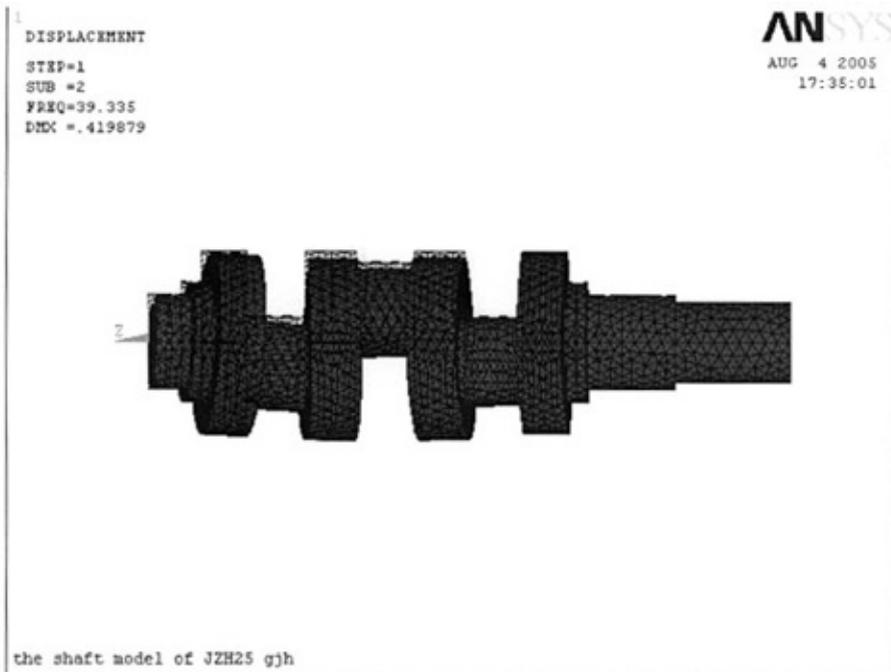


图 4-2 改进设计后曲轴的第 2 阶振型

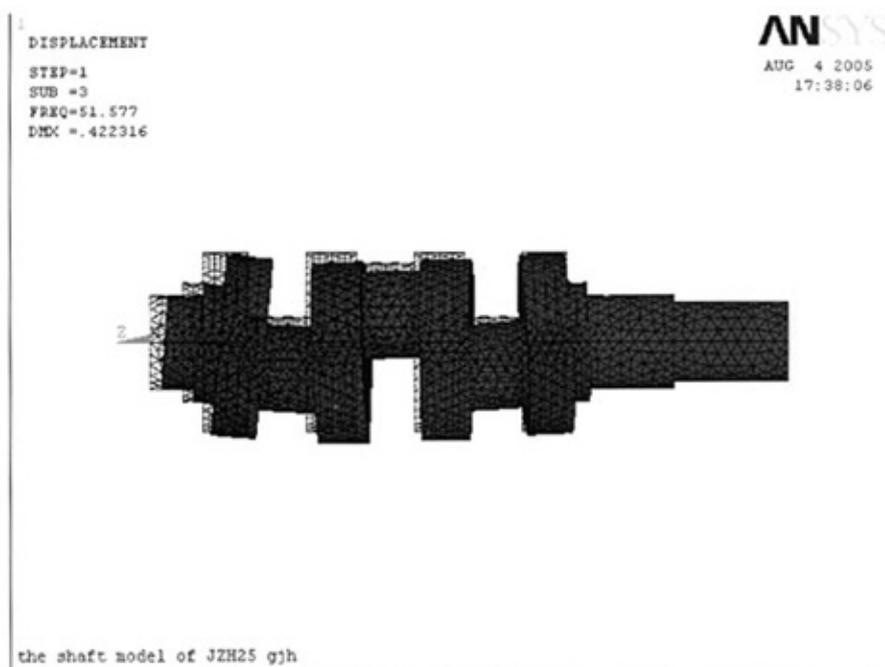


图 4-3 改进设计后曲轴的第 3 阶振型

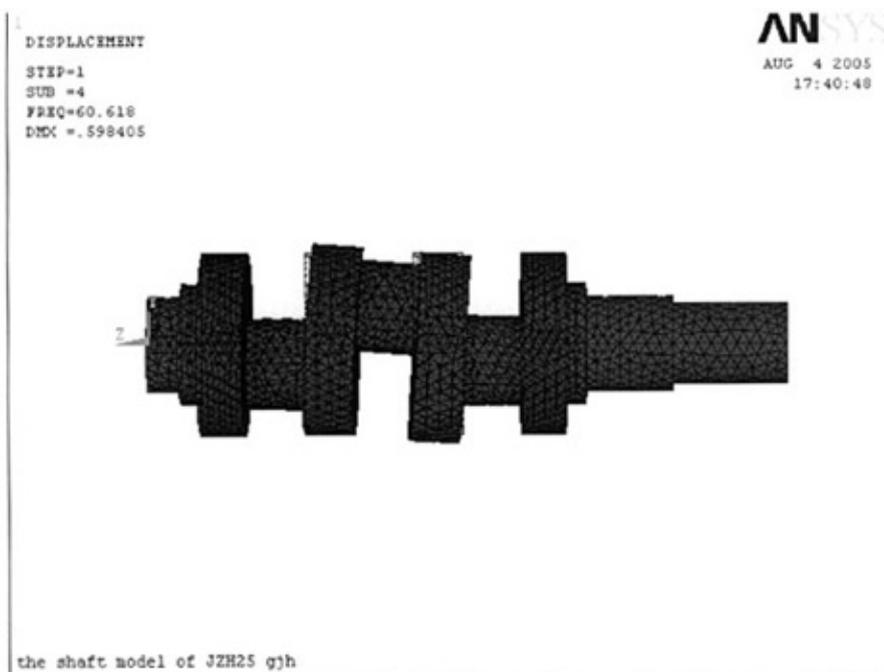


图 4-4 改进设计后曲轴的第 4 阶振型

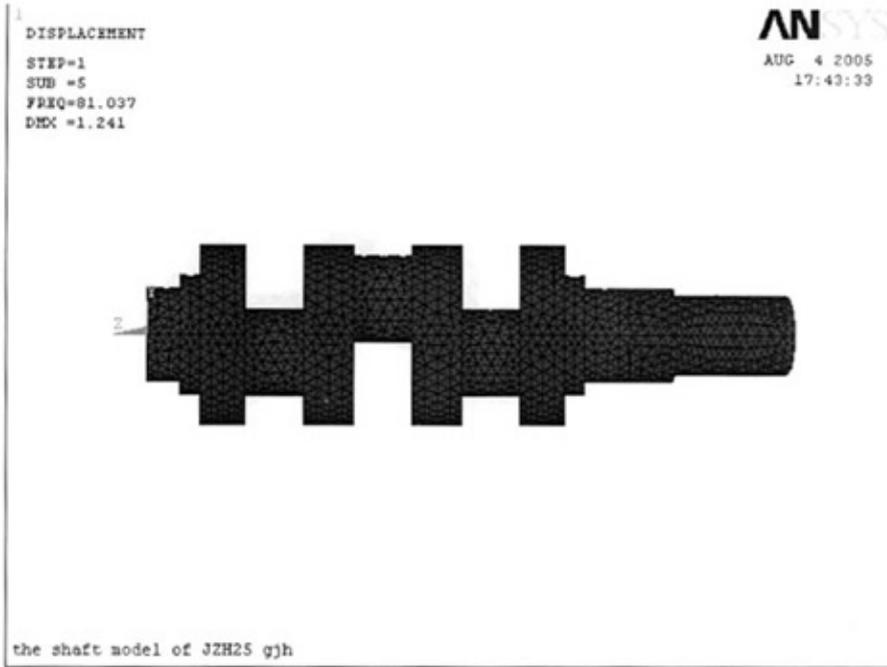


图 4-5 改进设计后曲轴的第 5 阶振型

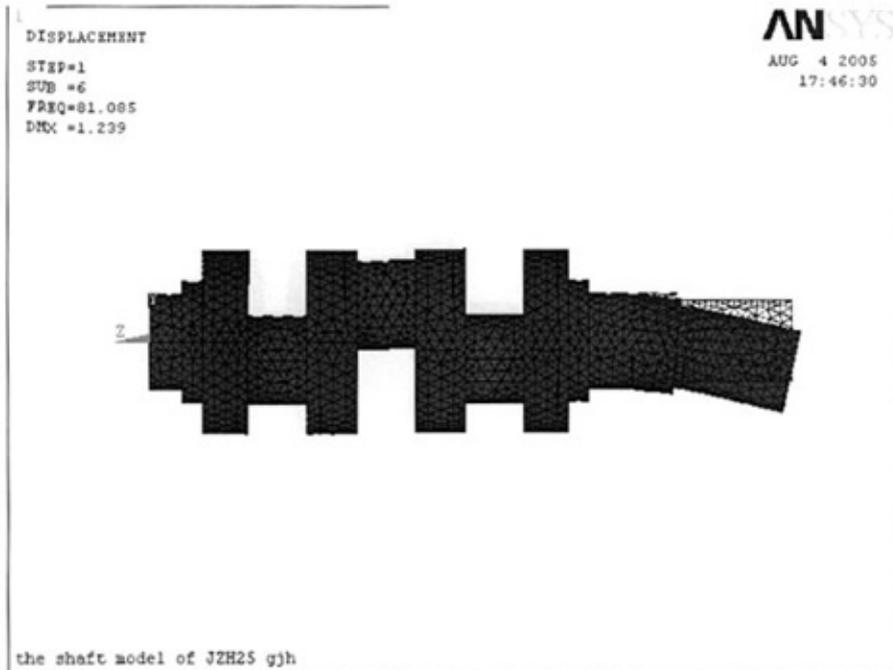


图 4-6 改进设计后曲轴的第 6 阶振型

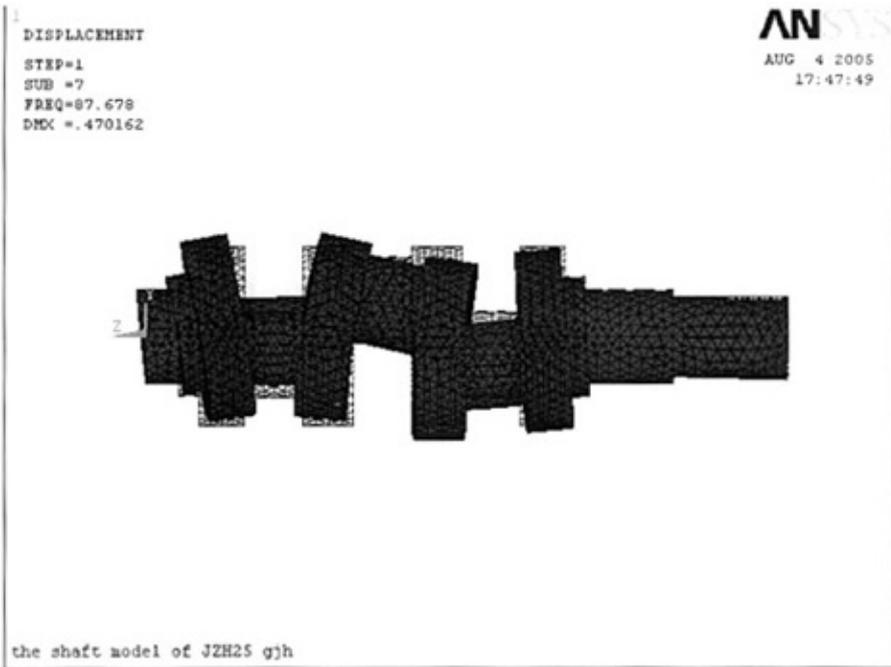


图 4-7 改进设计后曲轴的第 7 阶振型

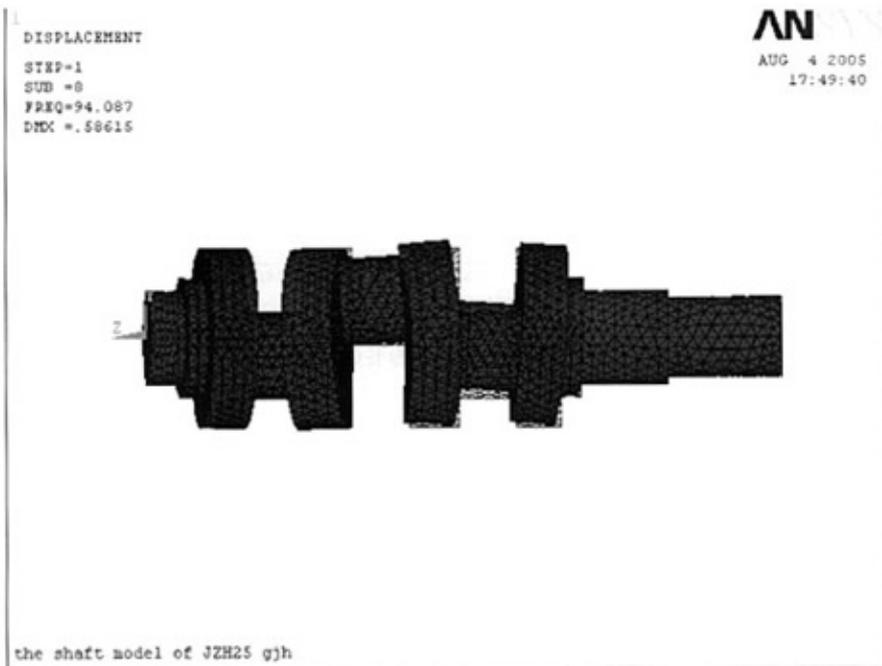


图 4-8 改进设计后曲轴的第 8 阶振型

从软件显示的动画可以看出，第 1 阶和第 2 阶振型分别为曲轴左部分在 yoz 平面和 xoz 内的弯曲变形；第 3 阶振型为曲轴左部分在 yoz 平面内的弯曲伸缩变形；第 4 阶振型为曲轴左部分绕 z 轴的扭转变形；第 5 阶和第 6 阶振型分别为曲轴右部分在 xoz 面和 yoz 平面内的弯曲变形；第 7 阶和第 8 阶振型分别为曲轴左部分在 yoz 平面和 xoz 面内的开合振动，四个曲轴臂时而离开时而靠近，振动较为剧烈。

2. 模态的扩展计算

根据前面的模态计算结果，利用 ANSYS 对改进设计后的曲轴进行模态扩展计算，得到了曲轴第 1 阶到第 8 阶模态的位移等值线图，如图 4-9 至 4-16 所示。

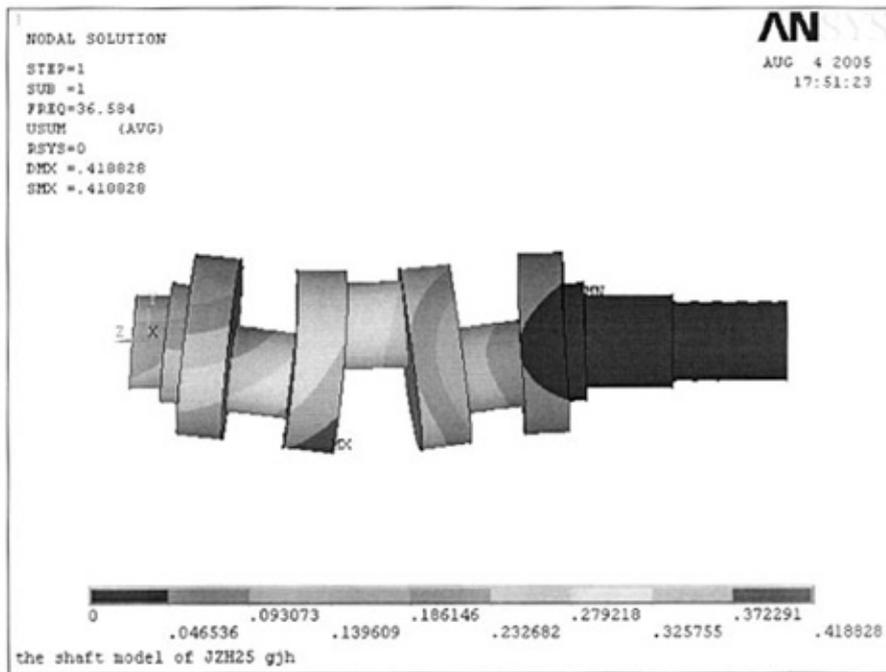


图 4-9 改进设计后曲轴的第 1 阶模态位移云图

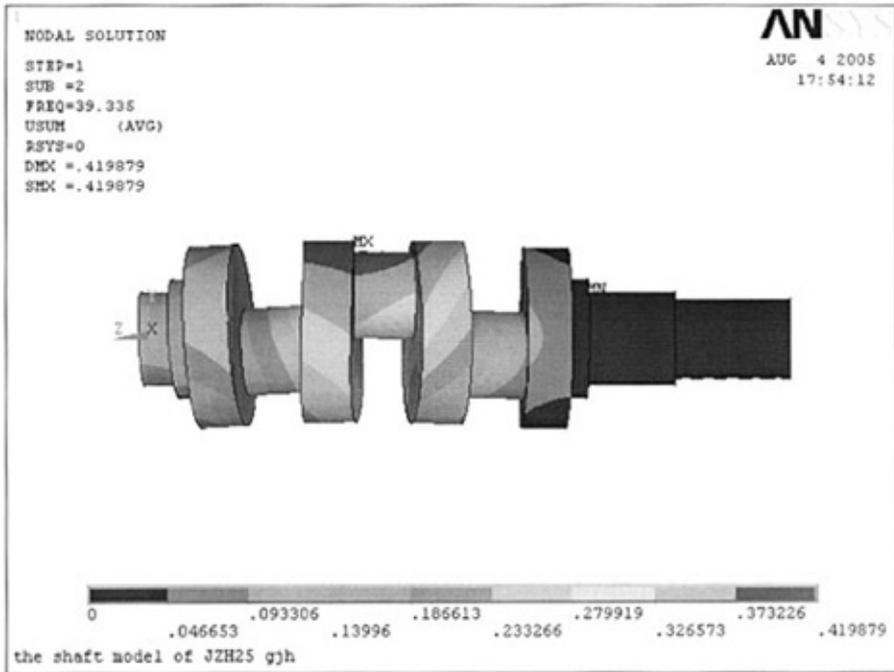


图 4-10 改进设计后曲轴的第 2 阶模态位移云图

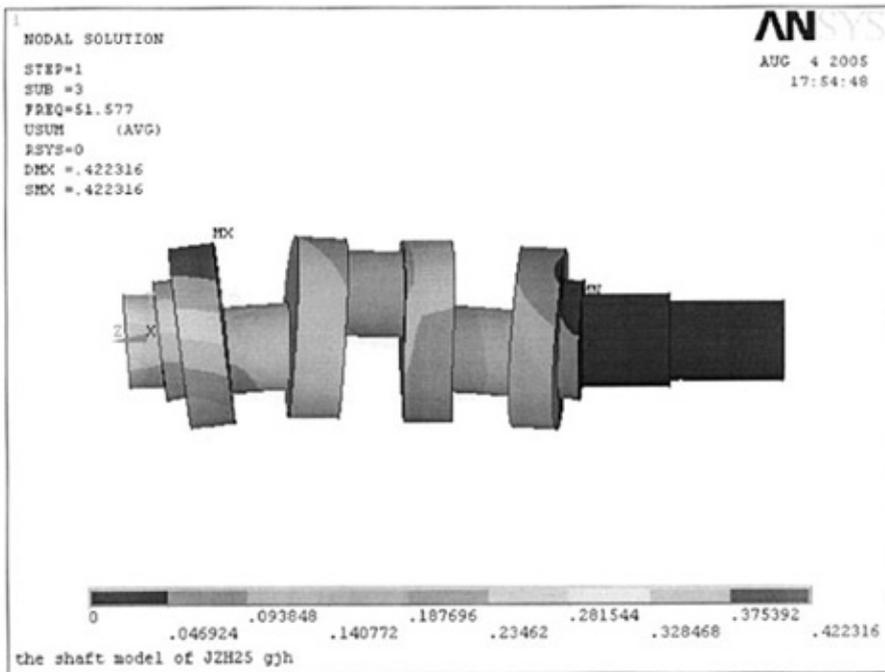


图 4-11 改进设计后曲轴的第 3 阶模态位移云图

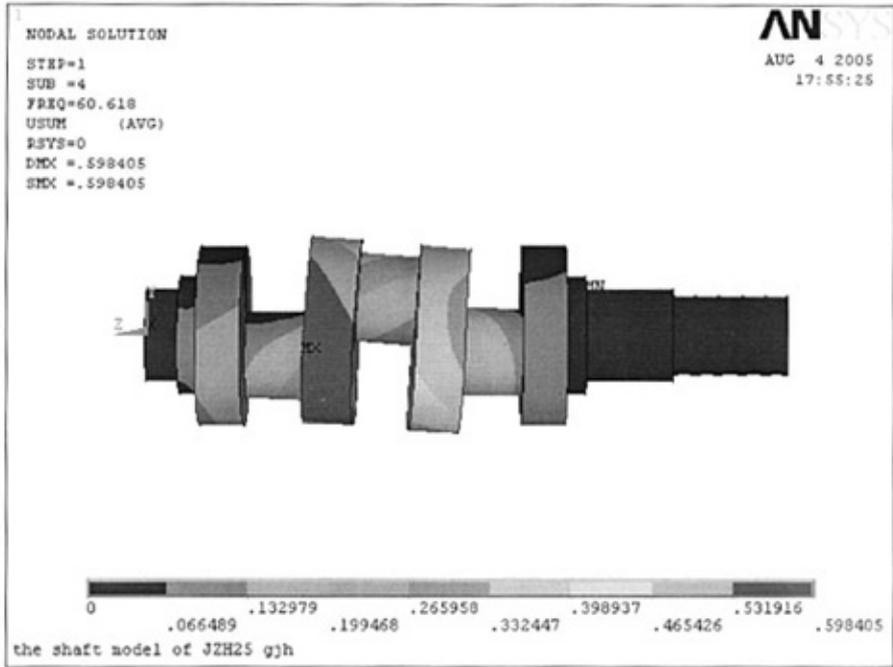


图 4-12 改进设计后曲轴的第 4 阶模态位移云图

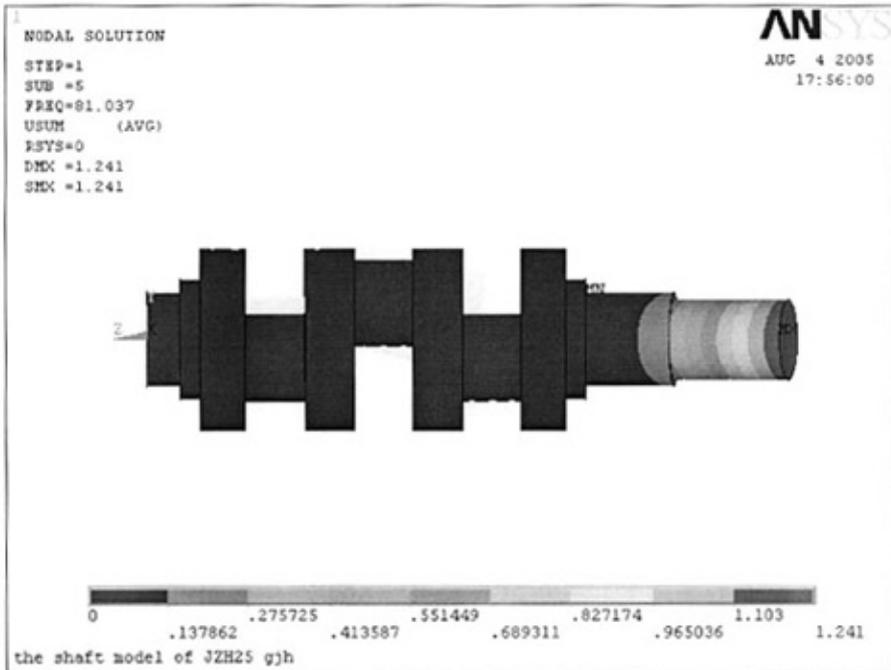


图 4-13 改进设计后曲轴的第 5 阶模态位移云图

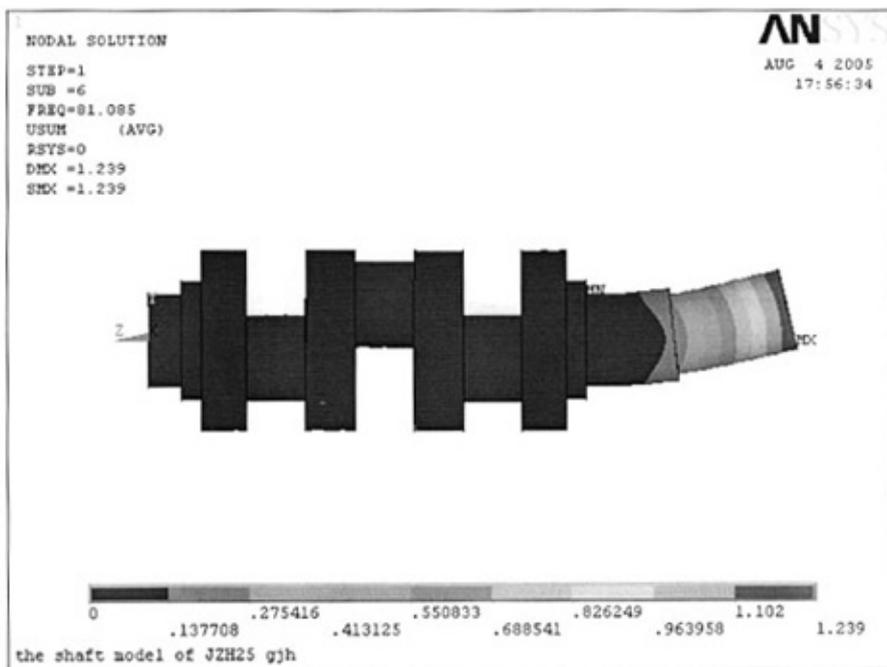


图 4-14 改进设计后曲轴的第 6 阶模态位移云图

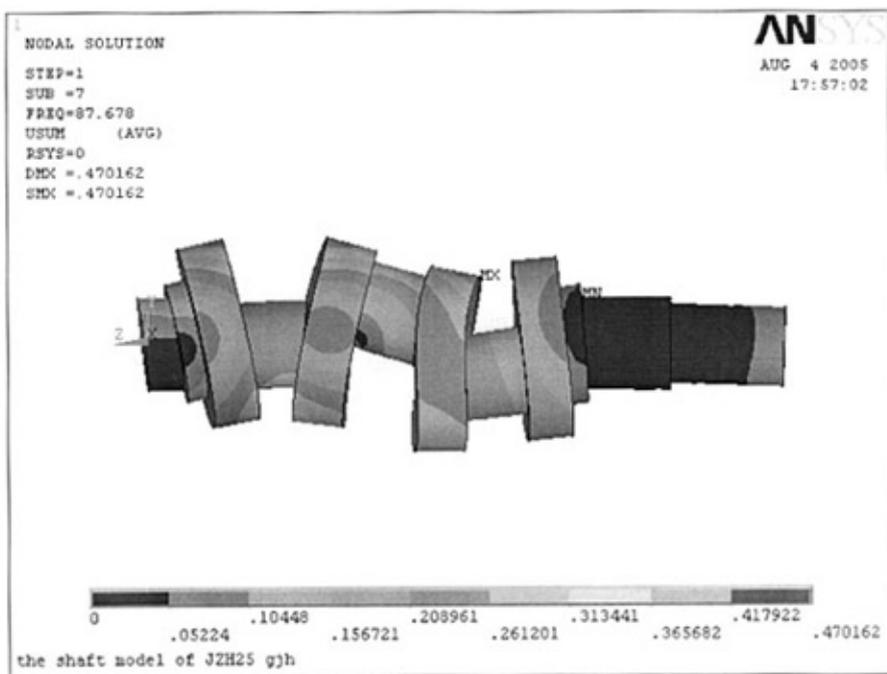


图 4-15 改进设计后曲轴的第 7 阶模态位移云图

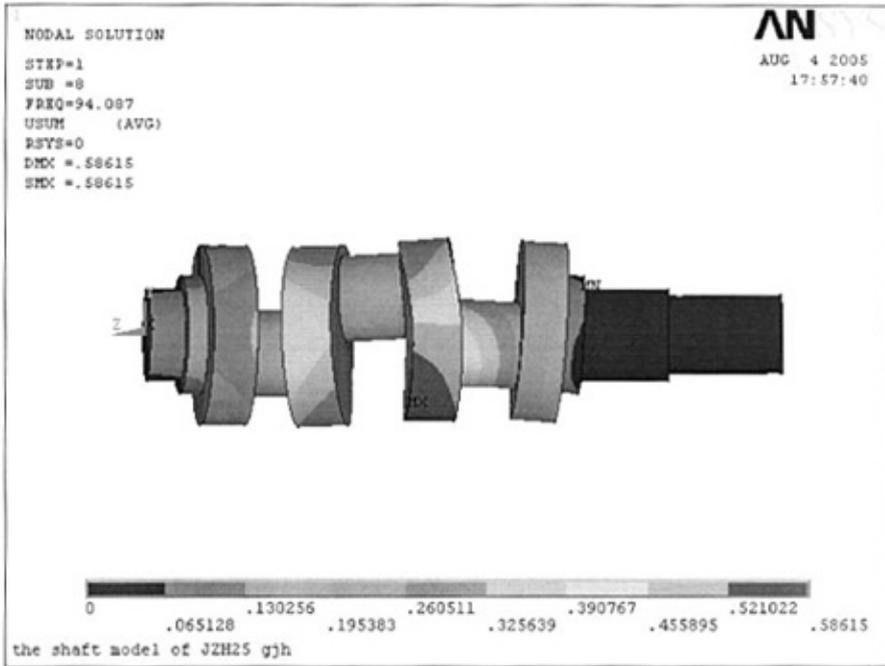


图 4-16 改进设计后曲轴的第 8 阶模态位移云图

通过上述位移等值线图，可以更加清楚地了解曲轴的振动情况。在低频和高频阶段曲轴的振动集中于左部分，在中频阶段集中于右部分，且变形较大。

4.4 JZH25 型均质机改进设计后曲轴的临界转速计算

曲轴临界转速和固有频率之间的关系为^[36]

$$n_{cr}=60f \quad (4-24)$$

式中 n_{cr} ——曲轴的临界转速，单位为 r/min；

f ——曲轴的固有频率，单位为 Hz。

根据式（4-24）可以求出改进设计后曲轴的前 8 阶临界转速数值，见表 4-2 所示。

表 4-2 改进设计后曲轴的前 8 阶临界转速

阶数	固有频率 (Hz)	临界转速 (r/min)
1	36.584	2195
2	39.335	2360
3	51.577	3095
4	60.618	3637
5	81.037	4862
6	81.085	4865
7	87.678	5261
8	94.087	5645

曲轴的工作转速为 $n=145\text{r/min}$ ，可见工作转速远远低于各阶临界转速，不会产生共振现象^[40]。

4.5 本章小结

本章首先简单介绍了有限元模态分析的基础理论和主要步骤；然后用 ANSYS 软件对 JZH25 型均质机改进设计后的曲轴进行了模态分析，提取了前 8 阶固有频率和振型，并扩展计算得到了前 8 阶模态的位移等值线图；最后计算了改进设计后曲轴的前 8 阶临界转速值，确认曲轴的工作转速远远低于各阶临界转速，不会产生共振现象。

第五章 结论

5.1 全文总结

曲轴是均质机的关键零件,其强度和刚度直接影响到整机的工作性能。因为曲轴的结构形状比较复杂,各个曲拐所受的载荷又在发生周期性的变化,所以运用经典力学对其进行强度、刚度计算有一定的困难,并存在较大的误差。

随着计算机技术的飞速发展,许多现代设计方法已经在产品设计中得到应用并取得了显著效果。本文针对 JZH25 型均质机经常发生的曲轴断裂问题,应用有限元方法对整根曲轴进行了强度分析,查明了曲轴断裂的原因并进行了改进设计,同时对改进后的方案进行了多目标评价,对改进后的曲轴进行了强度、刚度校核和模态分析。全文主要完成了以下工作:

(1) 对 JZH25 型均质机曲轴的工作情况进行全面分析。将曲轴转动一周的过程分为六个工况,具体分析各个工况每个曲拐的受力情况,确定出危险工况。

(2) 对整根曲轴进行有限元分析。建立几何模型、划分网格、施加约束和载荷,计算后得到曲轴危险工况的等效力云图,确定危险点,然后对危险点进行静强度和疲劳强度校核。查明了曲轴断裂的原因属于低载荷作用下由于应力集中而引起的疲劳断裂,此分析结果与实际情况十分吻合。

(3) 根据分析结果提出改进设计方案。文中针对 JZH25 型均质机曲轴的疲劳断裂问题提出了三个改进设计方案,并用评分法对三个改进设计方案进行评价,确定方案三为最佳改进设计方案。此方案将原来的二级传动改为一级传动,实现了 JZH 系列均质机传动方式的统一性。

(4) 对 JZH25 型均质机最佳改进设计方案的曲轴和带传动进行了重新设计,对改进设计后的曲轴进行了静强度、疲劳强度校核,并与改进设计前进行比较,确认曲轴的强度有了明显的提高,完全能够满足要求。

(5) 对改进设计后的曲轴进行了刚度校核,对改进设计后的整机进行了经济性分析,确认改进设计后曲轴的刚度和整机的经济性均能满足要求。

(6) 对改进设计后的曲轴进行了模态分析,提取了前 8 阶固有频率,得到了曲轴前 8 阶模态的振型和位移等值线图,计算了曲轴的前 8 阶临界转速,确认曲轴的工作转速远远低于各阶临界转速,不会产生共振现象。

在课题的研究过程中,作者与企业的工程技术人员有着密切的接触,发现现

有中小企业的工程技术人员仍然采用着传统的设计方法，设计周期长、费用高、误差大。通过本课题的研究工作，不仅解决了 JZH25 型均质机曲轴断裂的实际问题，更重要的是给企业的工程技术人员打开了一个通向现代设计方法的窗口，使他们切实感觉到了运用现代设计方法进行产品设计的重要意义。

5.2 本课题的展望

课题研究过程中，由于时间的关系以及作者能力上的不足，对曲轴进行强度、刚度分析时只采用了结构静力学的分析方法，模态分析也仅是动力学分析的一个起点。因为各个曲拐所受的载荷在做周期性的变化，如能对其进行更深入的结构动力学分析，必将得到更为理想的结果，从而对企业的新产品设计工作具有更为重要的指导意义。

参考文献

- [1]李兴国, 食品机械学 上册, 成都: 四川教育出版社, 1991
- [2]胡继强, 食品机械与设备, 北京: 中国轻工出版社, 1999
- [3]王凤岐, 张连洪等, 现代设计方法, 天津: 天津大学出版社, 2003
- [4]ANSYS, Inc.ANSYS Structural Analysis Guide Release5.4.Third Edition.SAP, IP lcn., 1997
- [5]龚曙光, ANSYS 基础应用及范例解析, 北京: 机械工业出版社, 2004
- [6]邢静忠, 有限元基础与 ANSYS 入门, 北京: 机械工业出版社发行室, 2005
- [7]马万福, 基于有限元法的内燃机机体振动分析与噪声预测研究, [硕士学位论文], 天津大学, 2005
- [8]宋勇, 艾宴清等, ANSYS7.0 有限元分析, 北京: 清华大学出版社, 2003
- [9]黄国权, 有限元法基础与 ANSYS 应用, 北京: 机械工业出版社发行室, 2004
- [10]张立新, ANSYS7.0 基础教程, 北京: 机械工业出版社发行室, 2004
- [11]国家机械工业委员会统编, 失效分析, 北京: 机械工业出版社, 1997
- [12]陈传尧, 疲劳与断裂, 武汉: 华中科技大学出版社, 2001
- [13]张栋, 失效分析 FAILURE ANALYSIS, 北京: 国防工业出版社发行部, 2004
- [14]孙智, 失效分析——基础与应用, 北京: 机械工业出版社发行室, 2005
- [15]王义, 静电喷涂机器人的反求设计, [硕士学位论文], 天津大学, 2005
- [16]蒲明辉, 黄世伟, G170 柴油机曲轴有限元分析, 广西大学学报, 2000, 25 (2), 101~104
- [17]苏培德, 张东峻等, 曲轴应力分析的有限元法, 机械设计, 1994 年第 2 期, 1~3
- [18]周龙保, 内燃机学 (第 2 版), 北京: 机械工业出版社发行室, 2005
- [19]易日, 使用 ANSYS6.0 进行静力学分析, 北京: 北京大学出版社发行部, 2002
- [20]陆耀祖, 内燃机构造与原理, 北京: 中国建材工业出版社, 2004
- [21]徐延海, 贾丽萍等, 曲轴的疲劳断裂分析, 机械强度, 2002, 24 (4), 594~598
- [22]邱宣怀, 机械设计 (第四版), 北京: 高等教育出版社, 1997
- [23]王益民, 郁其祥等, 8300 柴油机曲轴的三维有限元计算分析, 柴油机·Diesel Engine, 2004 年第 1 期, 31~33
- [24]刘必荣, 基于 ANSYS 的 R175A 柴油机曲轴应力分析: 盐城工学院学报, 2002, 15 (2), 12~15

- [25]第一汽车制造厂,长春汽车材料研究所,机械工程材料手册(黑色金属材料),北京:机械工业出版社,1990
- [26]ANSYS User's Manual: Procedures, Vol. I, Swanson Analysis Systems, Inc., 2000
- [27]ANSYS User's Manual: Commands, Vol. II, Swanson Analysis Systems, Inc., 2000
- [28]ANSYS User's Manual: Elements, Vol. III, Swanson Analysis Systems, Inc., 2000
- [29][美]Saeed Moaveni, 欧阳宇, 王崧等译, 有限元分析——ANSYS 理论与应用, 北京: 电子工业出版社, 2003
- [30]刘涛, 精通 ANSYS, 北京: 清华大学出版社发行部, 2002
- [31]苟文选, 材料力学, 西安: 西北工业大学出版社, 1999
- [32]贾启芬, 李昉泽等, 工程力学, 天津: 天津大学出版社, 2003
- [33]机械工程手册、电机工程手册编辑委员会, 机械工程手册第 6 卷机械设计(三), 北京: 机械工业出版社, 1991
- [34]王君利, 基于有限元的混流式水轮机转轮峰值应力分析, [硕士学位论文], 天津大学, 2002
- [35]白化同, 机械与结构振动, 北京: 宇航出版社发行部, 2005
- [36]刘国庆, 杨庆东, ANSYS 工程应用 机械篇, 北京: 中国铁道出版社, 2003
- [37]Chandrupatla, T. and Belegundu, A., Introduction to Finite Elements in Engineering, Second Edition, Prentice Hall, 1997
- [38]曹树谦, 张文德等, 振动结构模态分析, 天津: 天津大学出版社, 2000
- [39]李德葆, 陆秋海, 实验模态分析及其应用, 北京: 科学出版社, 2001
- [40]成大先, 机械设计手册单行本——机械振动. 机架设计, 北京: 化学工业出版社, 2004

发表论文和科研情况说明

发表的论文：

王亚双，王凤岐，马秋生，王怀明，基于 ANSYS 的 JZH25 型均质机曲轴的应力分析，《华北航天工业学院学报》，2005 年第 4 期

致 谢

本论文的工作是在我的导师王凤岐教授的悉心指导下完成的，王老师严谨的治学态度、科学的工作方法、渊博的理论和丰富的实践经验给了我极大的帮助和影响，是我日后学习和工作的榜样。在此衷心感谢三年来王老师对我的关心和指导。

华北航天工业学院的王怀明教授和马秋生副教授对于我的科研工作和论文都提出了许多宝贵意见，在此向王老师和马老师表示衷心的感谢。

我的科研工作得到了廊坊富达机械有限公司的金登华高级工程师和张学刚工程师的大力支持和帮助，在此向二位工程师表示衷心的感谢。

在实验室工作及撰写论文期间，王文财、崔新涛等同学对我的研究工作给予了热情帮助，在此向他们表达我的感激之情。

我在天津大学学习期间，得到了廊坊工业学校各级领导、教师的大力支持和帮助，使我能够顺利完成学业，在此表示衷心的感谢。

家人的理解和支持是我的科研工作和论文得以完成的重要保证，在此向我的父母、爱人和爱女表示衷心的感谢。

最后，向热心评审本论文和参与论文答辩的老师们表示衷心的感谢！